

Théorème de Bernouilli et équation de Hazen William: *détermination rapide d'un diamètre par l'utilisation de l'équation de Hazen William*

*Pierre Pioge*¹

L'équation de Bernouilli est la base théorique de la description des phénomènes physiques d'écoulement de liquides.

Dans une adduction, l'énergie d'une particule d'eau est une combinaison stricte d'énergie potentielle, d'énergie cinétique et d'énergie de pression. Dans la nature, « rien ne se perd et rien ne se crée », par conséquent l'énergie d'une particule d'eau passant par le point 1 aura la même énergie que lorsqu'elle passera par le point 2 ou par tout autre point de l'adduction.

Sous forme d'équation, ce théorème peut s'écrire de la façon suivante:

$$\text{Energie potentielle} + \text{Energie de pression} + \text{Energie Cinétique} = \text{constante} \quad (1)$$

Ou sous une forme plus élaborée:

$$h + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g} = \text{Constante} \quad (2)$$

avec: h = élévation de la particule (en mètres)
P = pression (en pascal ou Newton par m²)
ρ = poids volumique du liquide (newton par m³)
V = vitesse de la particule (en mètre par seconde : m/s)
g = accélération de la pesanteur soit 9,81 m s⁻²

AVIS IMPORTANT

Les fiches et récits d'expériences « Pratiques » sont diffusés dans le cadre du réseau d'échanges d'idées et de méthodes entre les ONG signataires de la « charte Inter Aide ».

Il est important de souligner que ces fiches ne sont pas normatives et ne prétendent en aucun cas « dire ce qu'il faudrait faire »; elles se contentent de présenter des expériences qui ont donné des résultats intéressants dans le contexte où elles ont été menées.

Les auteurs de « Pratiques » ne voient aucun inconvénient, au contraire, à ce que ces fiches soient reproduites à la condition expresse que les informations qu'elles contiennent soient données intégralement y compris cet avis .

¹ Pierre Pioge fut responsable du programme hydraulique d'Inter Aide à Mogissa en Ethiopie jusqu'en 99.



L'équation (2) peut aussi s'écrire de la façon suivante pour deux points quelconques 1 et 2 d'une adduction.

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (3)$$

Dans la réalité, des pertes d'énergie par frottement se produisent tout le long du parcours. Ces pertes d'énergie, ou **pertes de charge** permettent d'écrire l'équation (4) :

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + Pch \quad (4)$$

Pch représentant les pertes d'énergie dues aux frictions des particules d'eau sur les parois de la tuyauterie, et entre elles. Cette équation peut être validée par 3 exemples typiques illustrés par les figures 1 et 2.

Premier cas (figure 1) :

Le tronçon d'adduction est totalement fermé à l'entrée de la fontaine. L'équation (4) peut alors s'écrire de la façon suivante:

$$(H_{R_1} - H_{R_2}) = \frac{P_{R_2}}{\rho} \quad (5)$$

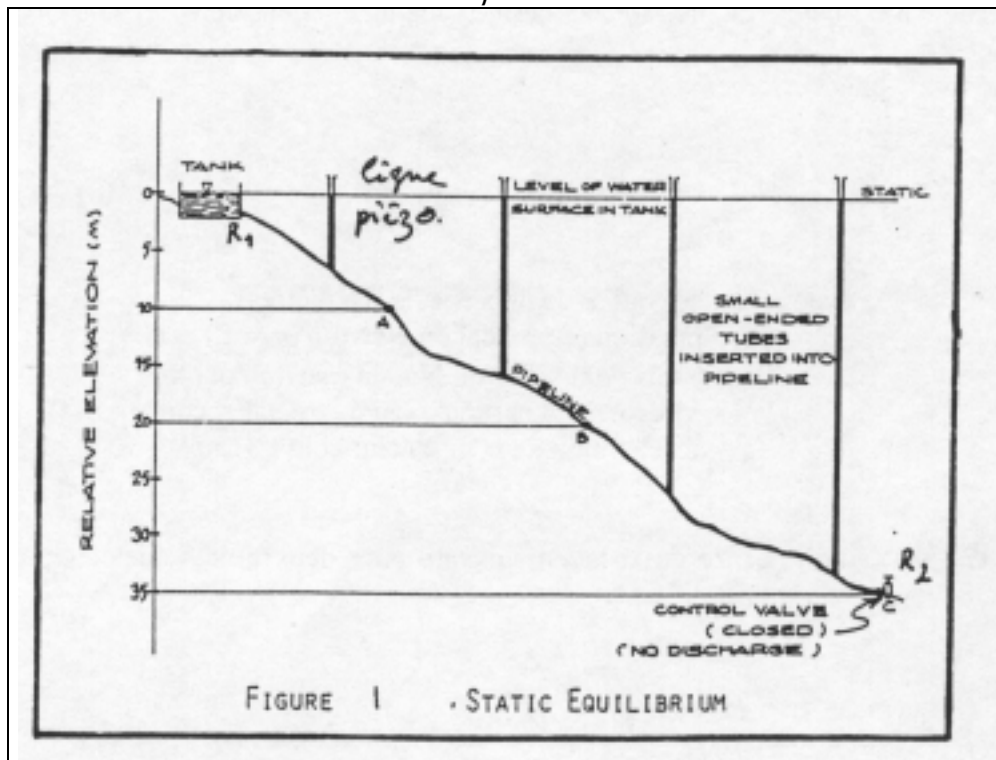


Figure 1:
Illustration de
la formule de
Bernouilli.
Adduction
totalement
fermée.

(illustration
extraite de : *A
Handbook of
Gravity-flow
Water Systems*,
ref. p.7)

Ce qui signifie que toute l'énergie de l'eau au point bas de l'adduction est sous forme de pression, en effet :

$V_{R_1} = 0$ La vitesse de l'eau dans le captage ou la citerne peut être considérée comme nulle.

$P_{R_1} = 0$ Au captage, la pression à l'entrée de la canalisation est égale à la pression atmosphérique

$V_{R_2} = 0$ Car le robinet est fermé

Les pertes de charge sont nulles, il n'y a pas d'écoulement donc pas de frictions.

Deuxième cas de figure

Le système est dans ce cas, totalement ouvert, l'eau s'écoule librement de R_1 vers R_2 . L'équation (4) devient:

$$(h_{R_1} - h_{R_2}) = \frac{V_{R_2}^2}{2g} + Pch \quad (6)$$

En effet,

$V_{R_1} = 0$ La vitesse de l'eau dans la citerne ou le captage peut être considérée comme nulle (cf. schéma 2).

$P_{R_1} = 0$ et $P_{R_2} = 0$ La pression en R_1 est nulle (= à la pression atmosphérique) de même qu'en R_2 où l'eau s'écoule librement. Le robinet étant totalement ouvert, toute l'énergie de l'eau en R_2 se transforme en vitesse et en frottement (Pch)

Troisième cas de figure. On ouvre progressivement la vanne en R_2 , l'équation devient alors:

$$(h_{R_1} - h_{R_2}) = \frac{V_{R_2}^2}{2g} + \frac{P_{R_2}}{\rho} + Pch \quad (7)$$

Dans ce cas, au point R_2 l'eau s'écoule avec une vitesse inférieure à celle du cas précédent puisque la vanne n'est pas complètement ouverte. La vanne maintient également une certaine pression à l'intérieur de la tuyauterie.



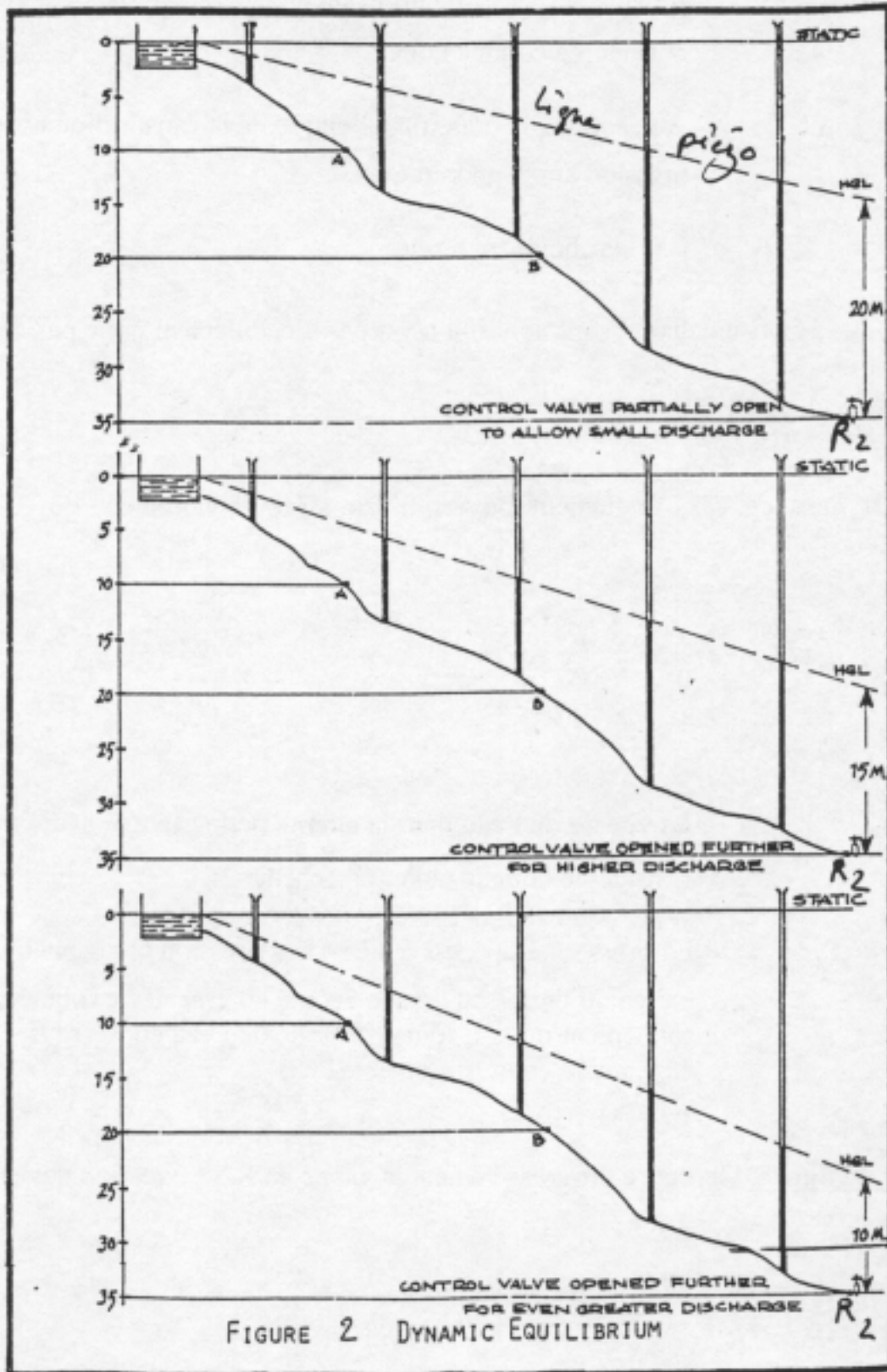


Figure 2 : Formule de Bernoulli. Ouverture progressive de l'adduction.
(illustration extraite de : *A Handbook of Gravity-flow Water Systems*, ref. p.7)



L'équation d'Hazen William : détermination rapide d'un diamètre par l'utilisation de l'équation de Hazen William

De nombreux chercheurs se sont penchés sur l'étude expérimentale de la détermination des pertes de charge dans une adduction en fonction de l'état de surface (donc des frottements) contre les parois. On peut citer les formules de Darcy, Colebrook, Hazen William pour les plus utilisées.

L'équation d'Hazen William permet de déterminer le débit maximum transportable par un tronçon d'adduction en fonction du diamètre choisi et du type de matériau utilisé.

L'exemple de calcul de l'adduction de Doge Larosso en Ethiopie montre tout l'intérêt de cette formule hydraulique pour dimensionner au mieux l'ouvrage :

La formule de Hazen William est la suivante :

$$Q_{\max} = 0,2785 \left(\frac{\Delta H}{L} \right)^{0,54} \cdot C_1 \cdot D_{in}^{2,63}$$

Avec :

- Q max. débit maximum transporté par le tronçon (en m³ par seconde)
- L longueur du tronçon (en m)
- DH est la différence d'altitude entre les deux extrémités du tronçon (en m)
- C1 le coefficient de frottement du matériau utilisé

On utilisera les valeurs de C1 suivantes :

Matériau	C1
PVC	145
Galvanisé neuf	130
Galvanisé ancien	100

D_{in} est le diamètre intérieur (en m)

D_{out} est le diamètre extérieur

Dans le cas de Doge Larosso un tronçon compris entre deux boîtes de distribution doit alimenter deux fontaines (0,2 l/s et par fontaine); le débit maximum à transporter est de 0,4 l/s.

Le dénivelé entre les deux bacs est de 40 m , la longueur du tronçon est de 884 m.



Scénario 1, on évalue la capacité de l'adduction avec la pose d'une tuyauterie en 2" soit $D_{out} = 50$ mm et $D_{in} = 41$ mm

En utilisant Hazen William :

$$Q_{\max} = 0,2785 \cdot \left(\frac{40}{884} \right)^{0,54} \cdot 145 \cdot 0,041^{2,63}$$

$$Q_{\max} = 0,00171 \cdot m^3 / s = 1,71 \cdot l / s$$

Il est clair que les 0,4 l/s seront transportés par l'adduction en 2 pouces mais sans doute est-il possible de réduire le diamètre sans nuire au service rendu.

Scénario 2 : on choisit une tuyauterie en 1"½ soit 32 mm de diamètre extérieur, soit encore 26,8 mm de diamètre intérieur.

Les calculs par la formule de Hazen William montrent que le débit maximum transporté dans ce cas sera de 0,56 l/s.

La capacité du tronçon est supérieure au débit à transporter, ce choix est donc satisfaisant.

Dans tous les cas de figure on calculera la vitesse de l'eau dans la tuyauterie, à partir de la formule élémentaire :

$$V = \frac{Q}{S}$$

Avec V vitesse de l'eau dans la canalisation (en m/s)

Q débit max. de l'adduction (en m³/s)

S section de l'adduction (en m²)

Pour le scénario 1 la vitesse de l'eau dans le tronçon calculé en 2 pouces de diamètre donnera une vitesse de 0,3 m/s.

Cette valeur est inférieure à la valeur minimum recommandée qui est de 0,7 m/s. Il y a de forts risques de sédimentation dans le tronçon.

Dans le cas du choix en 32 mm de diamètre, la vitesse de l'eau sera de 0,71 m/s, ce qui est suffisant pour éviter la sédimentation.

Dans le cas de l'adduction de Doge Laroso, l'ensemble des calculs montre que le choix de tuyaux en 32 mm est suffisant. La comparaison des coûts dans les deux cas de figure est intéressante:

Coût 50 mm = 610 tuyaux x 74 EB + 10% plomberie = 49 654 EB (1 Ethiopian Birr \cong 0.90FF)

Coût 32 mm = 610 tuyaux x 34 EB + 10% plomberie = 22 814 EB



L'usage d'une formule permettant de dimensionner au mieux une adduction est donc indispensable, pour trois raisons principales :

- le fonctionnement sera assuré sans risque de sédimentation,
- des économies importantes pourront être réalisées sur les matériaux (coût réduit de plus de 50% dans le cas étudié),
- l'entretien de l'adduction sera moins coûteux (pièces et tuyaux meilleur marché), facteur d'importance puisque cette charge reviendra à la communauté bénéficiaire, disposant généralement de peu de ressources.

Bibliographie:

A Handbook of Gravity-Flow Water Systems, Thomas D. Jordan Jnr., Intermediate Technology Publications (I.T.) 1980 (250 p.), **ouvrage chaudement recommandé par Pierre Pioge.**

Peut être commandé à : Intermediate Technology Publications, 103-105 Southampton Row, London, WC1B 4HH, United Kingdom, Tel: 44.171.436.9761

Fax: 44.171.436.2013, E-mail: itpubs@itpubs.org.uk

Sur Internet: <http://www.oneworld.org/itdg/publications.html>

