

Hydraulique pour le génie rural

Jean-Pierre BAUME
Gilles BELAUD
Pierre-Yves-VION

Avril 2013





Ce document est composé des chapitres suivants :

- Principes généraux d'hydraulique
- Hydraulique en charge
- Pompes
- Hydraulique à surface libre
- Transport de particules
- Métrologie

Les annexes comprennent des tables de valeurs, des détails de calculs non développés dans le corps du document, une liste de références, un inventaire des notations utilisées ainsi dans l'ensemble du document ainsi qu'un index.



Table des matières

1	Statique et dynamique des fluides : principes généraux	3
1.1	Propriétés élémentaires des fluides	4
1.2	Hydrostatique	6
1.2.1	Effet de la pression dans une conduite	6
1.2.2	Profil de pression	7
1.2.3	Poussée d'Archimède	8
1.3	Fluides en mouvement	9
1.3.1	Hypothèse préliminaire : écoulements mono-dimensionnels	9
1.3.2	Vitesse d'un écoulement, débit	9
1.3.3	Turbulence d'un écoulement	10
1.3.4	Rugosité	11
1.3.5	Charge	11
1.3.6	Principes de conservation	13
1.3.7	Exemples	14
2	Hydraulique en charge	17
2.1	Définitions	18
2.1.1	Écoulement en charge	18
2.1.2	Pertes de charge	18
2.2	Écoulements et pertes de charge linéaires	19
2.2.1	Pertes de charge linéaires	19
2.2.2	Nombre de Reynolds	19
2.2.3	Régime laminaire	19
2.2.4	Régime turbulent	20
2.2.5	Formules usuelles et méthodes pratiques	21
2.2.6	Pertes de charge et diamètre de conduite	23
2.3	Pertes de charge singulières	23
2.3.1	Formulation générale	23
2.3.2	Valeurs usuelles	23
2.4	Notion de caractéristique d'une conduite ou d'un réseau	25
2.4.1	Définition	25
2.4.2	Cas d'une association en série	25
2.4.3	Cas d'une association en parallèle	25
2.5	Logiciels	26
2.5.1	Eau potable	26

2.5.2	Irrigation	27
3	Pompes	29
3.1	Définitions et grandeurs caractéristiques	29
3.1.1	Définitions	29
3.1.2	Grandeurs caractéristiques	29
3.2	Utilisation des pompes centrifuges	31
3.2.1	Point de fonctionnement	31
3.2.2	Cavitation	34
3.2.3	Régulation	36
3.2.4	Réservoir de régulation	37
3.3	Coups de bélier	38
3.3.1	Description qualitative	38
3.3.2	Analyse	39
3.3.3	Etude quantitative	44
3.4	Appareils de sécurité pour les réseaux sous pression	47
3.4.1	Appareillage anti-bélier	47
3.4.2	Appareillage de protection générale	47
3.4.3	Stabilisateurs et limiteurs de pression	48
3.4.4	Protection mécanique	48
4	Hydraulique à surface libre	49
4.1	Généralités	50
4.1.1	Rappel des hypothèses	50
4.1.2	Exemples de problèmes abordés	50
4.1.3	Variables de l'écoulement	51
4.1.4	Profil des vitesses	52
4.1.5	Profil de pression	54
4.1.6	Charge hydraulique	54
4.1.7	Écoulement fluvial ou écoulement torrentiel ?	54
4.2	Écoulements uniformes	56
4.2.1	Définition	57
4.2.2	Expression des pertes de charge	57
4.2.3	Applications	61
4.3	Écoulements graduellement variés	62
4.3.1	Définition	62
4.3.2	Equation	63
4.3.3	Les formes classiques des courbes de remous	63
4.3.4	Notion de contrôle hydraulique de l'écoulement	66
4.4	Écoulements rapidement variés	67
4.4.1	Ressaut hydraulique	68
4.4.2	Ouvrages et singularités	70
4.4.3	Raccordement des courbes de remous	78
4.4.4	Exemples d'application	79
4.5	Écoulements transitoires	81
4.5.1	Laminage dans une retenue	81

4.5.2	Modélisation de la propagation	82
4.5.3	Equations de l'onde cinématique	83
4.5.4	Equations de l'onde diffusante	85
4.5.5	Equations de Saint-Venant	86
4.5.6	Quand utiliser telle ou telle formulation ?	86
4.5.7	Application aux courbes de tarage	88
4.5.8	Méthodes numériques	88
5	Transport de particules	91
5.1	Phénomènes de transport	92
5.1.1	Introduction	92
5.1.2	Notion de concentration	92
5.1.3	Processus	93
5.1.4	Applications	94
5.2	Transport solide	96
5.2.1	Introduction	96
5.2.2	Les modes de transport	96
5.2.3	Critères d'évaluation	97
5.2.4	Formules de prédiction du transport à l'équilibre	100
5.2.5	Théorie du régime	102
5.2.6	Transport hors équilibre	102
5.2.7	Logiciels de calcul du transport solide	103
5.2.8	Morphologie fluviale	104
5.2.9	Quelques exemples d'application	106
6	Mesure des flux	109
6.1	Mesure des flux d'eau	110
6.1.1	Mesures ponctuelles	110
6.1.2	Mesures en continu	113
6.2	Mesure de la géométrie	114
6.2.1	Profils en travers	114
6.2.2	Profils en long	115
6.3	Mesure des flux solides et des solutés	115
6.3.1	Généralités	115
6.3.2	Mesure des flux en suspension	116
6.3.3	Charriage	117
6.3.4	Prélèvements d'échantillons du lit	118
6.3.5	Analyse en laboratoire	118
	Bibliographie	119
	A Notations	121
	B Tables de valeurs	123
	C Valeurs de coefficients de Strickler	125

D	Formulaire	129
E	Problèmes	131
E.1	Application des principes généraux	132
E.2	Réseau en charge	132
E.2.1	Exemple de calcul n°1 : mise en place d'une adduction d'eau potable	132
E.2.2	Exemple de calcul n°2	135
E.3	Exemples de calculs usuels pour les réseaux	137
E.3.1	Longueur équivalente	137
E.3.2	Calcul de maille	137
E.3.3	Calcul de maille : conduites de diamètres différents	138
E.3.4	Problème des deux réservoirs	140
E.3.5	Pompage dans un lac	143
E.3.6	Adduction - distribution en montagne	147
E.4	Problèmes à surface libre	150
E.4.1	Principes généraux	150
E.4.2	Aménagement du cours d'eau	151
F	Calculs annexes	157
F.1	Profil minimisant la section d'écoulement	157
F.2	Equation du ressaut	157
F.3	Equations des ouvrages	159
F.4	Equations du régime transitoire	160
F.4.1	Equation de l'onde cinématique	160
F.4.2	Equations de l'onde diffusante	161
F.4.3	Equations de Saint-Venant	163
F.5	Méthode des caractéristiques	163
F.5.1	Présentation de la méthode	163
F.5.2	interprétation physique –	164
F.5.3	conditions initiales et conditions aux limites –	165
F.5.4	Etude d'un cas simple	166
F.5.5	Résolution par la méthode des caractéristiques	167
G	Ouvrages	169
G.1	Seuils	169
G.1.1	Seuil rectangulaire, paroi mince	169
G.1.2	Seuil triangulaire	169
G.1.3	Seuil circulaire	169
G.1.4	Seuil Parshall	169
G.2	Chute	170
H	Formules de transport solide	171
	Index	175



Introduction

Ce cours d'hydraulique générale s'adresse aux ingénieurs de l'agriculture et de l'environnement. Il a pour objectif de donner aux ingénieurs les outils pour aborder des problèmes de diagnostic, de dimensionnement, de gestion d'équipements pour les réseaux d'irrigation, d'eau potable et d'assainissement ou les cours d'eau. Nous nous intéresserons principalement au transfert de l'eau.

Nous chercherons avant tout à donner des éléments pratiques, à traiter des exemples concrets sans chercher l'exhaustivité ni à revenir à la théorie fondamentale de la mécanique des fluides. Pour ces aspects, nous renvoyons le lecteur aux ouvrages références dans la bibliographie critique.

Le chapitre 1 donne des éléments de base en statique et dynamique des fluides. On rappelle ainsi les principales grandeurs et les relations fondamentales de l'hydrostatique et de l'hydrodynamique.

Le chapitre 2 s'intéresse aux réseaux en charge et au calcul des pertes de charge dans les conduites. Le chapitre suivant présente les systèmes de mise en pression de l'eau.

Le chapitre suivant étudie les écoulements à surface libre, pour applications concernant l'aménagement de rivière ou les canaux d'irrigation ou d'assainissement. Des éléments de transport de particules dans les écoulements à surface libre, notamment le transport solide, sont abordés ensuite.

Enfin, le dernier chapitre aborde les problèmes de métrologie : comment mesurer les débits (mesures ponctuelles, mesures en continu) et les flux solides.

Un document de cours aborde spécifiquement la démarche de modélisation en hydraulique fluviale.

Chapitre 1

Statique et dynamique des fluides : principes généraux

Sommaire

1.1 Propriétés élémentaires des fluides	4
1.2 Hydrostatique	6
1.2.1 Effet de la pression dans une conduite	6
1.2.2 Profil de pression	7
1.2.3 Poussée d'Archimède	8
1.3 Fluides en mouvement	9
1.3.1 Hypothèse préliminaire : écoulements mono-dimensionnels	9
1.3.2 Vitesse d'un écoulement, débit	9
1.3.3 Turbulence d'un écoulement	10
1.3.4 Rugosité	11
1.3.5 Charge	11
1.3.6 Principes de conservation	13
1.3.7 Exemples	14

Ce chapitre introduit les propriétés générales des écoulements utiles pour la compréhension des processus et leur quantification : propriétés élémentaires des fluides, formes de l'énergie, régimes d'écoulement, principes de conservation.

Les propriétés générales sont données et illustrées ; dans les chapitres suivants, elles seront reprises et spécifiées dans les cas à surface libre ou en charge.

1.1 Propriétés élémentaires des fluides

◇ **Fluide** : corps sans forme propre pouvant s'écouler. On distingue les **liquides**, fluides très peu compressibles, des **gaz**, fluides occupant le maximum d'espace qui leur est offert.

Il existe de nombreux corps, rencontrés par exemple dans le domaine de l'agroalimentaire, dont les propriétés sont intermédiaires entre celles des solides et fluides (sables, poudres, gélatines...).

◇ **Masse volumique** : masse par unité de volume, elle se mesure en kg/m^3 (unités du système international) et est notée ρ . Celle de l'eau est généralement prise égale à 1000kg/m^3 .¹ Notons que les variations de la masse volumique de l'eau sont faibles en fonction de la température et en général sans influence (voir tableau 1.1 et annexe B).

TABLE 1.1 – Constantes physiques pour l'eau

Température	0°C	4°C	15°C	20°C	60°C	100°C
Masse volumique ρ (kg/m^3)	999,8	1000,0	999,2	998,2	983,1	958,1
Viscosité cinématique ν (m^2/s)	$1,79 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^{-6}$	$0,47 \cdot 10^{-6}$	$0,29 \cdot 10^{-6}$

◇ **Pression** : force par unité de surface qui s'exerce sur un fluide au repos. Elle résulte des chocs sur les particules du fluide et est normale à la surface considérée :

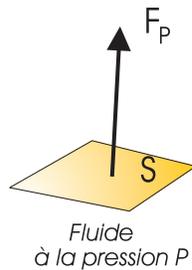


FIGURE 1.1 – Pression sur une surface : $|F_P| = PS$

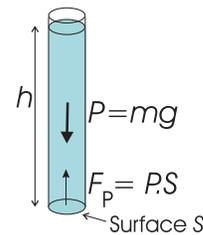


FIGURE 1.2 – Pression exercée par une colonne de liquide

L'unité du système international est le Pascal (Pa), égale à 1 N/m^2 , unité peu pratique et de ce fait assez peu employée en hydraulique. On utilise généralement l'hectopascal ($1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$), plus fréquemment le bar ou le millibar, mais on trouvera aussi des pressions données en *pound per square inch* (psi). On a :

$$1 \text{ bar} = 1000 \text{ mbar} = 1000 \text{ hPa} = 14,5 \text{ psi}$$

La notion de pression est aussi très couramment exprimée en « hauteur d'eau » ou « hauteur de mercure » ce qui est à proprement parler un abus de langage... bien pratique ! Prenons en effet une colonne remplie de liquide sur une hauteur h , surface S (Fig. 1.2).

Si on réalise un bilan des forces sur cette colonne (on suppose que le vide est fait en haut de la colonne et donc que la pression exercée en haut est nulle), on montre que la force de pression exercée sur la face

¹Une erreur classique est de prendre $\rho = 1$ dans les applications numériques, ce qui conduit à des aberrations si les unités des autres grandeurs sont celles du système international...

TABLE 1.2 – Ordres de grandeur de la pression

Pression atmosphérique	1,013 bar	10,33 m d'eau
Réseau d'irrigation sous pression *	4 à 10 bars	40 à 100 m d'eau
Pression artérielle *	0,10 à 0,18 bar	7 à 14 cm de Hg
Pneu de voiture *	2 bars	29 psi

* Attention : il s'agit ici de pressions relatives

inférieure de la colonne est égale à $F_P = mg$ où m est la masse de la colonne d'eau et g l'accélération de la pesanteur ($g = 9,81\text{m/s}^2$). Or $F_P = p.S$, on a donc $p = mg/S$. En notant que $m = \rho h.S$ (définition de la masse volumique), alors on obtient

$$p = \rho g h \quad (1.1)$$

Une pression de 1 bar correspond donc à la pression exercée par une colonne de hauteur $h = 10^5 / (9,81 \times 1000) = 10,2\text{m}$ pour l'eau. Si on considère non plus de l'eau mais du mercure (masse volumique $\rho_{Hg} = 13700\text{kg/m}^3$), on obtient 1 bar avec une colonne de 750mm de hauteur.

On retiendra qu'une colonne d'eau de 10 m correspond environ à une pression de 1 bar.

Le tableau 1.2 illustre la confusion qu'il peut y avoir sur la définition de pression : pour la plupart des applications, nous raisonnerons en **pression relative**, c'est-à-dire en écart de pression par rapport à la **pression atmosphérique**. Par exemple, si dans un pneu nous avons une pression de 1 bar, le pneu apparaît certes peu gonflé mais pas complètement à plat : il s'agit bien de pression relative, la **pression absolue** étant alors de 1 bar plus 1,013 bar.

◇ **Viscosité** : résistance à l'écoulement d'un fluide due à des frottements internes. Pour la caractériser, on définit deux variables

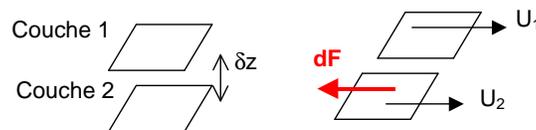


FIGURE 1.3 – Écoulement de deux couches de fluide parallèles

Prenons deux couches de fluides parallèles s'écoulant à des vitesses différentes. On conçoit qu'il y aura une force de résistance entre ces deux couches, force d'autant plus importante que le gradient de vitesse entre les deux sera grand (sur la figure 1.3, $(U_2 - U_1)/\delta z$), que la surface de contact sera grande (δS) et que le fluide sera visqueux (μ). Ainsi on peut écrire

$$|\delta F_{1-2}| = \mu \delta S (U_1 - U_2) / \delta z \quad (1.2)$$

Plus un élément est dense, plus les forces de résistance ont tendance à augmenter : on préfère souvent alors utiliser la viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$ qui caractérise mieux la propriété de viscosité propre au fluide. Ainsi, l'air apparaît plus visqueux que l'eau.

Lorsque μ (ou ν) ne dépend que du fluide (et non de la vitesse d'écoulement), le fluide est dit **newtonien**. C'est le cas par exemple de l'eau, de l'huile... mais ce ne sera plus le cas pour bon nombre de fluides étudiés en agroalimentaire : un yaourt offrira d'autant moins de résistance que vous le remuerez avec votre petite cuillère ! On pourra observer l'effet inverse pour une sauce béchamel...

Lorsque les forces de viscosité peuvent être négligées, on parlera de **fluide parfait**.

Attention, la viscosité dépend de la température du fluide, newtonien ou non. Si c'est évident pour de la pâte à tartiner ou du miel, c'est vrai aussi pour l'eau ! De l'eau liquide à 0°C est 6 fois plus visqueuse que de l'eau à 100°C .

EXEMPLE – Faites une expérience : prenez de l'eau trouble, chargée en particules très fines de limon et d'argile. Faites-la bouillir et constatez que la plupart des particules se déposent au fond... Les forces de viscosité qui retenaient les particules en suspension à température ambiante ne sont plus suffisantes à température d'ébullition et les particules décantent beaucoup plus rapidement.

La force de résistance est tangente à la surface considérée, proportionnelle à la surface. On préfère alors parler de **contrainte de cisaillement**, notée τ : une contrainte est une force par unité de surface, exprimée en pascals. La pression est également une contrainte ($p = F_P/S$, c'est une **contrainte normale** car elle s'exerce perpendiculairement à une surface de fluide. L'ensemble des contraintes en un point (normales, de cisaillement) constitue le **tenseur des contraintes**.

Notations classiques en mécanique des fluides – Dans un repère orthonormé $(0,x,y,z)$, la contrainte sur une facette normale à l'axe y , dans la direction x , est notée τ_{xy} . Dans ce repère à 3 dimensions, le tenseur des contraintes τ peut donc s'écrire sous la forme d'une matrice de 3 par 3.

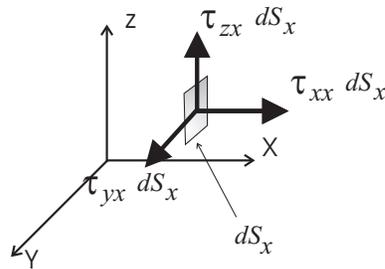


FIGURE 1.4 – Tenseur des contraintes dans un fluide

L'équation 1.2 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.3)$$

De la même manière, $\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = -p$.

1.2 Hydrostatique

1.2.1 Effet de la pression dans une conduite

Une conduite sous pression est soumise à des efforts dans son axe principal (impliquant par exemple l'arrachement de conduites au niveau de raccords) et d'étirement radial (allant parfois jusqu'à l'éclatement).

Le premier aspect peut être calculé par bilan des efforts sur une portion de conduite.

Étudions par exemple l'effort dans une canalisation au niveau d'un té. Ce té est soumis aux forces de pression F_1 , F_2 et F_3 . Les forces F_1 et F_2 sont opposées et sont toutes les deux de norme $p S$, S étant la section du tuyau (égale à $\pi D^2/4$); leur somme est donc nulle. La force F_3 est aussi de norme $p S$.

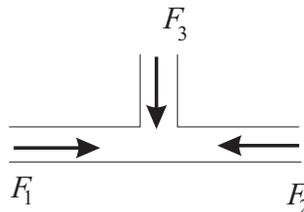


FIGURE 1.5 – effort sur un té

EXERCICE – Calculer la force sur une canalisation au niveau d'un coude.

Notons α l'angle du coude, F_1 et F_2 les forces sur les deux extrémités du coude.

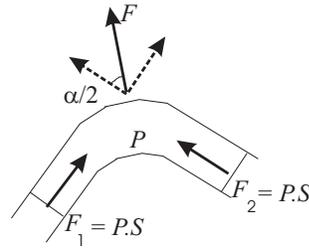


FIGURE 1.6 – effort sur un coude

La projection sur la bissectrice des deux conduites 1 et 2 nous donne une résultante de norme

$$F = \frac{\pi D^2}{2} P \sin(\alpha/2) \quad (1.4)$$

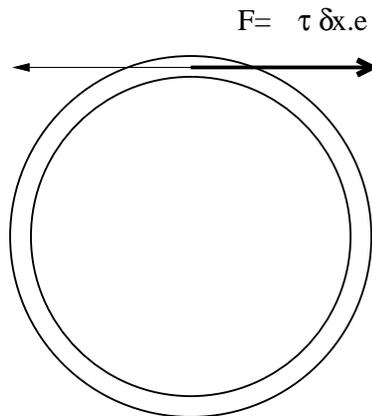


FIGURE 1.7 – Contrainte tangentielle et éclatement d'un tuyau

La sensibilité à l'éclatement d'un tuyau peut être caractérisée par la contrainte de rupture du matériau composant la tuyau. Pour un tuyau circulaire, on peut montrer que la contrainte exercée tangentiellement à la conduite est de $\tau = P \frac{D}{2e}$ où e est l'épaisseur du tuyau. Pour l'acier, la contrainte de rupture est de l'ordre de 100MPa : ainsi, une conduite en acier de 20cm de diamètre et de 1mm d'épaisseur peut résister jusqu'à une pression de 10 bars. On remarque aussi que, à pression égale, un tuyau devra être d'autant plus épais que son diamètre sera grand.

1.2.2 Profil de pression

L'étude des fluides au repos tient essentiellement de la relation montrée dans la section précédente (équation 1.1) et les applications sont nombreuses.

Considérons un réservoir à surface libre. La cote verticale de la surface libre est notée z_w , la pression atmosphérique p_0 . En un point du réservoir de cote z (figure 1.8), la pression est de

$$p(z) = p_0 + \rho g(z_w - z) \quad (1.5)$$

EXEMPLE – Calcul de la poussée sur un barrage – Calculer la force de pression sur un barrage poids de largeur L et de hauteur h .

On calcule tout d'abord le champ de pression relative exercée sur le barrage : au point d'altitude z , $p(z) = \rho g(z_w - z)$ (figure :1.8) Sur une bande de hauteur dz et de largeur L , la force de pression est de $dF = \rho g(z_w - z)Ldz$. On intègre alors sur la hauteur :

$$F = \int_{z=0}^{z_w} \rho g(z_w - z)Ldz \quad (1.6)$$

d'où

$$F = \rho g L h^2 / 2 \quad (1.7)$$

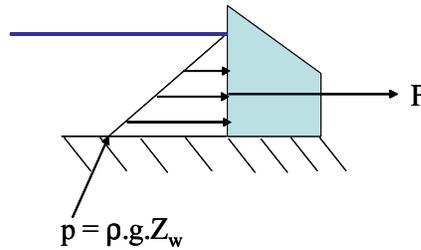


FIGURE 1.8 – Poussée sur le parement amont d'un barrage

Notion de charge hydraulique – En réécrivant l'équation 1.5, on remarque que, dans un fluide au repos,

$$\frac{p(z)}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_w \quad (1.8)$$

Ainsi, $p(z)/(\rho g) + z$ est constant dans tout le fluide. Cette quantité, appelée **charge hydraulique** et notée H , correspond en fait à l'énergie mécanique du fluide par unité de poids :

- ◇ z correspond à l'**énergie potentielle** ($mgz/(mg) = z$);
- ◇ $p/\rho g$ correspond à l'**énergie de pression** ($pV/(mg) = p/(\rho g)$).

1.2.3 Poussée d'Archimède

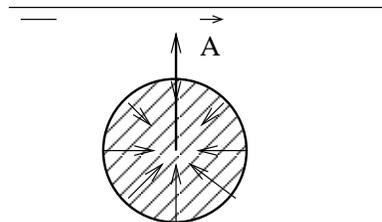


FIGURE 1.9 – Pression exercée sur un corps plongé dans un liquide et poussée résultante (poussée d'Archimède)

Considérons un solide plongé dans l'eau. Un profil de pression hydrostatique s'établit, exerçant un ensemble de forces de pression à la surface de ce solide. La pression étant plus forte vers le bas que vers le haut, il en résulte une force orientée vers le haut, appelée **poussée d'Archimède**. On peut montrer facilement que l'intensité de la force est égale au poids du liquide déplacé.



FIGURE 1.10 – Canal à surface libre – Vue à l'échelle d'un aménagement; à cette échelle, on voit clairement le mouvement d'ensemble, donc l'axe de l'écoulement qui peut être considéré comme monodimensionnel.

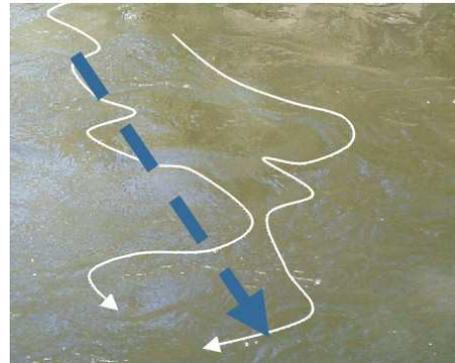


FIGURE 1.11 – Canal à surface libre – Vue à une échelle plus grande de la surface libre; à cette échelle, la trajectoire des particules est désordonnée du fait de la turbulence. En approche monodimensionnelle, on ne s'intéresse pas aux trajectoires individuelles des particules mais au mouvement d'ensemble selon l'axe de l'écoulement moyen.

1.3 Fluides en mouvement

1.3.1 Hypothèse préliminaire : écoulements mono-dimensionnels

Dans ce document, nous nous intéressons uniquement aux écoulements ayant une direction privilégiée. Cette direction sera l'axe de l'écoulement, noté x . Cela ne veut pas dire que toutes les particules de fluide se déplacent parallèlement à cet axe... mais nous ne chercherons pas à étudier les courants secondaires. L'axe vertical sera noté z , l'axe horizontal perpendiculaire à l'axe de l'écoulement sera noté y .

Lorsque l'on se place dans une section perpendiculaire à l'axe de l'écoulement (plan (y, z)), la surface du fluide selon ce plan est appelée la **section mouillée**, notée S .

1.3.2 Vitesse d'un écoulement, débit

Considérons par exemple un écoulement dans un canal. En première approximation, par exemple à l'échelle de l'aménagement global, l'écoulement se fait dans une direction privilégiée : il s'agit de transporter l'eau d'un point à un autre. Si l'on regarde de plus près, en se plaçant au bord de la berge du canal, on remarque d'une part que l'eau circule en moyenne moins vite près des parois que au centre, d'autre part que des tourbillons se développent à la surface.

Ainsi peut-on définir plusieurs notions de vitesse d'écoulement.

vitesse locale instantanée

Il s'agit de la vitesse d'une particule (par exemple une molécule d'eau) en un point donné, à un instant donné. Même si l'écoulement a une direction privilégiée, ces vitesses auront trois composantes u , v et w selon les axes x , y , et z .

vitesse locale moyenne

Si l'on se place en un point donné de l'écoulement et on regarde les composantes u , v et w , on remarque que v et w présentent un caractère aléatoire, mais leur moyenne est nulle. La composante u présente aussi un caractère aléatoire, mais sa moyenne \bar{u} est non nulle : elle est de l'ordre de grandeur de la vitesse d'ensemble de l'écoulement.

L'écoulement présente toutefois un profil de vitesse \bar{u} dans un plan orthogonal à l'axe de l'écoulement : plus on s'approche des parois, plus le fluide est ralenti.

débit

Le débit d'un écoulement à travers une section est la quantité qui traverse cette section par unité de temps. Par défaut, le débit utilisé est le débit volumique, en m^3/s dans le système international.

Un écoulement dans un tube de section dS et à vitesse u a un débit $dQ = u \cdot dS$. Ainsi, le débit total dans une section est

$$Q = \int_S \bar{u} dS \quad (1.9)$$

où \bar{u} est la vitesse locale moyenne définie ci-dessus. On verra que cette relation permet d'avoir expérimentalement une estimation du débit.

Le débit est également un volume par unité de temps : on peut parfois l'évaluer en mesurant le temps qu'il faut à un écoulement pour remplir un certain volume.

On donne en annexe quelques unités de mesures fréquemment utilisées. Le mètre cube par seconde est bien adapté pour exprimer les débits dans les cours d'eau et les réseaux de transport d'eau. Dans les systèmes de taille plus modestes (exploitations agricoles, équipements domestiques), on parle en mètres cubes par heure voire en litres par heure.

vitesse moyenne

Elle est obtenue par intégration de \bar{u} sur la section d'écoulement :

$$U = \frac{1}{S} \int_S \bar{u} dS \quad (1.10)$$

C'est, en d'autres termes, le **débit** de l'écoulement divisé par la section de l'écoulement :

$$U = Q / S \quad (1.11)$$

C'est la notion de vitesse la plus utilisée pour les applications qui nous concernent et la relation 1.11 est incontournable.

1.3.3 Turbulence d'un écoulement

Le caractère aléatoire des vitesses instantanées est lié à la turbulence de l'écoulement. Cette turbulence se développe d'autant plus que les forces d'inertie qui s'exercent sur les molécules sont importantes par rapport aux forces de viscosité qui assurent le liaison entre les différentes particules de fluide.

Reynolds (1842-1912) a montré que cette importance relative pouvait être quantifiée par le rapport

$$Re = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (1.12)$$

U_0 étant l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement considéré, L une échelle de grandeur, ν la viscosité cinématique. Ainsi, un fort nombre de Reynolds (défini par la relation 1.12) indique un écoulement où les forces de viscosité sont négligeables par rapport aux forces d'inertie : la turbulence sera alors fortement développée. Un écoulement à faible nombre de Reynolds ($Re < 2000$) sera un écoulement visqueux.

Pour nos applications, l'ordre de grandeur de la vitesse sera la vitesse moyenne U , l'échelle de longueur sera par exemple le diamètre d'une conduite pour un écoulement en charge. La plupart du temps l'écoulement (en charge ou à surface libre) sera turbulent.

En revanche, au niveau des parois, la condition de contact impose une vitesse nulle. Au voisinage des parois, nous avons présence d'un écoulement visqueux : il s'agit de la **couche limite**.

TABLE 1.3 – Valeurs de la rugosité ϵ

Type de matériau	ϵ
Conduite en béton très rugueux	de l'ordre du mm
Conduite en béton lisse	de l'ordre de 0,1 mm
Cours d'eau (présence de végétation, de graviers)	de l'ordre de quelques cm
Canal en béton lisse	de l'ordre du mm

1.3.4 Rugosité

La rugosité d'une paroi ϵ est la hauteur des aspérités de cette paroi (figure 1.12). Elle est donnée en mètres ou en mm. On se référera par exemple à [9] pour les valeurs de ϵ pour différents matériaux.

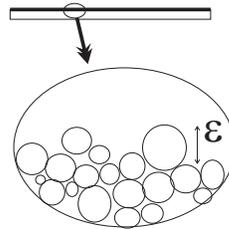


FIGURE 1.12 – Rugosité d'une paroi

Le tableau 1.3 donne des ordres de grandeur de valeurs de ϵ et illustre la variabilité que l'on pourra observer suivant les matériaux rencontrés.

Si ϵ est inférieur à l'épaisseur de la couche limite l'écoulement est dit lisse.

1.3.5 Charge

Comme défini en section 1.2.2, la charge est l'énergie de l'écoulement par unité de poids de l'eau. Cette quantité est homogène à une longueur : elle sera exprimée en mètres (sous entendu «mètres d'eau») :

$$H = p/(\rho g) + z + \frac{u^2}{2g} \quad (1.13)$$

Le terme $u^2/2g$ est l'énergie cinétique ($m u^2/2$) divisée par le poids (mg). La charge est toujours définie par rapport à une référence. En pratique, on ne précise souvent pas cette référence car on travaillera avec des différences de charge. Le cas le plus fréquent est de travailler avec des pressions relatives (p est la différence de pression entre le fluide et l'atmosphère), z est l'altitude par rapport à un plan de référence horizontal (par exemple, le niveau de la mer).

Théorème de Bernoulli – Pour un fluide parfait en régime permanent, la charge est constante le long d'une ligne de courant (figure 1.13).

Rappelons qu'une ligne de courant est une ligne tangente aux trajectoires de particules. En régime permanent, on peut montrer que lignes de courant et trajectoires sont confondues.

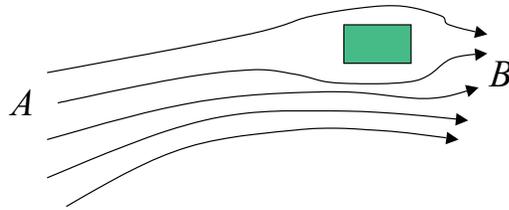


FIGURE 1.13 – La charge entre A et B est la même sur une même ligne de courant

La charge H est alors l'altitude que l'eau pourrait atteindre si toute son énergie mécanique était utilisée pour élever l'eau. Ainsi, en mettant un tube vertical dans l'eau, avec un orifice dans l'écoulement, face au courant, le niveau d'eau doit monter à l'altitude H . On le montre facilement en écrivant le théorème de Bernoulli sur une ligne de courant passant par le tube.

Charge dans une section d'écoulement – La charge étant un potentiel, c'est une variable intensive et la charge totale dans une section ne peut pas, en théorie, être directement calculée comme la moyenne des charges de la section.

On définit la charge totale à partir de la puissance totale de l'écoulement, qui elle-même peut être calculée par sommation des puissances dans les différents tubes de courant qui composent l'écoulement (en posant $u = \bar{u}$) :

$$\rho g Q \bar{H} = \int_S \rho g (u \cdot dS) H(y, z) \quad (1.14)$$

où $H(y, z)$ est la charge en un point (y, z) , soit $H(y, z) = z + p/(\rho g) + u^2/(2g)$, $(\bar{u} \cdot dS)$ le débit dans un élément de section dS .

La pression suit la plupart du temps un profil hydrostatique ; ainsi, le terme $z + p/(\rho g)$ est constant et peut donc être sorti de l'intégrale. Il reste toutefois le terme d'énergie cinétique, $\int_S \rho g u^3/(2g) dS$ qui ne peut pas être simplifié a priori. On notera α le **coefficient d'énergie cinétique** (ou **coefficient de Coriolis**) défini à partir de la vitesse moyenne comme suit :

$$\alpha \frac{U^2}{2g} = \frac{1}{US} \int_S u^3/(2g) dS \quad (1.15)$$

et donc

$$\bar{H} = z + \frac{p(z)}{\rho g} + \alpha \frac{U^2}{2g} \quad (1.16)$$

En pratique, α est proche de 1, et il l'est d'autant plus que le profil de vitesse est homogène (donc pour les écoulements turbulents). Il est plus proche de 2 pour les écoulements laminaires. Dans la suite du document, nous noterons H la charge totale.

Pertes de charge – Pour les fluides réels, et sans apports d'énergie externe, la charge d'un écoulement ne peut que diminuer du fait des pertes d'énergie dues aux chocs entre particules et aux forces de viscosité. Toutefois, le théorème de Bernoulli peut être utilisé dans de nombreuses applications où les pertes de charge sont faibles.

On imagine facilement que les pertes de charge augmenteront avec la vitesse des écoulements :

- **en régime laminaire**, où les forces de viscosité sont prépondérantes, les pertes de charges sont proportionnelles à la vitesse de l'écoulement (les forces de viscosité étant proportionnelles au gradient de vitesse) ;
- **en régime turbulent**, où les forces d'inertie dominent, les pertes de charges sont proportionnelles à l'énergie cinétique, donc au carré de la vitesse d'écoulement.

Entre les deux existe un régime de transition. Nous verrons comment caractériser ces différents types de régime à l'aide du nombre de Reynolds.

Pertes de charge linéaires et singulières – La présence d'un obstacle dans l'écoulement augmentera en général la turbulence ou les forces de viscosité (suivant la nature de l'écoulement). Ainsi, la charge diminue fortement au passage de l'obstacle ou **singularité**. On parle alors de **perte de charge singulière**.

La charge diminue également dans les portions sans obstacle du fait des forces internes (turbulence, viscosité) et des forces externes (frottement sur les parois). On parle alors de **perte de charge linéaire**. Entre deux points, cette perte de charge ΔH est d'autant plus grande que la distance Δx entre ces deux points est grande. On note J la perte de charge (en valeur absolue) par unité de longueur :

$$J = -\frac{dH}{dx} \quad (1.17)$$

J est également appelé le **gradient hydraulique**. Il est sans unité, bien qu'on le note souvent en mètre par mètre (m/m) ou cm/m.

Représentation graphique de la charge – Il est utile de représenter l'évolution de la charge $H(x)$ sur l'axe vertical z : cela permet de voir quelle altitude pourrait atteindre l'eau si toute l'énergie était sous forme potentielle (figure 1.14).

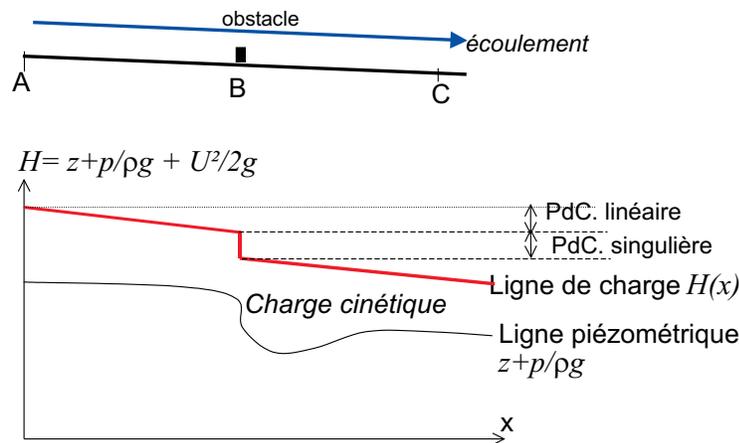


FIGURE 1.14 – **Ligne de charge**, ligne piézométrique : la charge diminue forcément, en revanche, la **ligne piézométrique**, qui est l'altitude qui serait atteinte par l'eau si elle pouvait monter librement dans un tube, peut monter lorsque la vitesse d'écoulement (donc la charge cinétique) diminue.

1.3.6 Principes de conservation

Ces principes sont fondamentaux pour l'étude de tous les écoulements.

Conservation de la matière – Ce principe donne lieu à une équation dite **équation de continuité**. On écrit que, dans un volume donné, fixe, le bilan de masse entrée-sortie sur une certaine durée est égal à l'accumulation de matière dans ce volume.

L'eau étant considérée comme incompressible dans la plupart de nos applications, le même bilan peut être écrit sur les volumes. Ce principe sera systématiquement utilisé dans toutes les applications.

Cas du régime permanent – Il n'y a pas de variation des grandeurs hydrauliques en fonction du temps, donc pas d'accumulation : on écrira alors que **le débit entrant dans un volume est égal au débit sortant**.

Ainsi, dans un écoulement mono-dimensionnel sans apport ni prélèvement, le débit est constant le long de l'axe de l'écoulement :

$$Q = S \times U = Cste \quad (1.18)$$

Comme dans tout problème de mécanique, on appliquera également la relation fondamentale de la dynamique ou son corollaire, la conservation de l'énergie totale.

Conservation de la quantité de mouvement – Ce principe donne lieu à une équation dite **équation dynamique**. On écrira que, sur un volume donné, fixe, le bilan sortie-entrée de quantité de mouvement, plus l'accumulation de quantité de mouvement dans le volume est égal à la somme des forces extérieures appliquées au fluide contenu dans le volume. C'est le **théorème d'Euler**.

Ces forces seront généralement des forces de pression exercée sur les parois du volume de fluide, les forces de pesanteur et des forces de frottement des parois sur le fluide.

On utilise cette relation lorsqu'on est capable d'évaluer les forces extérieures appliquées au fluide.

Conservation de l'énergie – On écrit le bilan d'énergie mécanique dans le fluide. Cette relation est utilisée lorsqu'on sait exprimer les pertes de charge au sein du fluide. Lorsqu'on néglige les pertes de charge, on retrouve simplement le théorème de Bernoulli.

Pour aller plus loin... Les équations utilisées en hydraulique (continuité, dynamique) sont un cas particulier des équations de Navier-Stokes décrivant les mouvements aléatoires des particules dans les 3 dimensions. Pour obtenir les équations de l'hydraulique classique, on formule un certain nombre d'hypothèses simplificatrices très largement vérifiées généralement : le fluide est incompressible, le profil des pressions est de type hydrostatique, il existe une relation entre l'intensité de la turbulence et les paramètres globaux de l'écoulement (relation de fermeture).

1.3.7 Exemples

Vidange d'une cuve – Considérons l'écoulement par un orifice situé au bas d'une cuve. On peut estimer le débit à travers l'orifice par application de la relation de Bernoulli. On supposera que l'écoulement passe à pression atmosphérique au niveau du point B . Le **coefficient de contraction** (rapport entre la section de l'écoulement en B et section S de l'orifice) est noté C_c (ou σ).

En supposant le fluide parfait, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} \quad (1.19)$$

v désignant la vitesse locale. La conservation du débit (équation de continuité) donne $v_A \times S_{cuve} = v_B \times C_c S$. De plus, $p_A = p_B$ (pression atmosphérique). Si l'orifice est de petite taille, la vitesse en A sera négligeable devant celle en B ; la relation 1.19 devient alors :

$$v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} \quad (1.20)$$

et le débit $Q = C_c S v_B$. On pourrait introduire une perte de charge au niveau de l'orifice, modifiant légèrement la relation 1.20.

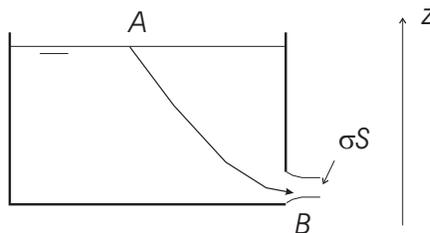


FIGURE 1.15 – Vidange d'une cuve

Retenue d'eau – Considérons maintenant une retenue d'eau créée par un barrage (figure 1.16)

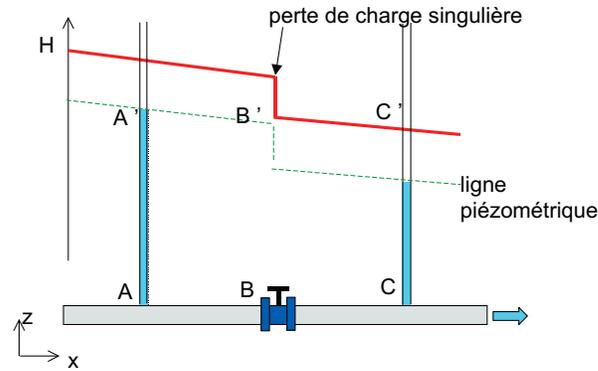


FIGURE 1.18 – Ligne de charge, ligne piézométrique dans une conduite



FIGURE 1.16 – Retenue hydroélectrique – barrage de Monteynard (Isère)

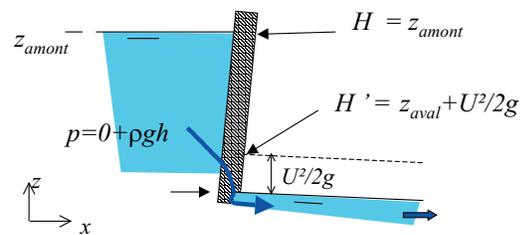


FIGURE 1.17 – Retenue hydroélectrique : charges amont et aval

A l'amont du barrage, la charge est égale à $H = z_{amont}$ car la vitesse est très faible dans la retenue (la section d'écoulement est très grande) ; on travaille également en pression relative, donc la pression est nulle au point $z = z_{amont}$.

A l'aval, la charge est égale à $H' = z_{aval} + U^2/2g$, le terme de pression étant nul également (car on est à la pression atmosphérique). Il y a donc une perte de charge $H - H'$ égale à $z_{amont} - z_{aval} - U^2/2g$. Or la vitesse dans un cours d'eau est généralement au plus de l'ordre de 1m/s, soit $U^2/2g \simeq 0,05m$. Cette valeur est négligeable par rapport à la différence de hauteur $z_{amont} - z_{aval}$.

Ainsi, nous pouvons avoir une perte de charge entre l'amont et l'aval du barrage égale (en gros) à la hauteur du barrage : cette énergie ne sera pas totalement perdue si elle sert à actionner des turbines et produire de l'électricité.

Piézomètre – Dans les écoulements en charge, nous chercherons à mesurer la pression dans les conduites. Si on perce un trou dans la conduite et on place un tube permettant à l'eau de monter, l'eau montera jusqu'à une certaine hauteur appelée **niveau piézométrique**.

En effet, nous avons continuité de la pression au niveau de la surface de contact entre la conduite et le tube piézométrique (points A et C). Entre A et A', la charge est la même et nous avons (relation 1.1) :

$$p_A = p_{A'} + \rho g(z_{A'} - z_A) \tag{1.21}$$

Or $p_{A'}$ est la pression atmosphérique, donc la lecture de la hauteur $z_{A'} - z_A$ nous donne directement la pression relative dans le tuyau. Attention, la charge est en revanche un peu plus élevée car il faut ajouter le terme de charge cinétique. Toutefois, si le tuyau est de section constante, la vitesse est constante entre A et C et la perte de charge entre A et C est égale à la différence de hauteur piézométrique entre A et C ($z_{A'} - z_{C'}$).

Ce principe permet de la même façon de caractériser la charge de l'eau dans le sol.

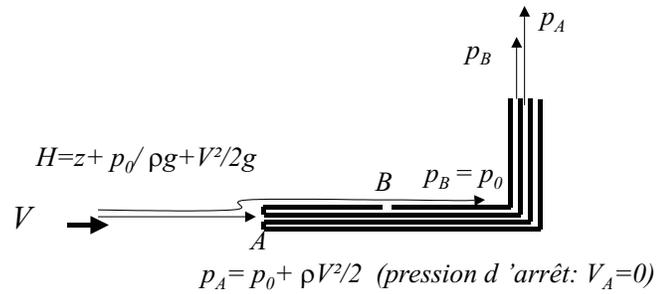


FIGURE 1.19 – Tube de Pitot

Tube de Pitot – Il consiste à transformer l'énergie cinétique en énergie de pression en un point de l'écoulement, mesurer cette pression grâce à un tube piézométrique, et la comparer à la pression initiale de l'écoulement (figure 1.19).

Ainsi, en écrivant le théorème de Bernoulli, on montre que la pression en A est égale à $p_A = p_0 + \rho V^2 / 2$: c'est la **pression d'arrêt**. En B, la pression est égale à p_0 . Ainsi, la mesure de $p_A - p_B$ (via des tubes piézométriques) permet d'estimer la vitesse du courant V .

Chapitre 2

Hydraulique en charge

Sommaire

2.1 Définitions	18
2.1.1 Écoulement en charge	18
2.1.2 Pertes de charge	18
2.2 Ecoulements et pertes de charge linéaires	19
2.2.1 Pertes de charge linéaires	19
2.2.2 Nombre de Reynolds	19
2.2.3 Régime laminaire	19
2.2.4 Régime turbulent	20
2.2.5 Formules usuelles et méthodes pratiques	21
2.2.6 Pertes de charge et diamètre de conduite	23
2.3 Pertes de charge singulières	23
2.3.1 Formulation générale	23
2.3.2 Valeurs usuelles	23
2.4 Notion de caractéristique d'une conduite ou d'un réseau	25
2.4.1 Définition	25
2.4.2 Cas d'une association en série	25
2.4.3 Cas d'une association en parallèle	25
2.5 Logiciels	26
2.5.1 Eau potable	26
2.5.2 Irrigation	27

L'alimentation en eau potable, ainsi que l'irrigation des terres, nécessitent de transporter l'eau de la source ou du stockage vers les lieux de consommation. Si les canaux à surface libre sont encore utilisés pour l'irrigation, les adductions d'eau potable se font dans la très grande majorité des cas par des conduites sous pression, dans lesquelles les écoulements sont *en charge*. L'objet de ce chapitre est de fournir des méthodes pratiques de dimensionnement des conduites ainsi que quelques éléments techniques relatifs aux réseaux d'adduction et d'alimentation en eau potable. La plupart des notions abordées ici sont développées dans [9].

Physiquement, la charge (ou énergie massique exprimée en mètres de colonne d'eau ou m.c.e.) est la somme des trois termes d'énergie :

- potentielle,
- de pression,
- cinétique.

Dans un liquide au repos, seuls les deux premiers termes sont présents, et l'énergie de pression augmente quand l'altitude diminue. Les mouvements du liquide vont entraîner des pertes d'énergie, ou pertes de charge, qui croissent approximativement comme le carré de la vitesse. Ainsi, lorsque les débits (et donc les vitesses) augmentent, la pression résiduelle diminue. On le constate sur une installation individuelle, lorsque l'on prend sa douche alors que quelqu'un d'autre ouvre un robinet !

Il devient indispensable de mettre en place des pompes lorsque les pertes d'énergie nécessaires au bon fonctionnement d'une installation sont supérieures à l'énergie potentielle ou de pression disponible (cf. chapitre suivant).

2.1 Définitions

2.1.1 Écoulement en charge

Un écoulement est dit en charge lorsqu'aucune partie de la section en travers n'est en contact avec l'atmosphère.

Conséquence immédiate : si un écoulement en charge est limité physiquement par des parois rigides, la pression statique va se transmettre (quasi-) instantanément dans tout le liquide. C'est une différence fondamentale avec les écoulements à surface libre.

Exemples :

- cas général des réseaux d'eau potable,
- réseaux d'irrigation sous pression,
- refoulements et cas particuliers de réseaux d'assainissement.

REMARQUES :

1. En règle générale, un réseau est conçu pour fonctionner soit en charge, soit à surface libre. Cela dit, un écoulement peut être successivement en charge et à surface libre, ou inversement.
2. En milieu naturel, les sections d'écoulement en charge peuvent être très complexes, comme dans le cas des réseaux souterrains karstiques.
3. Cette définition peut être étendue aux écoulements en milieux poreux.

2.1.2 Pertes de charge

ANALOGIE ÉLECTRIQUE

La détermination des intensités dans un réseau électrique nécessite la connaissance des énergies unitaires - les tensions U_e - et des résistances - r_e - . La résolution du système matriciel $[U_e] = [r_e].[i]$ permet le calcul des intensités.

Bien qu'elle soit purement formelle, une analogie existe avec la détermination des débits dans un réseau sous pression. Ceux-ci sont assimilables à des intensités. Les tensions sont alors les *charges*, exprimées en mètres pour des raisons pratiques, auxquelles s'opposent les résistances qui génèrent les *pertes de charges*. La difficulté provient de ce que les pertes de charge dépendent des débits par des relations non linéaires, alors qu'en électricité elles sont linéaires dans de nombreux cas.

La perte d'énergie dans une conduite uniforme est régulière et ne dépend que du débit et de la longueur de la conduite. On parle de pertes de charge linéaires. Toutes les singularités d'un réseau (coudes, divergents, convergents, vannes, clapets, ...) génèrent également des pertes d'énergie, mais uniquement en un point. On parle de pertes de charge singulières.

Des méthodes de calcul des pertes de charge linéaires et singulières dans les réseaux sous pression sont présentées dans la suite.

2.2 Ecoulements et pertes de charge linéaires

2.2.1 Pertes de charge linéaires

La perte de charge linéique, ou perte de charge linéaire unitaire, $J = -dH/dx$ est encore appelée le gradient hydraulique. L'analyse dimensionnelle du problème amène à définir un coefficient λ , tel que :

$$J = \frac{\lambda U^2}{D 2g} \quad (2.1)$$

λ est adimensionnel, mais souvent exprimé en m/m ou en mm/m. En première approximation, λ peut être supposé constant quel que soit le débit. En fait, il dépend aussi des conditions hydrauliques.

2.2.2 Nombre de Reynolds

Voir la définition du nombre de Reynolds au chapitre précédent, paragraphe 1.3.3 - On considère que l'écoulement est laminaire (ou visqueux) si $Re < 2500$ environ; si $Re > 20000$ l'écoulement est turbulent. Entre les deux, on est en régime de transition. La plupart du temps, comme en hydraulique à surface libre, l'écoulement est turbulent.

2.2.3 Régime laminaire

On peut montrer qu'en régime laminaire le profil des vitesses est du type parabolique (figure 2.1) : $u = 2U(1 - (r/R)^2)$, avec R rayon de la conduite, r distance du centre à un point quelconque de la section mouillée. On montre alors le coefficient λ est **indépendant de la rugosité** et vaut

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.2)$$

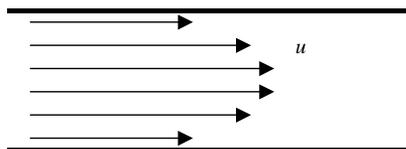


FIGURE 2.1 – Écoulement laminaire : champ de vitesses parabolique

2.2.4 Régime turbulent

Dans le cas turbulent, le profil des vitesses est à peu près homogène ($u(r) \approx U$). Toutefois, il peut exister une couche limite au voisinage de la paroi où l'écoulement est visqueux. L'existence de cette couche limite va permettre de distinguer trois cas.

Conduite rugueuse

Une conduite est dite rugueuse lorsque l'écoulement reste turbulent jusqu'aux parois. Le coefficient λ peut être estimé par la formule de Nikuradsé :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{3,71D}{\epsilon} \quad (2.3)$$

Conduite semi-rugueuse

Une conduite est dite semi-rugueuse lorsque l'écoulement ne comporte pas de zone laminaire, mais n'est pas parfaitement turbulent au voisinage de la paroi. Les formules extrêmement complexes des pertes de charge ne sont pas mentionnées ici.

Conduite hydrauliquement lisse

Dans une conduite hydrauliquement lisse coexistent :

- une zone laminaire, au voisinage de la paroi,
- une zone de transition,
- une zone turbulente, dans la partie centrale de la conduite.

Dans ce cas, λ peut être estimé à partir de la formule de Von Karman :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{Re\sqrt{\lambda}}{2,51} \right) \quad (2.4)$$

Blasius donne les valeurs expérimentales suivantes :

- pour : $Re < 5.10^4$: $\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$
- pour : $1,5.10^5 < Re < 10^6$: $\lambda = \frac{0,18}{Re^{0,2}}$

Conduite réelles

Colebrook donne une formule valable pour toutes les conduites :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71.D} + \frac{2,51}{Re.\sqrt{\lambda}} \right) \quad (2.5)$$

On remarque que :

- si $Re \rightarrow \infty$ on retrouve la formule de Nikuradsé
- si $\frac{\epsilon}{D} \rightarrow 0$ on retrouve la formule de Von Karman

REMARQUE IMPORTANTE Le calcul des réseaux usuels est généralement effectué pour les débits de pointe, de façon à déterminer la capacité de transport maximale d'une installation. Les vitesses maximales admises sont de l'ordre de 1,5 à 2 m/s, en fonction du matériau utilisé, et les diamètres des conduites sont compris entre 30 et 1500 mm.

Application numérique : pour $U = 1\text{m/s}$ et sachant que $\nu = 1,15.10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ pour de l'eau à 15°C.

- $D = 30mm \Rightarrow Re \approx 26100$
- $D = 1500mm \Rightarrow Re \approx 1300000$

Les écoulements considérés seront donc toujours **turbulents**.

2.2.5 Formules usuelles et méthodes pratiques

Formules usuelles

En écoulement turbulent, on utilisera soit des formules complexes (formule de Colebrook), soit des abaques, comme celles de Moody (cf. figure 2.2). On peut aussi utiliser des formules type Manning-Strickler .

$$J = \frac{U^2}{K_s^2 R^{\frac{4}{3}}} \quad (2.6)$$

Attention ! R est ici le rayon hydraulique : $R = \text{Surface mouillée} / \text{Périmètre mouillé}$

Pour une conduite circulaire : $R = \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot \pi \cdot D} = \frac{D}{4}$

Cette formulation a l'avantage de pouvoir exprimer la perte de charge sous la forme : $\Delta H = a \cdot Q^2$.

Les valeurs usuelles K_s sont données dans le tableau ci-dessous.

Type de revêtement	K_s en $m^{\frac{1}{3}}/s$
Conduites en fonte en service	75
Tunnels en maçonnerie ordinaire	70
Conduites métalliques rivetées	60
Tunnels non revêtus irréguliers	50
Tunnels non revêtus avec blocs saillants	30 à 40

λ étant donné par le diagramme universel de Moody, on peut également estimer K_s par la formule suivante :

$$K_s = \sqrt{\frac{124,6 \cdot D^{\frac{1}{3}}}{\lambda}} \quad (2.7)$$

La difficulté d'utiliser ces méthodes pour la détermination des débits provient de ce que λ dépend du nombre de Reynolds Re , et donc du débit.

Les fabricants de conduites fournissent les valeurs de λ pour différents matériaux classiques : fonte ductile, PVC, béton, ...

Méthode pratique

La formule de Lechapt et Calmon, basée sur des ajustements à partir de la formule de Colebrook, donne une simplification intéressante **pour le cas de l'eau** :

$$J = a_1 \cdot Q^{a_2} \cdot D^{-a_3} \quad (2.8)$$

dans laquelle a_1 , a_2 et a_3 sont des invariants pour une valeur de la rugosité ϵ . L'erreur commise est inférieure à 3%.

Attention ! La valeur de J obtenue est en mm/m ou m/km .

Matériau	ϵ (mm)	a_1	a_2	a_3
Fonte ou acier non revêtus - Béton grossier (eau corrosive)	2	1,863	2	5,33
Fonte ou acier non revêtus - Béton grossier (eau peu corrosive)	1	1,601	1,975	5,25
Fonte ou acier revêtement ciment -	0,5	1,40	1,96	5,19
Fonte ou acier revêtement bitume - Béton centrifugé	0,25	1,16	1,93	5,11
Acier laminé - Béton lisse	0,1	1,10	1,89	5,01
Fonte ou acier revêtement centrifugé	0,05	1,049	1,86	4,93
PVC - Polyéthylène	0,025	1,01	1,84	4,88
Tuyau hydrauliquement lisse - $0,05 \leq D \leq 0,2$	0	0,916	1,78	4,78
Tuyau hydrauliquement lisse - $0,25 \leq D \leq 1$	0	0,971	1,81	4,81

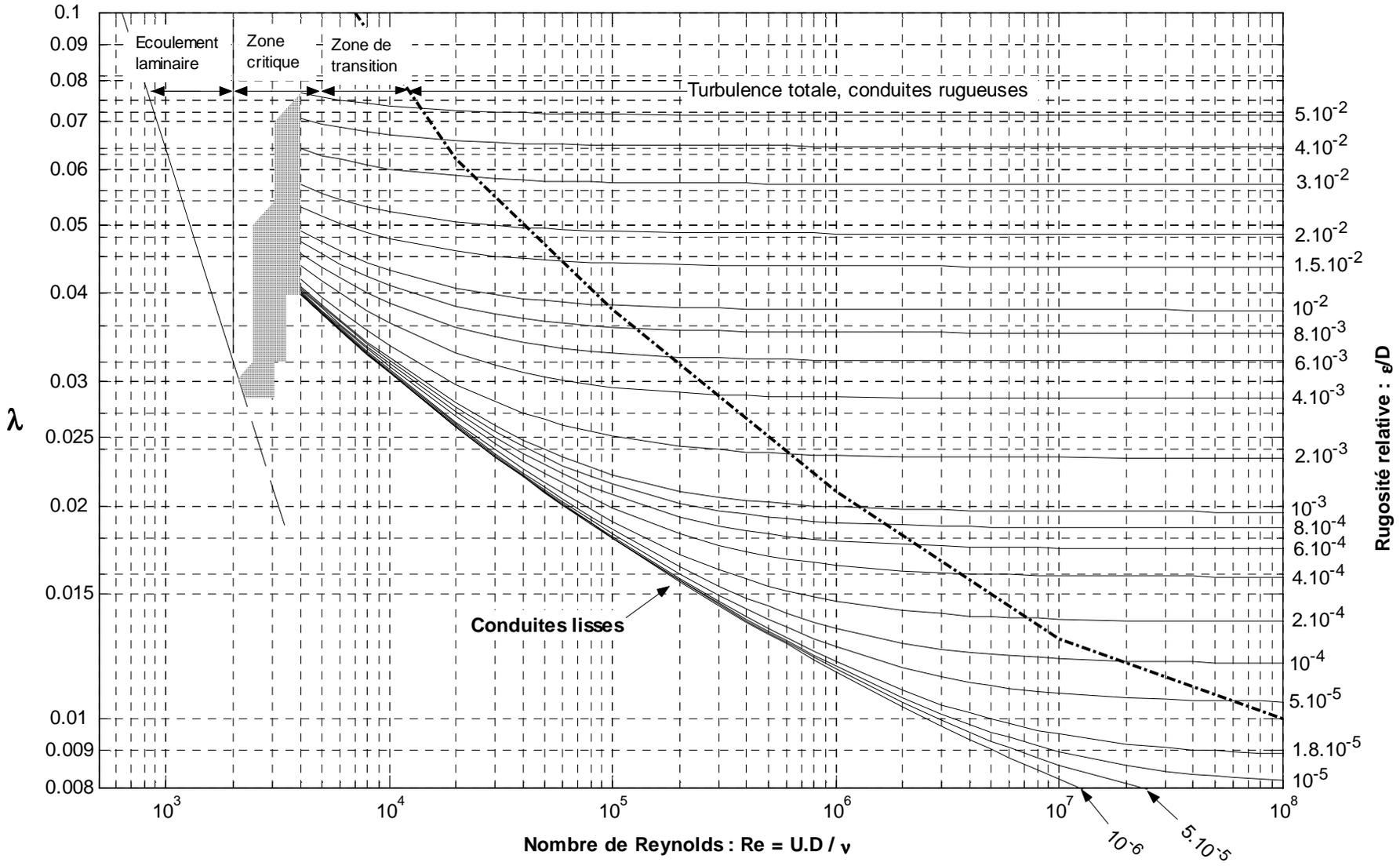


FIGURE 2.2 – Diagramme universel de Moody

On retiendra que la perte de charge linéaire est approximativement proportionnelle à Q^2 et à D^{-5} .
 En unités S.I. : J (en m/m) est de l'ordre de : $10^{-3} \cdot \frac{Q^2}{D^5}$

2.2.6 Pertes de charge et diamètre de conduite

On voit que la perte de charge linéaire unitaire est une fonction décroissante du diamètre, approximativement inversement proportionnelle à D^5 pour un écoulement turbulent.

Inversement, la sensibilité à la rupture est d'autant plus forte que le diamètre est gros. Ainsi, pour une même pression de service, un tuyau est d'autant plus épais que son diamètre est élevé (cf. chapitre précédent paragraphe 1.2.2). Le coût des conduites croît donc fortement avec leur diamètre, et le choix d'un diamètre de conduite résulte d'un compromis entre le coût énergétique et le coût d'investissement.

En première approximation, on peut évaluer le diamètre optimal en prenant une vitesse de l'ordre de 1 à 2 m/s.

Exemples de diamètres courants (DN = diamètre nominal) :

- eau potable (habitations) : tubes de cuivre, diamètres 14 ou 16mm
- eau potable (réseaux urbains) : PVC, fonte, acier, fibro-ciment de DN 40 à 2000 mm ou plus
- évacuation évier, lavabo : PVC DN32 ou DN40
- rampes d'irrigation, système de goutte à goutte : polyéthylène (PE), DN 16 ou 20
- réseau d'irrigation sous pression, débit $75m^3/h$, conduite PE ou PVC en DN100 ou 125
- réseau d'irrigation basse pression, débit 300 l/s, conduite PE ou PVC en DN600 ou DN700

REMARQUE : le diamètre nominal est un diamètre courant utilisé pour définir les conduites. C'est souvent le diamètre extérieur (mais pas toujours); pour avoir la section d'écoulement il faut utiliser le diamètre intérieur et donc retrancher deux fois l'épaisseur de la conduite. Un moyen mnémotechnique pour se rappeler les diamètres disponibles les plus courants : ceux-ci correspondent à $1/(2^a 5^b)$ mètre, où a et b sont des entiers. On a en plus quelques autres diamètres disponibles (80, 90, 110mm).

2.3 Pertes de charge singulières

2.3.1 Formulation générale

On admet une formulation du type :

$$\Delta H = \xi \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} \quad (2.9)$$

dans laquelle ξ est un coefficient adimensionnel.

2.3.2 Valeurs usuelles

Le coefficient ξ dépend du type de singularité.

Élargissement brusque

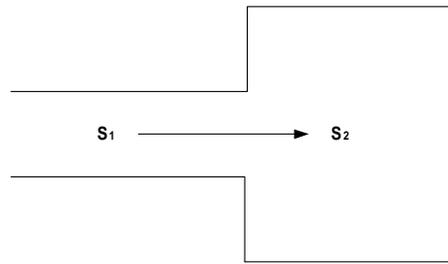


FIGURE 2.3 – Elargissement brusque

Dans ce cas, la valeur de ξ est calculée : $\xi = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2$ Cette formulation a été établie par Borda à partir du théorème des quantités de mouvement.

Arrivée dans un réservoir

Dans ce cas, on considère : $S_2 \rightarrow \infty$. Il en résulte : $\xi = 1$

Entrée dans une conduite

A condition que la jonction au réservoir soit à arrêtes vives, et que la conduite ne soit pas entrante, on peut utiliser la formule de Weisbach :

$$\xi = 0,5 + 0,3 \cos \theta + 0,2 \cos^2 \theta \quad (2.10)$$

dans laquelle θ est l'angle formé par l'axe du tuyau et la paroi du réservoir. On voit que pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\xi = 0,5$. Pour une entrée arrondie correctement profilée, la valeur de ξ est beaucoup plus faible, et de l'ordre de 0,05.

Coudes

Pour les coudes, la valeur de ξ dépend de nombreux facteurs :

- forme de la section,
- type de matériau,
- diamètre de la conduite,
- angle du coude,
- type de coude (arrondi ou à angle vif).

Les valeurs sont généralement comprises entre 0,2 et 0,6. En première approximation pour des coudes arrondis d'angle $\frac{\pi}{2}$, des valeurs de 0,3 - 0,4 peuvent être retenues. Des valeurs précises sont fournies par les fabricants.

Tés

Pour les tés, les valeurs de ξ sont de l'ordre de 1, de la conduite principale vers le branchement, et de 2, du branchement vers la conduite. Pour les tés à grand rayon, les valeurs sont de l'ordre de 0,5 dans les deux cas.

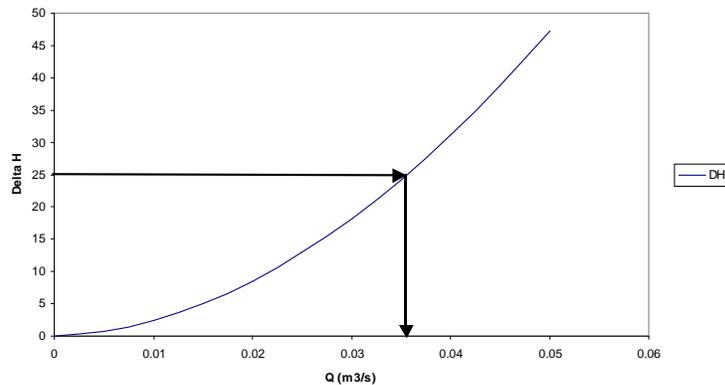


FIGURE 2.4 – Courbe caractéristique d'une conduite

Clapets

Pour un clapet anti-retour, la valeur de ξ peut varier de 0,6 à 2,5, en fonction des caractéristiques propres de la pièce et du diamètre.

Notion de longueur équivalente

En réseaux d'eau potable ou d'irrigation, les pertes de charges singulières correspondent le plus souvent à des pièces spéciales de fontainerie : coudes, tés, clapets, ... A condition d'utiliser une formulation des pertes de charges en U^2 ou Q^2 , il peut être intéressant d'assimiler chaque singularité à une *longueur équivalente de conduite*, dont les valeurs sont données par les fabricants.

2.4 Notion de caractéristique d'une conduite ou d'un réseau

2.4.1 Définition

Une conduite donnée, par exemple entre un réservoir et un robinet, génère des pertes de charge linéaires (en U^M avec $M \approx 2$) et des pertes de charge singulières (en U^2 également). Celles-ci s'ajoutent et la perte de charge globale peut également s'exprimer en U^2 . Pour des raisons pratiques, on exprime cette perte de charge en Q^2 . On parle de caractéristique de la conduite ou du réseau (cf.figure 2.4), de la forme : $\Delta H = k Q^2$.

Si on considère l'association de deux éléments de réseau de caractéristiques $\Delta H = f_1(Q)$ et $\Delta H = f_2(Q)$, la caractéristique résultante dépend du type de montage.

2.4.2 Cas d'une association en série

On écrit que le débit est le même dans chaque élément (principe de conservation de la matière) ; en revanche, les pertes de charge s'ajoutent. La caractéristique est donc

$$\Delta H = (f_1 + f_2)(Q) \quad (2.11)$$

2.4.3 Cas d'une association en parallèle

Considérons le montage de la figure 2.5, avec deux branches reliant A à B. La charge en A est la même dans les deux branches, de même pour la charge en B. En revanche, le débit total Q en A se sépare en deux, une partie Q_1 circulant dans la branche 1, l'autre partie Q_2 partant dans la branche 2. On écrit donc

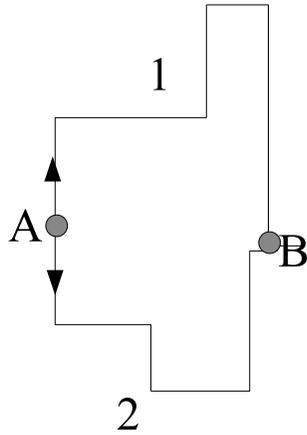


FIGURE 2.5 – Association en parallèle

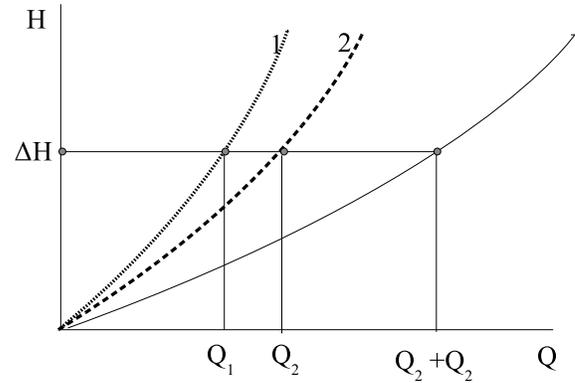


FIGURE 2.6 – Association en parallèle : obtention de la courbe caractéristique

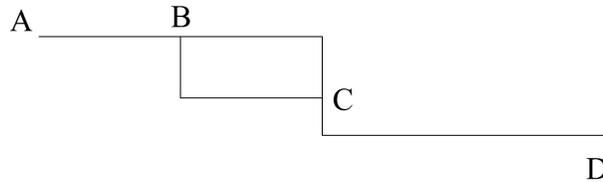


FIGURE 2.7 – circuit hydraulique

que $Q = Q_1 + Q_2$ d'une part, $\Delta H = H_A - H_B = f_1(Q_1) = f_2(Q_2)$ d'autre part. Ceci nous conduit à une relation plus complexe que pour le montage en série : pour écrire l'équation de la courbe caractéristique, il faut passer par les réciproques des fonctions f_1 et f_2 .

Graphiquement, on obtiendra la courbe caractéristique totale en sommant, pour une même valeur de ΔH , les débits indiqués par les courbes caractéristiques de chacune des branches.

APPLICATION 1 : CALCUL D'UNE COURBE CARACTÉRISTIQUE D'UN MONTAGE

Soit le montage de la figure 2.7. On cherche sa courbe caractéristique, connaissant les caractéristiques des conduites et autres éléments qui le composent.

- Etape 1 : on établit la courbe caractéristique des deux branches reliant B à C (montages en série) ;
- Etape 2 : on établit la courbe globale entre B et C (montage en parallèle des deux branches) ;
- Etape 3 : on a alors un montage en série A-B, B-C, C-D, dont on obtient facilement la courbe caractéristique.

APPLICATION 2 : APPLICATION AU CALCUL D'UN RÉSEAU D'EAU POTABLE

Voir annexe E.2.1

2.5 Logiciels

2.5.1 Eau potable

Plusieurs logiciels de calcul, destinés plus particulièrement à la simulation de réseaux d'eau potable sont disponibles sur le marché. Parmi ceux-ci, nous citerons : PORTEAU, développé par le Cemagref, PICCOLO, développé par SAFEGE, EPANET, développé par l'Agence pour la protection de l'environnement américaine (téléchargeable gratuitement).

Ces logiciels permettent, d'une part, d'évaluer les pressions au heures de pointe, et d'autre part, de simuler

le fonctionnement d'un réseau sur un cycle (journalier, par exemple) pour évaluer les remplissages/vidanges des réservoirs. Ils sont utilisables pour tous types de réseaux (maillés et/ou ramifiés) et peuvent prendre en compte la qualité de l'eau. Ils peuvent être utilisés en conception, pour la rénovation ou pour la gestion.

On pourra consulter :

<http://porteau.cemagref.fr/>

<http://www.safège.fr/french/dom/logiciel/reseaux/piccolo/present.htm>

<http://www.epa.gov>

2.5.2 Irrigation

Outre les programmes cités plus haut, des logiciels permettant le calcul de réseaux d'irrigation sous pression existent également ; nous citerons : XERXES et ICARE, développés par le Cemagref. Notons que XERXES permet également d'optimiser le dimensionnement des installations, en minimisant la somme des coûts d'investissement et d'énergie.

Chapitre 3

Pompes

3.1 Définitions et grandeurs caractéristiques

3.1.1 Définitions

Pompe

On appelle *pompe* une machine hydraulique capable d'élever la pression d'un fluide, *i.e.* de lui communiquer de l'énergie.

Remarque : La très grande majorité des pompes utilisées, en eau potable ou en irrigation dans des réseaux en charge, sont des pompes dites *centrifuges*. Le présent cours porte uniquement sur ce type de pompes.

Pompe centrifuge

Dans ces pompes, la pression est développée principalement par l'action de la force centrifuge, par le biais d'une roue.

Le liquide entre axialement par le centre sort radialement par la périphérie (cf. figure 3.1).

3.1.2 Grandeurs caractéristiques

Les principales grandeurs caractérisant une pompe sont données ci-dessous.

Courbe caractéristique

Une pompe centrifuge possède une courbe caractéristique de fonctionnement : $H(Q)$, dans laquelle :

- H est la variation de charge induite par la pompe, généralement exprimée en m ,
- Q est le débit transitant par la pompe.

Ces courbes sont fournies par les constructeurs et permettent de choisir la pompe adaptée au cas étudié (cf. figure 3.2)

Rendement

Le rendement η_p d'une pompe est le rapport de l'énergie (resp. la puissance) reçue par le fluide à l'énergie (resp. la puissance) fournie à l'arbre de la pompe. η_p est toujours inférieur à 1.

Rappel : La puissance hydraulique reçue par le fluide se calcule par la formule : $\mathcal{P} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta H$ [W] dans laquelle ΔH est la différence de charge en mètres entre l'entrée et la sortie de la pompe.

Le rendement peut varier très sensiblement en fonction des conditions d'utilisation de la pompe. La courbe $\eta_p(Q)$ est également donnée par le constructeur.

Remarque : le débit nominal et la hauteur nominale de refoulement sont généralement donnés pour la valeur maximale du rendement.

Pour calculer le rendement global η_g d'un groupe moto-pompe, il faut multiplier le rendement de la pompe par le rendement du moteur : $\eta_g = \eta_m \times \eta_p$

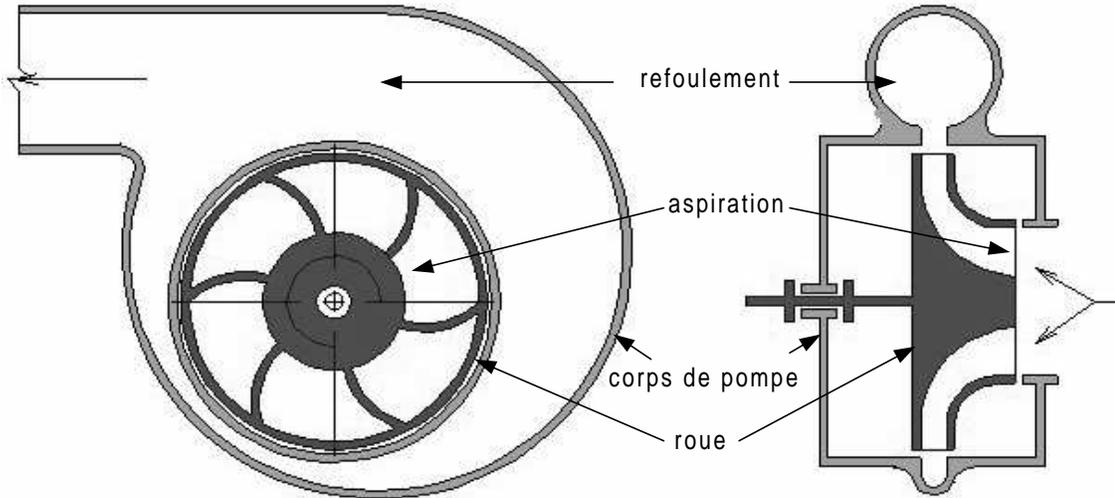


FIGURE 3.1 – Pompe centrifuge : coupes schématiques

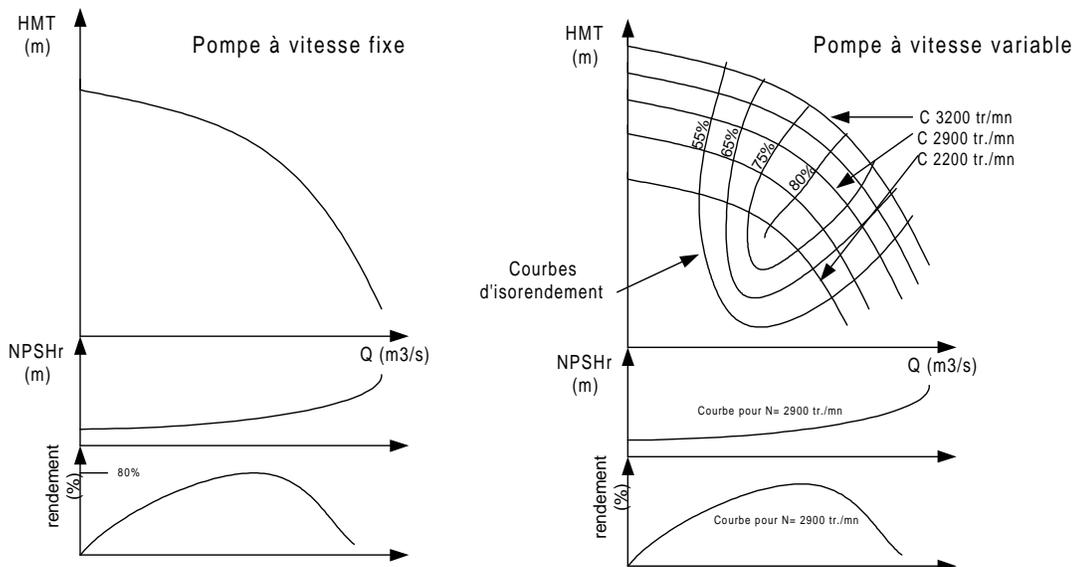


FIGURE 3.2 – Courbes caractéristiques de pompes : - vitesse fixe - vitesse variable

NPSH et cavitation.

Le *NPSH* (net positive suction head), ou *pression absolue minimale admissible à l'aspiration* représente la valeur minimale de la piézométrie à l'entrée de la pompe. Si la valeur descend en dessous du minimum, l'eau se vaporise et il se produit un phénomène de *cavitation* pouvant endommager très fortement la pompe. On parle de *NPSH* requis par la pompe, et de *NPSH* disponible dans l'installation.

Vitesse de rotation

Les pompes centrifuges peuvent être conçues pour fonctionner à vitesse fixe (généralement 1450 ou 2900 tr./mn) ou à vitesse variable. Dans le cas d'une pompe à vitesse variable, le rendement est figuré sur le graphe des courbes caractéristiques sous forme de *collines de rendement*. (cf. figure 3.2)

Pompes mono- et multi- cellulaires

Une pompe à une roue est appelée *monocellulaire*. Certaines pompes possèdent deux, voire plusieurs roues en série. On parle de pompes *multicellulaires*. Elles sont caractérisées par de grandes hauteurs d'élévation pour un faible diamètre de roue et sont fréquemment utilisées dans les forages.

3.2 Utilisation des pompes centrifuges

3.2.1 Point de fonctionnement

Le choix d'une pompe, ou d'un groupe de pompe, est fonction des besoins en débit et pression. A chaque fois, il est nécessaire de déterminer le point de fonctionnement de la (ou des) pompe(s). Le choix s'orientera vers les pompes donnant le meilleur rendement.

Pompe seule

Le point de fonctionnement est donné par l'intersection de la caractéristique du réseau et de celle de la pompe. Deux cas typiques peuvent se présenter :

- aspiration en dépression : c'est le cas, par exemple, pour un pompage en nappe effectué depuis la surface (cf. figure 3.3),
- aspiration en charge : c'est le cas, par exemple, pour un pompage à l'aval hydraulique d'un réservoir (cf. figure 3.4).

Il convient de tenir compte de **l'ensemble du réseau** (aspiration + refoulement) et de positionner correctement **la hauteur du plan d'eau d'aspiration**.

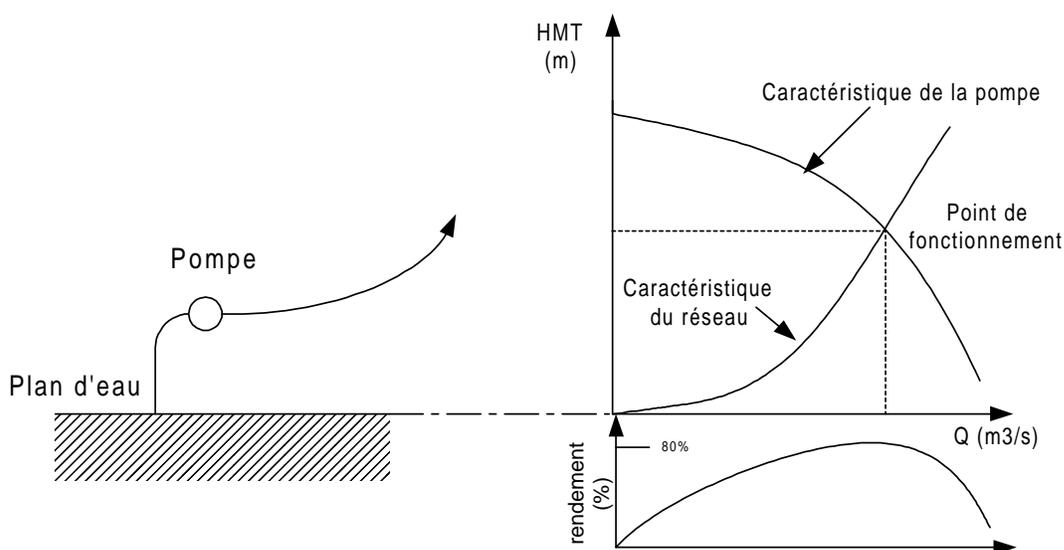


FIGURE 3.3 – Détermination du point de fonctionnement : dépression à l'aspiration

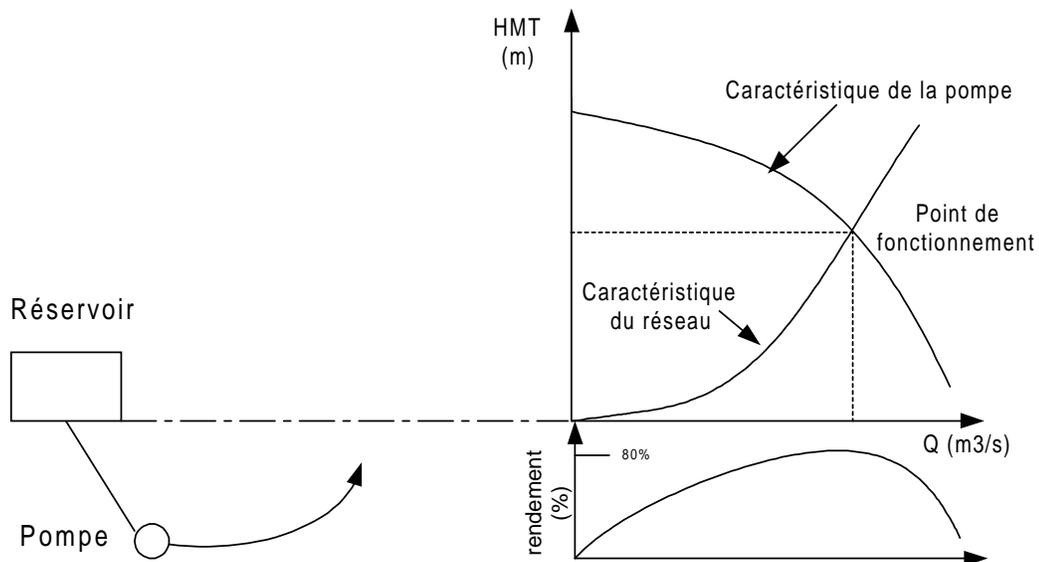


FIGURE 3.4 – Détermination du point de fonctionnement : charge à l'aspiration

Pompes en série

La courbe caractéristique résultante de deux (ou plusieurs) pompes en série est déterminée en ajoutant les hauteurs manométriques pour un débit donné. Pour un débit donné, la charge est augmentée. (cf. figure 3.5).

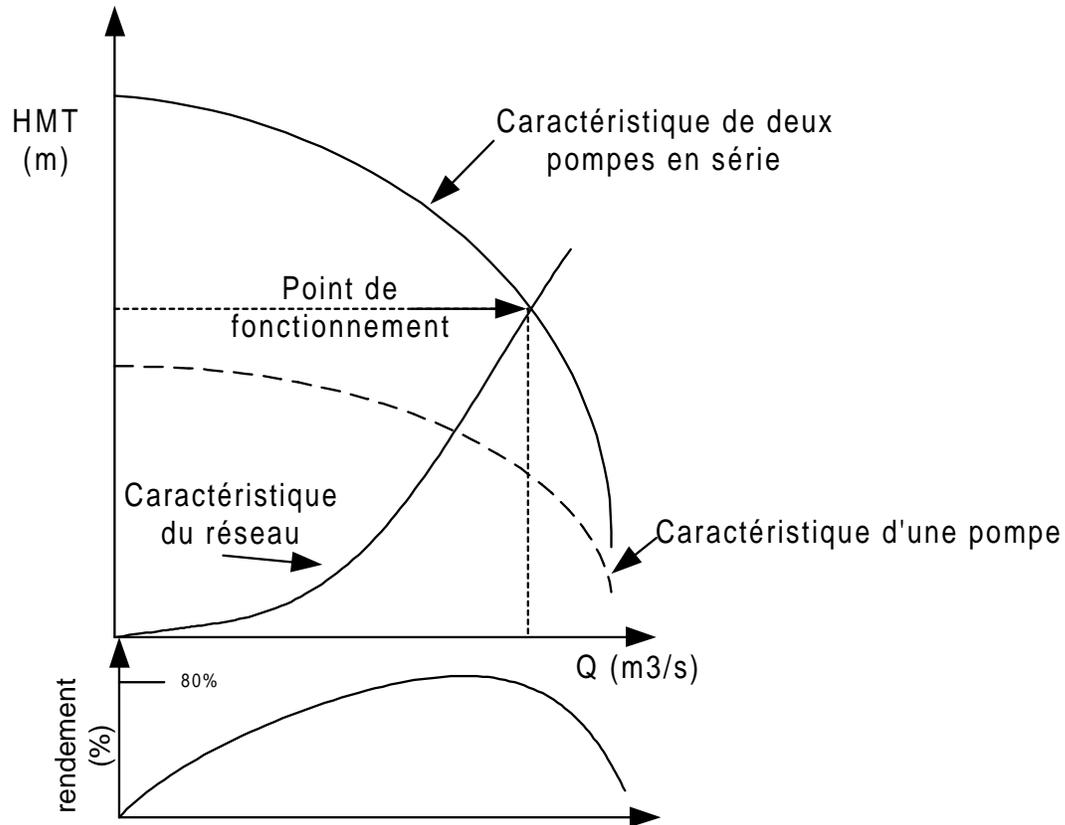


FIGURE 3.5 – Détermination du point de fonctionnement pour deux pompes en série.

Attention ! Les caractéristiques de la pompe et du réseau n'étant pas linéaires, ni la charge, ni le débit résultants ne sont le double de ceux du point de fonctionnement avec une seule pompe. On constate également que le rendement résultant est différent.

Pompes en parallèle

La courbe caractéristique résultante de deux (ou plusieurs) pompes en parallèle est déterminée en ajoutant les débits pour une hauteur manométrique donnée. Pour une hauteur donnée, le débit est augmenté. (cf.figure 3.6)

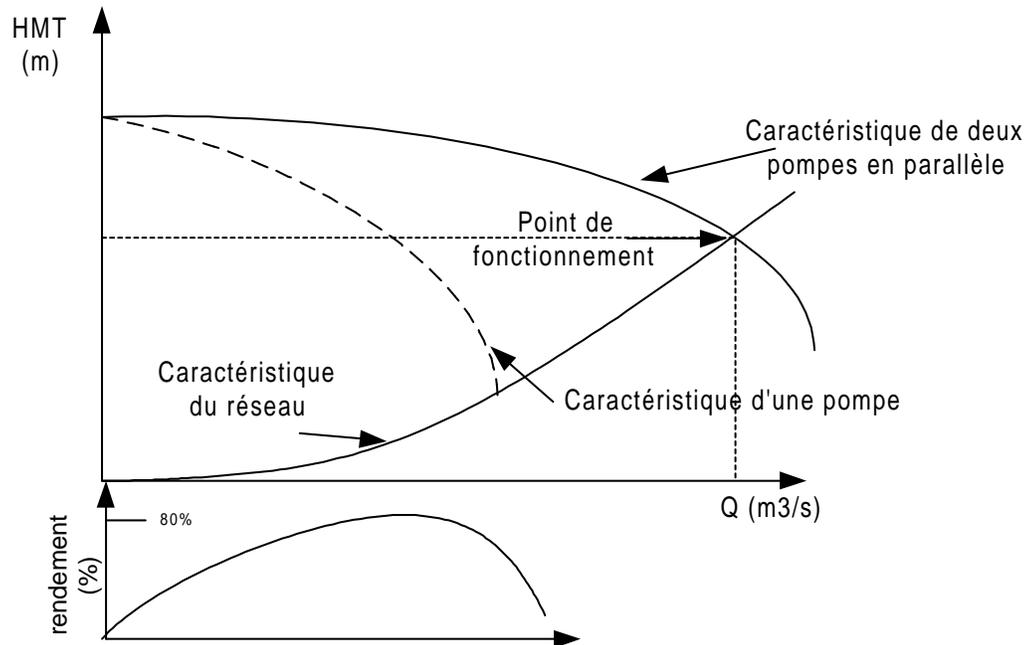


FIGURE 3.6 – Détermination du point de fonctionnement pour deux pompes en parallèle.

Attention ! Même remarque que pour les pompes en série.

3.2.2 Cavitation

La cavitation est un phénomène pouvant être très destructif qu'il est absolument nécessaire d'éviter. Pour ce faire, on détermine la piézométrie absolue à l'entrée de la pompe (NPSH disponible, $NPSH_d$), que l'on compare au NPSH requis ($NPSH_r$).

On doit vérifier : $NPSH_d > NPSH_r$, dans tous les cas. Cette vérification peut s'effectuer graphiquement (Cf. figures 3.7 et 3.8).

Construction du graphique :

- la courbe du $NPSH_d$ est la caractéristique de la conduite d'aspiration, tracée à partir de la cote du plan d'eau amont (elle est sensiblement horizontale dans le cas d'une pompe immergée),
- la courbe du $NPSH_r$ est fournie par le constructeur. Son origine doit être placée à une distance égale à $p_a - t_v$ sous la pompe, avec :
 - P_a = pression atmosphérique en m au lieu considéré (exemple : 10,33m),
 - t_v = tension de vapeur saturante (exemple : 0,20m à +20°C).

Dans la plupart des cas, on pourra négliger le terme $\frac{U_e^2}{2.g}$ où U_e est la vitesse à l'oeillard d'entrée de la pompe.

Attention ! En cas de marnage du plan d'eau d'aspiration, il est nécessaire de considérer le cas le plus défavorable.

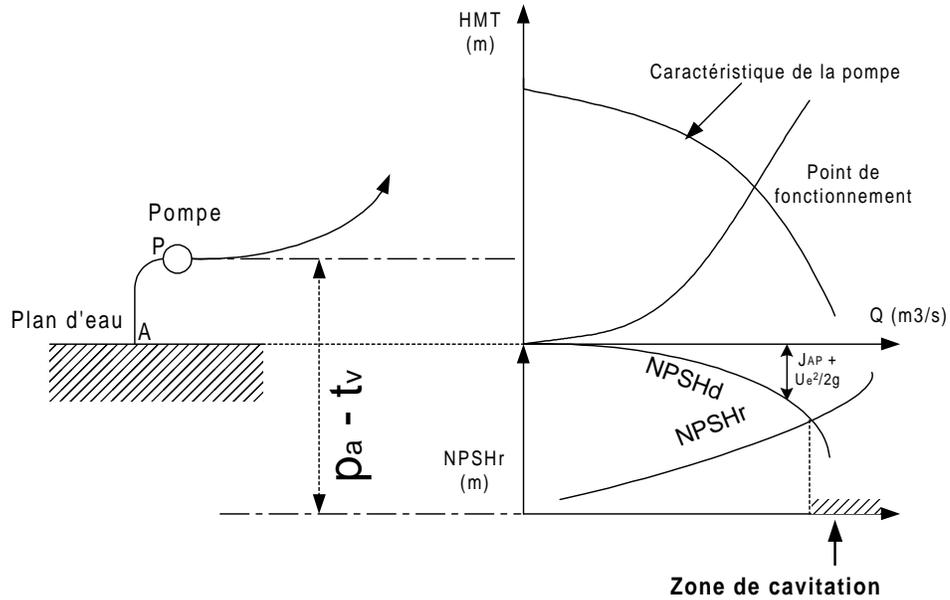


FIGURE 3.7 – Détermination de la zone de cavitation : aspiration en dépression

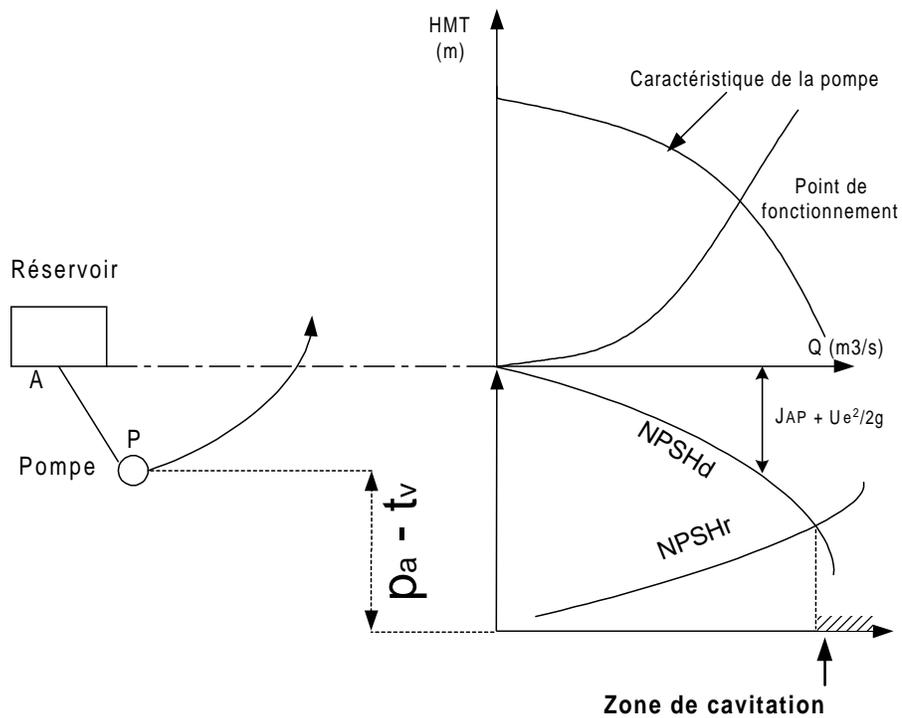


FIGURE 3.8 – Détermination de la zone de cavitation : aspiration en charge

Pour une pompe à vitesse fixe, la courbe du $NPSH_r$ est fixe, quelle que soit la charge amont.

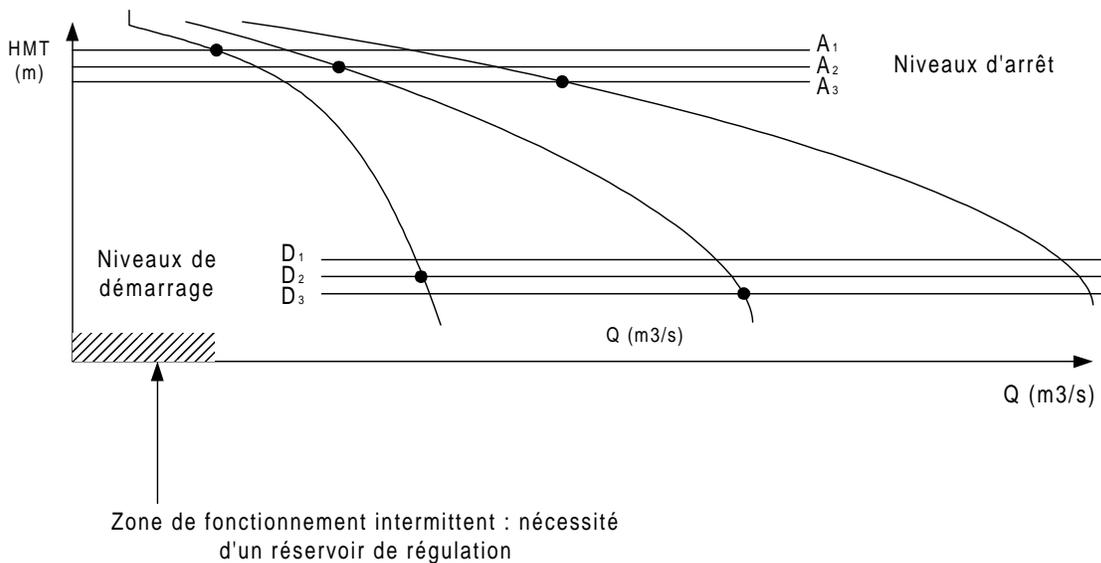


FIGURE 3.9 – Régulation manostatique simple de trois pompes avec recouvrement des caractéristiques.

3.2.3 Régulation

Divers systèmes de régulation du fonctionnement des groupes de pompage existent.

Régulation par niveaux

Pour l'alimentation d'un réservoir, des contacts de niveau haut et bas peuvent piloter les cycles d'arrêt et démarrage. Des niveaux intermédiaires sont possibles pour commander le fonctionnement de plusieurs pompes. Des niveaux d'alerte haut et bas complètent utilement le dispositif.

Régulation manométrique simple

Pour les réseaux, le système le plus simple et le plus couramment utilisé est manométrique. On utilise pour cela soit des manostats qui commandent chacun une seule pompe, soit des manomètres à contacts qui commandent l'ensemble de l'installation. Ils peuvent être simples, quand seule la pression à l'aval de la pompe est régulée, soit différentiels, lorsqu'il maintiennent une différence constante entre l'amont et l'aval de la pompe.

La figure 3.9 représente le fonctionnement d'une installation avec trois pompes identiques utilisées en parallèle. Les manostats, situés en sortie de station, induisent des courbes démarrage et d'arrêt horizontales. Typiquement, la fourchette de régulation au démarrage (ou à l'arrêt) est de 1 à 2 m, et la fourchette totale est de l'ordre de 10 à 15 m.

Des problèmes peuvent survenir si le plan d'eau d'aspiration est variable. En effet, la modification des conditions hydrauliques peut faire varier le débit et translater la courbe de $NPSH_d$, et ainsi faire varier la zone de cavitation.

L'autre conséquence peut être le barbotage de la pompe (fonctionnement à débit nul), qui n'est pas immédiatement dangereux pour la pompe, mais qui peut endommager le moteur.

Régulation manométrique différentielle

Pour palier à cette difficulté, il est possible d'installer une commande manométrique différentielle qui maintient constante la différence de pression entre l'aval et l'amont de la pompe. Dans ce cas, l'ensemble des horizontales d'arrêt et de démarrage suit les variations du plan d'eau d'aspiration.

Remarque : l'influence des variations de la charge amont est sensible si ces variations sont non négligeables devant la hauteur d'élévation. Dans le cas contraire, le barbotage et la cavitation ne sont *généralement* pas à craindre, et une commande manométrique simple peut être employée.

3.2.4 Réservoir de régulation

Utilisation

Un réservoir de régulation (ou réservoir *hydrophore*) peut être nécessaire pour couvrir la plage de fonctionnement des petites débits, lorsque la première pompe fonctionne par intermittence. Le réservoir se remplit si une ou plusieurs pompes fonctionnent, et se vidange, en maintenant une certaine pression sur le réseau, sinon. Un réservoir est également nécessaire lorsqu'il n'y pas recouvrement des zones de fonctionnement des pompes.

Remarque : ce type d'installation n'est pas nécessaire si le débit ne descend pas au dessous de la valeur minimale, ou si l'alimentation peut être assurée par un réservoir.

Calcul du volume d'un réservoir de régulation

Notations (Cf. figure 3.10) :

- H_A et H_D , les hauteurs manométriques d'arrêt et de démarrage de la pompe,
- P_A et P_D , les pressions absolues dans le réservoir,
- V_A et V_D , les volumes d'air dans le réservoir,
- Q_A et Q_D , les débits en m^3/h .

On note Z le nombre de démarrages horaire de la pompe. Ce nombre doit rester aussi faible que possible (typiquement de l'ordre de 2 à 6) pour limiter l'usure de la pompe. Il peut être recommandé par le constructeur.

On pose : t = durée d'un cycle complet. t = durée de remplissage + durée de vidange = $\frac{1}{Z}$.

Le débit moyen de la pompe est calculé en assimilant la caractéristique à une droite : $Q_m = \frac{Q_A + Q_D}{2}$

On suppose que le débit Q_r demandé par le réseau est constant pendant le cycle.

On en déduit : $\frac{1}{Z} = \frac{V_u}{Q_m - Q_r} + \frac{V_u}{Q_r}$

D'où : $Z = \frac{(Q_m - Q_r) \cdot Q_r}{V_u \cdot Q_m}$.

Le maximum de Z est obtenu :

- soit en annulant $\frac{dZ}{dQ_r}$,
- soit en remarquant que le numérateur de l'expression de Z est un produit de facteurs dont la somme est constante, et qui est donc maximum quand les facteurs sont égaux.

On en déduit que Z_{max} est atteint pour $Q_r = \frac{Q_m}{2}$

D'où : $V_u = \frac{Q_m}{4 \cdot Z_{max}}$

Si l'installation comporte n pompes identiques ne fonctionnant pas en parallèle et pouvant permuter, l'intervalle entre deux démarrages successifs d'une même pompe est multiplié par n , et V_u peut être divisé par n , d'où :

$$V_u = \frac{Q_m}{4 \cdot n \cdot Z_{max}}$$

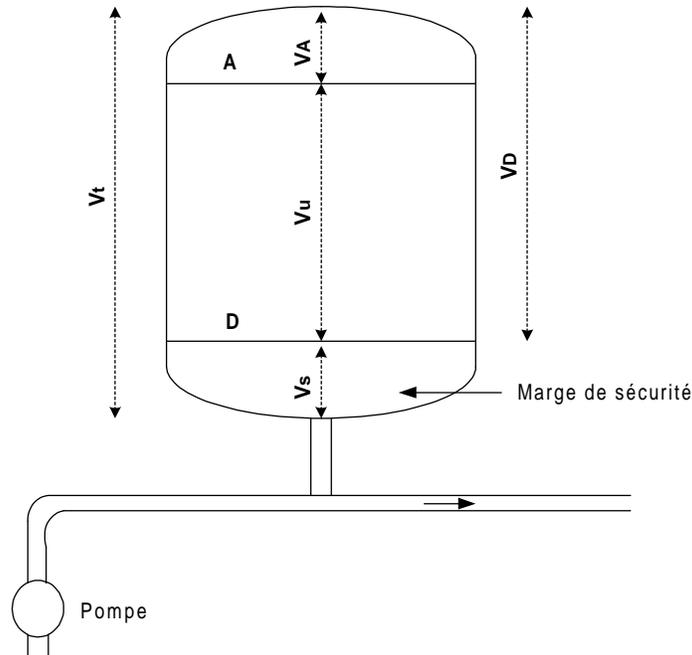


FIGURE 3.10 – Détermination du volume d'une réservoir de régulation

La loi des gaz parfaits ($P.V = Cte.$) permet d'écrire : $V_u = V_D - V_A = P_t.V_t \cdot \left(\frac{1}{P_D} - \frac{1}{P_A} \right)$
 D'où :

$$V_t = \frac{P_A \cdot P_D}{P_t(P_A - P_D)} \cdot V_u$$

La valeur de P_t est déterminée par :

- $P_t \leq 0,85 \cdot P_D$, pour assurer une marge de sécurité,
- $P_t \geq P_a$, pression atmosphérique.

En général, le volume est de l'ordre quelques m^3 à quelques dizaines de m^3 .

Remarque : Ce calcul est généralisable pour le fonctionnement intermittent d'une pompe lorsqu'il n'y a pas recouvrement des caractéristiques.

3.3 Coups de bélier

3.3.1 Description qualitative

Considérons un système pompe-réservoir. A l'arrêt brusque de la pompe l'inertie du liquide provoque une dépression. Celle-ci se répercute sur la conduite qui se contracte. Il se crée alors une onde de contraction (de célérité a) et un écoulement transitoire de la pompe vers le réservoir. Lorsque cette onde atteint le réservoir, la conduite en dépression a tendance à se remplir, ce qui provoque un écoulement transitoire du réservoir vers la pompe (de célérité $-a$) et une surpression.

Une situation inverse (surpression puis dépression) se produit à la fermeture brusque d'une vanne située à l'aval hydraulique d'un écoulement.

Ce phénomène transitoire dans lequel se succèdent surpression et dépression est appelé *coup de bélier*. Il peut être destructeur en raison de l'ordre de grandeur des surpressions ou dépressions, très supérieur à celui des pressions de service des réseaux. Il s'amortit progressivement grâce aux pertes de charge et peut

être limité par un appareillage adapté.

Notons que c'est le seul cas pour lequel on considère que l'eau est compressible.

3.3.2 Analyse

Célérité des ondes

La célérité des ondes est donnée par la formule suivante :

$$a = \left[\rho \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{D}{E.e} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.1)$$

dans laquelle :

- ζ = module d'élasticité du liquide [N/m^2],
- E = module d'élasticité du matériau de la conduite [N/m^2],
- D = diamètre de la conduite [m],
- e = épaisseur de la conduite [m].

A.N. : Pour une conduite en acier ($E = 2,1 \cdot 10^{11} N/m^2$), de diamètre $D = 0,5m$, d'épaisseur $e = 6mm$, remplie d'eau ($\rho = 998 Kg/m^3$ et $\zeta = 21,39 \cdot 10^8 N/m^2$), on obtient : $c = 1077m/s$.

Remarque : Pour la fonte, on obtient des valeurs sensiblement identiques. La célérité dans les matériaux plastiques est plus faible ($400m/s$ pour le PVC, $300m/s$ pour le polyéthylène haute densité).

Analyse qualitative

L'étude est menée pour les deux cas suivants :

- fermeture de vanne,
- arrêt de pompe.

Hypothèses :

- manoeuvres instantanées faites à l'instant $t = 0$,
- pertes de charge supposées nulles,
- pas de dispositif de protection,
- dans le cas de la pompe, le clapet anti-retour se ferme dès l'arrêt et reste fermé.

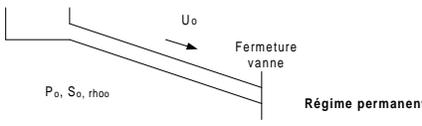
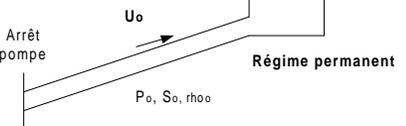
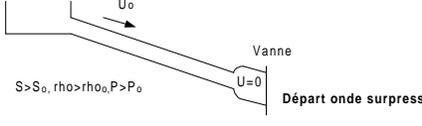
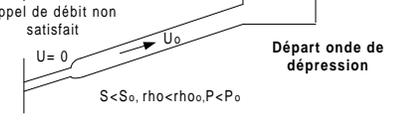
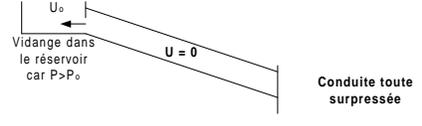
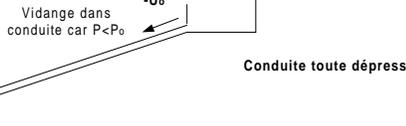
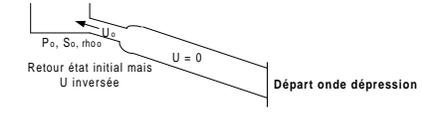
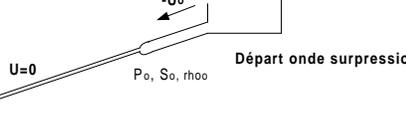
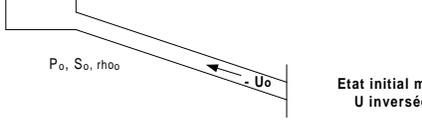
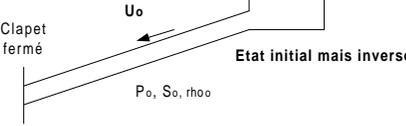
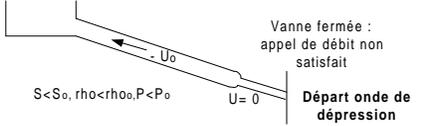
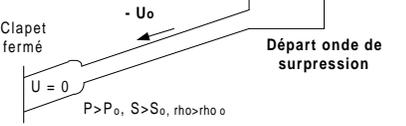
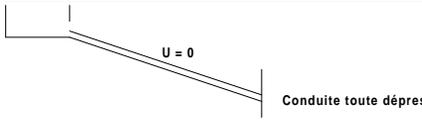
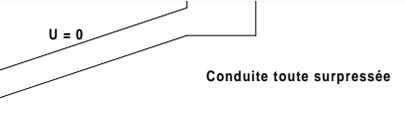
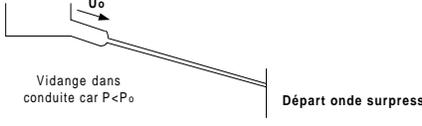
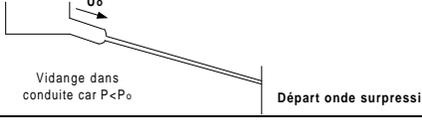
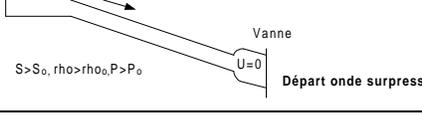
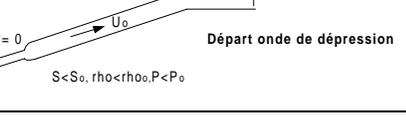
Le temps que met l'onde pour parcourir la conduite de longueur L est $\frac{L}{a}$.

Notations :

Grandeur	Régime permanent	Régime transitoire (après la manoeuvre)
Débit	Q_0	Q
Vitesse	U_0	U
Pression au réservoir	P_0	P
Section de la conduite	S_0	S
Masse volumique du liquide	ρ_0	ρ

Analyse du comportement :

Instant	Vanne	Pompe
0	Régime permanent : Q_0, U_0, S_0, ρ_0	
$0 + \epsilon$	Vanne fermée $\Rightarrow Q = 0$ et $U = 0$ départ vers le réservoir d'une surpression $S > S_0$	$Q = 0$ et $U = 0$ Départ vers le réservoir d'une dépression $S < S_0$
$\frac{L}{a}$	Toute la conduite est surpressée : $Q = 0, U = 0, S > S_0, P > P_0$ et $\rho > \rho_0$	Toute la conduite est dépressée : $Q = 0, U = 0, S < S_0, P < P_0$ et $\rho < \rho_0$
$\frac{L}{a} + \epsilon$	Vidange de la conduite dans le réservoir : départ d'une dépression vers la vanne - retour à l'état initial	Vidange du réservoir dans la conduite : départ d'une surpression vers la pompe - retour à l'état initial
$2 \cdot \frac{L}{a}$	Retour à l'état initial : S_0, ρ_0, \dots mais avec un écoulement inversé	
$\frac{2L}{a} + \epsilon$	Vanne fermée $\Rightarrow Q = 0$ et $U = 0$ départ vers le réservoir d'une surpression $S > S_0$	$Q = 0$ et $U = 0$ Départ vers le réservoir d'une dépression $S < S_0$
$\frac{3L}{a}$	Toute la conduite est dépressée : $Q = 0, U = 0, S < S_0, P < P_0$ et $\rho < \rho_0$	Toute la conduite est surpressée : $Q = 0, U = 0, S > S_0, P > P_0$ et $\rho > \rho_0$
$\frac{3L}{a} + \epsilon$	Vidange du réservoir dans la conduite : départ d'une surpression vers la vanne - retour à l'état initial	Vidange de la conduite dans le réservoir : départ d'une dépression vers la pompe - retour à l'état initial
$4 \cdot \frac{L}{a}$	Toute la conduite est revenue à l'état initial : S_0, ρ_0, \dots	
$4 \cdot \frac{L}{a} + \epsilon$	Le cycle recommence comme à l'instant $0 + \epsilon$	

Instant	Vanne	Pompe
0	 <p>P_0, S_0, ρ_0 Régime permanent</p>	 <p>Arrêt pompe P_0, S_0, ρ_0 Régime permanent</p>
$0 + \epsilon$	 <p>$S > S_0, \rho > \rho_0, P > P_0$ Départ onde surpression</p>	 <p>Clapet fermée : appel de débit non satisfait $U = 0$ $S < S_0, \rho < \rho_0, P < P_0$ Départ onde de dépression</p>
$\frac{L}{a}$	 <p>Vidange dans le réservoir car $P > P_0$ $U = 0$ Conduite toute surpressée</p>	 <p>Vidange dans conduite car $P < P_0$ $-U_0$ Conduite toute dépressée</p>
$\frac{L}{a} + \epsilon$	 <p>P_0, S_0, ρ_0 Retour état initial mais U inversée Départ onde dépression</p>	 <p>$-U_0$ $U = 0$ P_0, S_0, ρ_0 Départ onde surpression</p>
$2 \cdot \frac{L}{a}$	 <p>P_0, S_0, ρ_0 Etat initial mais U inversée</p>	 <p>Clapet fermé U_0 P_0, S_0, ρ_0 Etat initial mais inversé</p>
$\frac{2L}{a} + \epsilon$	 <p>Vanne fermée : appel de débit non satisfait $U = 0$ $S < S_0, \rho < \rho_0, P < P_0$ Départ onde de dépression</p>	 <p>Clapet fermé $-U_0$ $U = 0$ $P > P_0, S > S_0, \rho > \rho_0$ Départ onde de surpression</p>
$\frac{3L}{a}$	 <p>$U = 0$ Conduite toute dépressée</p>	 <p>$U = 0$ Conduite toute surpressée</p>
$\frac{3L}{a} + \epsilon$	 <p>Vidange dans conduite car $P < P_0$ Départ onde surpression</p>	 <p>Vidange dans réservoir car $P > P_0$ Départ onde de dépression</p>
$4 \cdot \frac{L}{a}$	 <p>Vidange dans conduite car $P < P_0$ Départ onde surpression</p>	 <p>U_0 P_0, S_0, ρ_0 Retour au régime permanent</p>
$4 \cdot \frac{L}{a} + \epsilon$	 <p>$S > S_0, \rho > \rho_0, P > P_0$ Départ onde surpression</p>	 <p>$U = 0$ $S < S_0, \rho < \rho_0, P < P_0$ Départ onde de dépression</p>

Premières conclusions

L'étude qualitative permet de dégager quelques règles de comportement. Immédiatement après la manoeuvre, il se produit :

- une surpression derrière la vanne,
- une dépression derrière le clapet.

La recherche de dispositifs de protection résulte notamment de cette constatation. En réalité, le phénomène ne se poursuit pas indéfiniment car il est amorti par les pertes de charge. Au réservoir, le coup de bélier change de signe.

Intervalle de temps	Fermeture vanne	Arrêt pompe
$\frac{L}{a} - \epsilon$ et $\frac{L}{a} + \epsilon$	surpression devient dépression	dépression devient surpression
$\frac{3.L}{a} - \epsilon$ et $\frac{3.L}{a} + \epsilon$	dépression devient surpression	surpression devient dépression

De plus, l'écoulement change de sens. Par contre, à un "bout mort" (vanne ou clapet fermé), le signe du coup de bélier est conservé.

Intervalle de temps	Fermeture vanne	Arrêt pompe
$\frac{2.L}{a} - \epsilon$ et $\frac{2.L}{a} + \epsilon$	dépression reste dépression	surpression reste surpression
$\frac{4.L}{a} - \epsilon$ et $\frac{4.L}{a} + \epsilon$	surpression reste surpression	dépression reste dépression

Ces derniers résultats peuvent également s'interpréter en terme de réflexion d'onde arrivant à un noeud N qui peut être un ouvrage ou un changement de section. Cette onde *incidente* se divise en onde *transmise* et en onde *réfléchie* (Cf. figure 3.11).

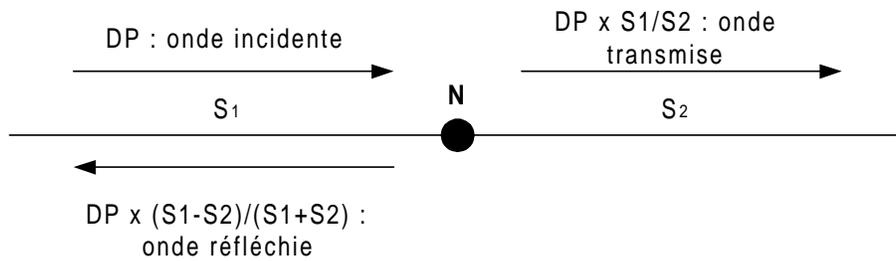


FIGURE 3.11 – Transmission et réflexion d'onde à un noeud

En notant ΔP la surpression, la formulation est la suivante :

- onde transmise : $\Delta P_t = \frac{S_1}{S_2} \cdot \Delta P$
- onde réfléchie : $\Delta P_r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \cdot \Delta P$

Deux principaux cas existent :

- élargissement : ΔP_t et $\Delta P_r < \Delta P$.
Cas particulier du réservoir : $S_2 \rightarrow \infty$ et $\Delta P_t \rightarrow 0$, $\Delta P_r = \Delta P$
- rétrécissement : $\Delta P_t > \Delta P > \Delta P_r$.
Cas particulier du "bout mort" : $S_2 = 0$ et $\Delta P_r = \Delta P$ et théoriquement $\Delta P \rightarrow \infty$.

On retrouve les résultats précédents :

Onde	Réservoir	Bout mort	
Incidente	ΔP	ΔP	
Réfléchie	$-\Delta P$	ΔP	
Résultante	0 = retour à l'état initial. Cf. instants $\frac{L}{a} - \epsilon$ et $\frac{L}{a} + \epsilon$	$2 \cdot \Delta P$ = doublment du coup de bélier. Cf. instants $\frac{2 \cdot L}{a} - \epsilon$ et $\frac{2 \cdot L}{a} + \epsilon$	

Conséquences

Il convient d'être attentif aux extrémités fermées (bouts morts) qui accentuent les coups de béliers, notamment après les rétrécissements (petites antennes).

Pour les réseaux ramifiés, le degré de ramification va influencer fortement le comportement en cas de coup de bélier.

Dans un réseau très ramifié :

- l'onde de dépression résultant de l'arrêt d'une pompe s'atténue dans les ramifications car la somme des sections est supérieure à la section amont,
- à chaque extrémité, cette onde atténuée se réfléchit en surpression (réservoir) ou en dépression (bout mort),
- les temps de parcours étant très différents, les ondes réfléchies interfèrent de façon complexe, généralement sans augmentation d'amplitude, mais au contraire en s'amortissant rapidement.

En revanche, dans un réseau composé d'un petit chevelu raccordé à une conduite de fort diamètre, l'amortissement sera bien moindre car la grosse conduite conservera l'essentiel de l'amplitude des ondes.

3.3.3 Etude quantitative

Les méthodes les plus utilisées pour l'étude quantitative des phénomènes de coup de bélier sont la méthode de Bergeron (appelée aussi méthode de Schnyder-Bergeron) qui est une simplification de la méthode des caractéristiques.

La première permet une résolution graphique dans les cas simples. La seconde est orientée pour le calcul informatisé et permet la résolution de cas plus complexes (réseaux maillés et/ou ramifiés).

Seule la première méthode sera présentée ici à titre indicatif.

Remarque importante : On se reportera à des ouvrages spécialisés pour des calculs destinés au dimensionnement d'ouvrage de protection.

Equations d'Alliévi

L'application du théorème de la quantité de mouvement à un tronçon de conduite horizontal supposé sans perte de charge aboutit à la première équation :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

L'équation de continuité aboutit à l'autre équation :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.3)$$

En dérivant par rapport à x et à t , on obtient le système d'équation suivant :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

aussi appelé système des *cordes vibrantes*.

L'intégration de ce système conduit aux équations suivantes :

$$h - h_0 = F \cdot \left(t - \frac{x}{a} \right) + f \cdot \left(t + \frac{x}{a} \right) \quad (3.6)$$

$$U - U_0 = -\frac{g}{a} \cdot \left[F \cdot \left(t - \frac{x}{a} \right) + f \cdot \left(t + \frac{x}{a} \right) \right] \quad (3.7)$$

dans lesquelles F et f sont des fonctions dépendant de la loi de variation des débits et des conditions aux limites.

L'interprétation de ce résultat peut se faire en considérant un observateur se déplaçant le long de la conduite dans le sens de l'écoulement, à la vitesse des ondes a . L'espace parcouru par l'observateur au temps t est : $x = a \cdot t + b$, d'où : $t - \frac{x}{a} = -\frac{b}{a} = \text{constante}$. On en déduit que : $F(t - \frac{x}{a}) = \text{constante}$

En considérant un autre observateur se déplaçant en sens inverse à $-a$, et par un raisonnement analogue, on en déduit : $f = \text{constante}$. F et f sont donc deux ondes, respectivement dans le sens et dans le sens inverse de l'écoulement.

Cas du réservoir : En supposant que la conduite se termine dans un réservoir de grande dimension, on a $h = h_0 = \text{constante}$ au point $x = L$. On en déduit que : $F(t - \frac{L}{a}) = f(t + \frac{L}{a})$. Autrement dit, l'onde F se réfléchit au réservoir et donne naissance à une onde opposée. On retrouve bien les résultats de l'analyse qualitative.

Evaluation numérique : Considérons la fermeture d'une vanne à $t = 0$, avec la transition $U_0 \rightarrow U = 0$. Avant l'instant 0, on est régime permanent, donc l'onde réfléchie n'existe pas : $f = 0$. En remplaçant ces valeurs dans 3.6 et 3.7, on obtient l'équation de Joukowsky :

$$\Delta h = h - h_0 = \pm \frac{a}{g} \cdot \Delta U = \pm \frac{a}{g \cdot S} \cdot \Delta Q \quad (3.8)$$

A.N. : $a = 1000 \text{ m/s}$, $g = 10 \text{ m/s}^{-2}$, on obtient : $h - h_0 \simeq 100 \cdot U_0$. Pour une vitesse initiale de $1,5 \text{ m/s}$, la surpression est de l'ordre de 150 m , soit 15 bars .

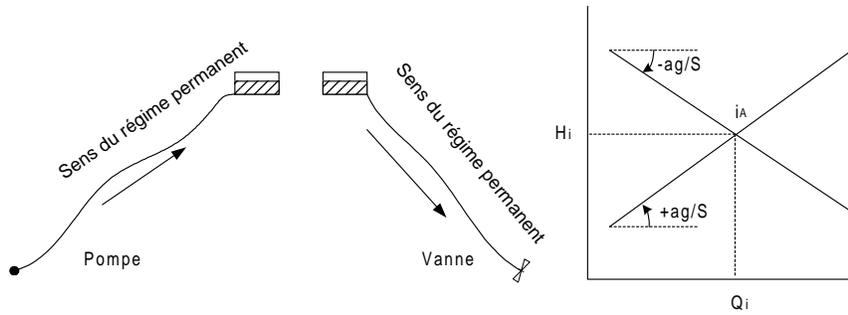


FIGURE 3.12 – Droites de Bergeron

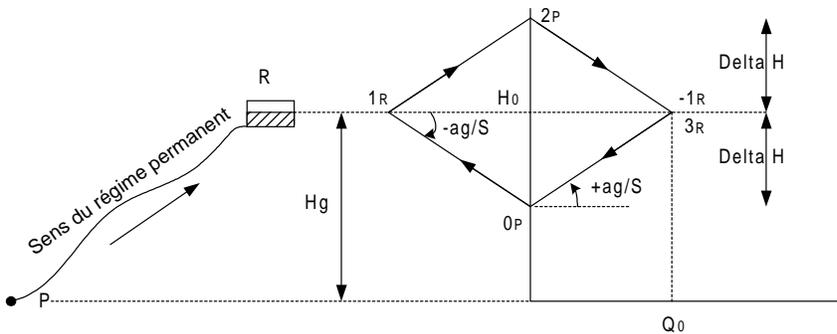


FIGURE 3.13 – Épure de Bergeron : cas du système pompe-réservoir

Epures de Bergeron

Les droites de Bergeron sont de pentes $\pm \frac{a}{g.S}$, dans le plan (H, Q) .

Considérons un observateur partant d'un point A de la conduite à l'instant i (i_A) et parcourant la conduite à la célérité a . Les régimes aux points qu'il rencontre sont sur la droite de Bergeron passant par i_A , de pente $-\frac{a}{g.S}$ s'il va dans le sens du régime permanent, et $\frac{a}{g.S}$ s'il va dans le sens contraire (cf. figure 3.12).

Considérons un réservoir en régime permanent au temps -1 . Ce point est parfaitement défini par les valeurs Q_0 et H_0 . Les points représentatifs successifs à la pompe (resp. à la vanne) et au réservoir se trouvent à l'intersection des deux lieux :

- de la droite de Bergeron $\frac{a}{g.S}$ ou $-\frac{a}{g.S}$
- la caractéristique du point considéré après la fermeture qui est :
 - + pour la pompe ou la vanne, la droite $Q = 0$ (axe des h , car la vanne ou le clapet sont fermés,
 - + pour le réservoir, l'horizontale passant par son plan d'eau ($H = constante$).

On peut ainsi construire la suite des points représentatifs de l'onde, aux temps $n \frac{L}{a}$, (cf. figures 3.13 et 3.14).

3.4 Appareils de sécurité pour les réseaux sous pression

3.4.1 Appareillage anti-bélier

Soupape de décharge

L'appareil écrête les surpressions en dérivant un certain débit à l'extérieur de la conduite dès que la pression dépasse une valeur de réglage.

Volant d'inertie

Un disque de grande inertie monté sur l'arbre du groupe moto-pompe transforme l'arrêt brusque d'une pompe en arrêt lent.

Cheminée d'équilibre

Une conduite de diamètre important en liaison avec la conduite à protéger est installée verticalement. Les variations du plan d'eau dans la cheminée traduisent les variations de pression dans la conduite. La cheminée doit être assez large pour ne pas vider complètement à la dépression, et suffisamment haute pour ne pas déborder à la surpression.

Ballon anti-bélier

Il s'agit d'un ballon métallique qui se vidange à la dépression et qui se remplit à la surpression. Son dimensionnement doit être soigné.

3.4.2 Appareillage de protection générale

Robinet d'arrêt

L'appareil est destiné à couper le débit en cas de rupture d'une conduite. Il fonctionne le plus souvent par détection de la survitesse.

Ventouse

L'appareil, systématiquement positionné au points hauts, permet d'éliminer les poches d'air quand la conduite est en pression.

Clapet d'entrée d'air

L'appareil permet à un grand débit d'air d'entrer dans la conduite lors des vidanges. Il évite les dépressions.

Ventouse combinée

L'appareil permet :

- d'évacuer l'air à grand débit lors de la mise en eau de la canalisation,
- de dégazer en permanence la conduite en service,
- d'admettre l'air à grand débit lors de la vidange de la conduite.

Clapet de non-retour

Installé généralement sur une conduite de refoulement, l'appareil permet de retenir la colonne d'eau.

3.4.3 Stabilisateurs et limiteurs de pression

Réducteur de pression

L'appareil permet de réduire une pression avec un rapport constant. Il fonctionne généralement avec des ressorts tarés.

Stabilisateur de pression amont

Dans un système réservoir-réseau, l'appareil maintient la pression à son amont par limitation du débit qui transite.

Stabilisateur de pression aval

L'appareil réduit et stabilise la pression d'un réseau aval à partir d'une conduite à pression plus élevée (pression amont), quels que soient les variations de la pression amont et du débit.

Stabilisateur amont-aval

L'appareil cumule les deux fonctions décrites ci-dessus.

Robinet altimétrique

L'appareil agit comme stabilisateur aval avec une commande altimétrique très précise.

3.4.4 Protection mécanique

Crépines et filtres

Ces appareils sont destinés à arrêter les corps étrangers (sable, gravier, ...) respectivement à l'entrée et dans les conduites.

Chapitre 4

Hydraulique à surface libre

Sommaire

4.1 Généralités	50
4.1.1 Rappel des hypothèses	50
4.1.2 Exemples de problèmes abordés	50
4.1.3 Variables de l'écoulement	51
4.1.4 Profil des vitesses	52
4.1.5 Profil de pression	54
4.1.6 Charge hydraulique	54
4.1.7 Ecoulement fluvial ou écoulement torrentiel ?	54
4.2 Écoulements uniformes	56
4.2.1 Définition	57
4.2.2 Expression des pertes de charge	57
4.2.3 Applications	61
4.3 Écoulements graduellement variés	62
4.3.1 Définition	62
4.3.2 Equation	63
4.3.3 Les formes classiques des courbes de remous	63
4.3.4 Notion de contrôle hydraulique de l'écoulement	66
4.4 Écoulements rapidement variés	67
4.4.1 Ressaut hydraulique	68
4.4.2 Ouvrages et singularités	70
4.4.3 Raccordement des courbes de remous	78
4.4.4 Exemples d'application	79
4.5 Écoulements transitoires	81
4.5.1 Laminage dans une retenue	81
4.5.2 Modélisation de la propagation	82
4.5.3 Equations de l'onde cinématique	83
4.5.4 Equations de l'onde diffusante	85
4.5.5 Equations de Saint-Venant	86
4.5.6 Quand utiliser telle ou telle formulation ?	86
4.5.7 Application aux courbes de tarage	88
4.5.8 Méthodes numériques	88

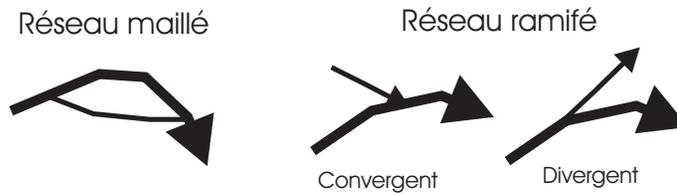


FIGURE 4.1 – Différents types de réseaux

Les concepts de base sont les mêmes que ceux utilisés pour l'hydraulique en charge : conservation de la matière, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le calcul des pertes de charge linéaires et singulières est également à la base de nos problèmes hydrauliques, mais le fait que la section d'écoulement puisse varier (contrairement à l'écoulement dans une conduite en charge) rajoute une indétermination. De plus, l'état de surface des parois des chenaux à surface libre est généralement beaucoup plus chaotique.

Après un complément de définitions, nous verrons la situation relativement simple où les variables hydrauliques sont invariantes selon l'axe de l'écoulement (régime uniforme), puis nous verrons le cas plus général des écoulements variés dans l'espace puis dans le temps.

4.1 Généralités

4.1.1 Rappel des hypothèses

Un écoulement à surface libre est un écoulement possédant une surface en contact avec l'atmosphère. Si en hydraulique en charge le problème consiste généralement à déterminer la pression dans les conduites, on écrira ici que la pression à la surface libre est égale à la pression atmosphérique. En revanche, **déterminer la position de la surface libre sera généralement le problème essentiel.**

Rappelons que nous travaillons avec des écoulements mono-dimensionnels (section 1.3.1) : toutes les variables (vitesse U , débit $Q...$) seront ramenées à l'axe x de l'écoulement. Ces variables pourront être indépendantes du temps t (régime permanent) ou non (régime transitoire). L'étude des régimes permanents, plus simple, est suffisante pour de nombreuses applications même si ces régimes n'existent jamais en toute rigueur...

4.1.2 Exemples de problèmes abordés

Citons quelques problèmes que les notions abordées ici permettent d'appréhender :

- étude des écoulements en rivière : connaissant les apports hydrologiques sur un bassin versant, quel sera le niveau atteint lors d'une crue (par exemple centennale ou maximale observée pour un plan d'exposition aux risques inondation) ? Suivant le type de crues, on considérera les écoulements permanents ou transitoires. Si les cours d'eau ont plusieurs chenaux, on pourra être amené à considérer un **maillage** (cas des îles notamment) ou des **ramifications** (cas des deltas par exemple). Des écoulements plus complexes (plans d'eaux étendus...) pourront nécessiter une approche bi-dimensionnelle.
- réseaux d'assainissement : il s'agira de dimensionner les sections d'écoulement et les ouvrages pour les débits de pointe. Certaines opérations de maintenance (comme les chasses hydrauliques) provoquent des écoulements très transitoires (chocs) non spécifiquement abordés dans ce document.
- réseaux d'irrigation : il pourra s'agir là aussi de dimensionner les canaux de transport de l'eau, les ouvrages de régulation, mais aussi gérer le système (manœuvre des ouvrages), diagnostiquer les éventuels dysfonctionnements, organiser la maintenance.

Les réseaux d'assainissement et les cours d'eau seront des systèmes généralement convergents (le débit augment d'amont en aval) alors que les canaux d'irrigation seront des systèmes divergents (l'eau est distribuée d'amont en aval).

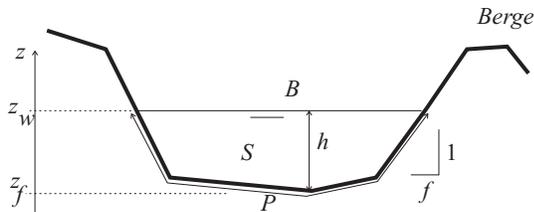


FIGURE 4.2 – Variables dans une section d'écoulement à surface libre



FIGURE 4.3 – Canal à surface libre – la largeur B se mesure à la surface («miroir»).

4.1.3 Variables de l'écoulement

Outre les variables décrites en section 1.3 (débit Q , section S , vitesse moyenne U), certaines grandeurs ne sont pertinentes que pour les écoulements à surface libre.

Périmètre mouillé (P_e) : il s'agit du pourtour de la section mouillée en contact avec le lit du cours d'eau ; c'est à ce niveau qu'a lieu le frottement. Il s'agit d'une longueur, généralement exprimée en mètres. Cette longueur est pertinente également pour les écoulements en charge mais on ne l'utilise pas en tant que telle (on utilise le diamètre, les conduites en charge étant très généralement circulaires).

Rayon hydraulique (R_h) : $R_h = S/P_e$; c'est une longueur caractéristique de la section d'écoulement qui présente l'intérêt de faire intervenir la longueur de frottement entre l'écoulement et son lit. On remarquera que pour une section d'écoulement circulaire on a R égal à la moitié du rayon géométrique de la section.

Largeur au miroir (B) : largeur de la section mouillée au niveau de la surface libre. C'est bien à la surface que la notion de largeur est utile car une augmentation du niveau d'eau Δz_w provoque une augmentation de la section mouillée $\Delta S = B\Delta z_w$.

Cote de l'eau (z_w) : altitude (selon l'axe vertical z) de la surface libre. L'hypothèse d'écoulement monodimensionnel implique que cette cote ne dépend pas de y , donc que la ligne d'eau est horizontale dans le plan (y, z) . Cette hypothèse est bien vérifiée dans le cas où les chenaux étudiés présentent une courbure faible. On pourra remettre en question cette hypothèse dans des problèmes particuliers comme les écoulements avec des courbes assez marquées.

Cote du fond (z_f) : altitude (selon l'axe vertical z) du point le plus bas de la section d'écoulement.

Pente de la ligne d'eau (I) : $I = -\frac{dz_w}{dx}$, cette quantité est positive la plupart du temps (l'eau coule de haut en bas!).

Pente du fond (I_f) : $I_f = -\frac{dz_f}{dx}$. Les écoulements que nous étudierons seront considérés comme quasiment horizontaux : I_f devra donc être faible (au plus de quelques %, ce qui est le cas de la plupart des cours d'eau). Cela permettra d'écrire que :

- $\sin(I_f) \sim I_f$ d'une part
- $\cos(I_f) \sim 1$ d'autre part ; cela permet notamment de considérer que l'axe z , axe vertical, est perpendiculaire au fond et à la surface libre.

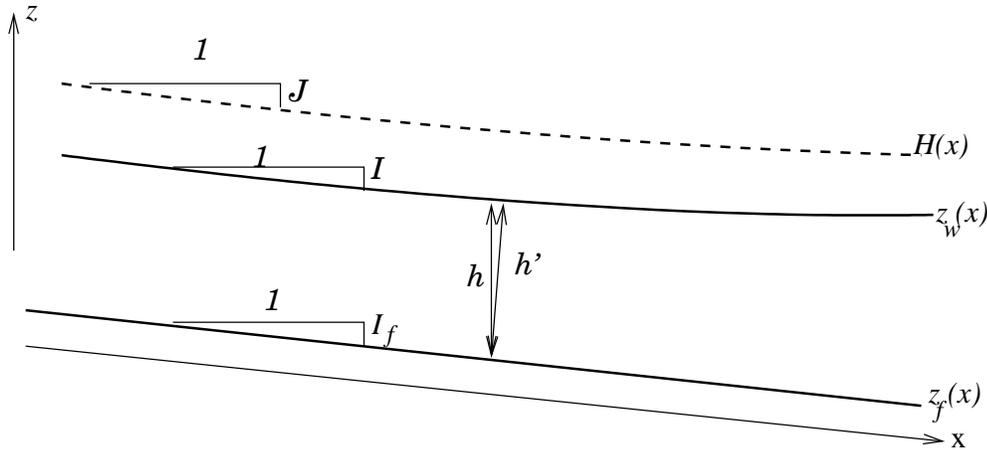


FIGURE 4.4 – Profil en long, définitions – La ligne de charge est également représentée; elle est décalée de la ligne piézométrique (surface libre) de la quantité $U^2/2g$; rappelons que sa pente est le gradient hydraulique, J . I est la pente de la ligne d'eau, I_f la pente au fond.

Hauteur d'eau (h) : $h = z_w - z_f$ (figure 4.4). On appelle **tirant d'eau** ou **profondeur** la longueur h' prise entre le fond et la surface libre, perpendiculairement au fond. L'hypothèse précédente implique que ces deux grandeurs peuvent être confondues.

Fruit des berges (f) : c'est la pente des berges (distance horizontale pour une hauteur égale à l'unité). Cette valeur est donc sans dimension.

4.1.4 Profil des vitesses

Nous avons vu en section 1.3.2 les différentes notions de vitesse dans une section. Les écoulements à surface libre que nous étudierons seront quasiment toujours turbulents. Les expériences ont montré en effet qu'un écoulement à surface libre est turbulent dès lors que son nombre de Reynolds est supérieur à 8000, avec

$$Re = \frac{U D_h}{\nu} \quad (4.1)$$

où $D_h = 4.R_h$ est le diamètre hydraulique. L'écoulement est laminaire lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à 2000. **Ce type de situation est rare dans les écoulements à surface libre.** Les vitesses étant de l'ordre de 0,1 à 1 m/s, le rayon hydraulique, de l'ordre de la profondeur donc en général au moins quelques dizaines de centimètres, la viscosité cinématique de l'ordre de $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, on obtient effectivement des nombres de Reynolds supérieurs à 8000 et généralement très supérieurs. La turbulence peut donc pleinement se développer.

Toutefois, la condition de contact impose une vitesse nulle au voisinage de la paroi; on observe donc une couche limite (généralement très fine) où l'écoulement est laminaire. La vitesse augmente à mesure que l'on s'éloigne du fond et des berges. Toutefois, la vitesse en surface dépend du vent; sans vent, la vitesse est maximale légèrement sous la surface libre (figure 4.6).

La forme des profils de vitesse sur une verticale est généralement linéaire dans la zone laminaire (quelques millimètres à partir de la paroi) puis logarithmique, jusqu'à une hauteur de l'ordre de $0,2h$. Au-dessus, dans la zone dite externe, on parle de loi déficitaire car on s'éloigne légèrement du profil logarithmique. Une forme standard des profils de vitesse est donnée par :

- dans la couche limite laminaire :

$$\bar{u}(z) = u^{*2} z / \nu \quad (4.2)$$

où u^* est la **vitesse de frottement** ou **vitesse de cisaillement** (échelle des vitesses au voisinage des parois, définie plus loin), z la position par rapport au fond, ν la viscosité cinématique de l'eau.

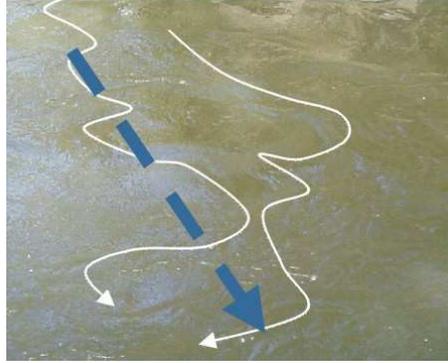


FIGURE 4.5 – Surface libre - écoulement turbulent : le trait fin représente une ligne de courant, le trait épais indique la trajectoire moyenne d'une particule

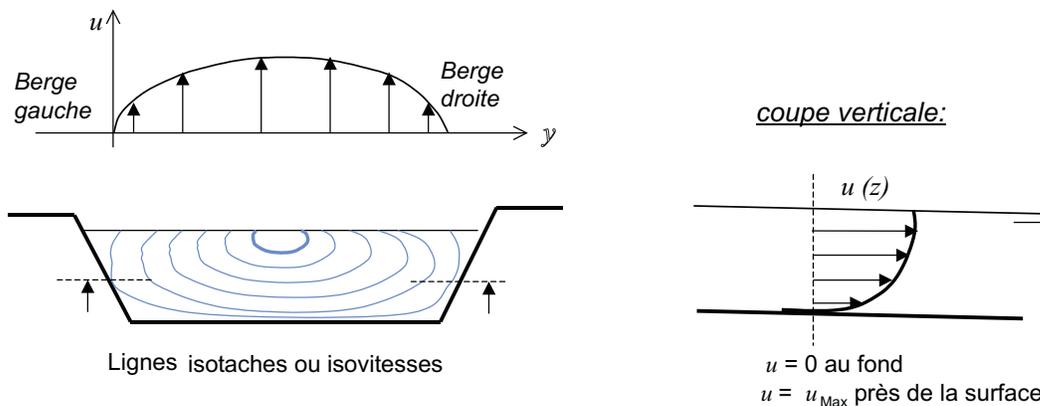


FIGURE 4.6 – Distribution des vitesses dans une section

- dans la couche logarithmique :

$$\bar{u}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \ln \left(\frac{z - \Delta}{z_0} \right) \quad (4.3)$$

où κ est la constante de Von Karman (de l'ordre de 0,41), Δ est une hauteur de déplacement de la couche limite, nulle pour un fond lisse ou sinon de l'ordre de la hauteur de rugosité pour un fond rugueux, $z_0 \simeq \epsilon/30$ (ϵ est la rugosité).

- dans la couche externe, on ajoute à l'expression précédente une fonction dépendant de z («loi de sillage»), mais devant prendre en compte également l'effet des parois et du vent à la surface de l'eau.

En pratique, une bonne approximation peut être obtenue par des formules du type

$$u(z) = u_{Max} \left(\frac{z}{h} \right)^{1/m} \quad (4.4)$$

avec m de l'ordre de 5 à 8 (par exemple 6), $u_{Max} = \frac{m+1}{m} U$ vitesse maximale (ici vitesse à la surface), z altitude par rapport au fond, h hauteur dans la verticale. Ce profil peut être intégré pour déterminer la vitesse moyenne dans une verticale.

La vitesse de frottement, aussi appelée vitesse de cisaillement, est calculée soit à partir de la contrainte de cisaillement au fond ($u^* = \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gR_h J}$), soit expérimentalement par ajustement sur le profil de vitesse, soit en le reliant aux fluctuations des vitesses au voisinage de la paroi. Cette échelle de vitesse est utilisée également en transport solide (voir chapitre correspondant).

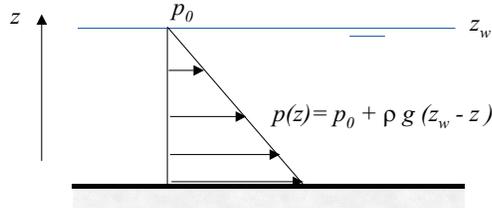


FIGURE 4.7 – Distribution verticale des pressions

4.1.5 Profil de pression

Lorsque la courbure des lignes de courant est faible, on peut négliger les effets centrifuges et écrire ainsi que $p + \rho g z$ est constant sur une verticale (cf hypothèse formulée au paragraphe 1.3.5). Compte tenu du fait qu'on suppose les écoulements mono-dimensionnels, z_w est constant selon l'axe horizontal orthogonal à l'axe d'écoulement et on peut même écrire que $p + \rho g z$ est constant sur toute la section d'écoulement d'où l'expression de p en fonction de z : $p + \rho g z = p_0 + \rho g z_w$ avec p_0 pression atmosphérique, en général prise égale pour simplifier (p est alors la pression relative).

L'hypothèse sur la courbure des filets fluides n'est plus valable pour les écoulements dits «rapidement variés» (section 4.4), en revanche elle l'est pour les écoulements uniformes ou graduellement variés.

4.1.6 Charge hydraulique

La charge en un point est définie par la relation 1.16. Notons que le terme $p/(\rho g) + z = (p_0/(\rho g) + z_w)$ correspond à la charge hydrostatique, et est égal à l'altitude de la surface libre qui est également la ligne piézométrique.

La charge totale s'écrit donc

$$H = z_w + \alpha \frac{U^2}{2g} \quad (4.5)$$

avec α , coefficient de Coriolis, compris en général entre 1 et 1,5 suivant l'hétérogénéité du profil de vitesse ; il est souvent assez proche de 1, ce qui nous amène souvent à le considérer égal à 1.

La représentation de la ligne de charge est un problème classique. Elle s'obtient en reportant au-dessus de la surface libre (ligne piézométrique, ou lieu des points où la pression est égale à la pression atmosphérique) la quantité $\alpha U^2/2g$. Cette ligne de charge doit toujours être décroissante dans le sens de l'écoulement (le fluide ne peut que perdre de l'énergie, sauf si on pompe). On se rappellera également que la perte d'énergie sera d'autant plus grande que l'énergie cinétique (donc la vitesse) sera grande.

On se reportera à l'annexe E.4 pour un exemple d'application.

4.1.7 Ecoulement fluvial ou écoulement torrentiel ?

Relation Charge totale-hauteur d'eau

Sous quelle forme est l'énergie de l'écoulement ? Pression et énergie potentielle sont liées par la relation 1.8. A débit donné, et charge totale donnée, plus la vitesse sera forte et plus la section d'écoulement sera faible, donc plus la hauteur d'eau sera faible. Exprimons ainsi la relation entre charge totale et hauteur d'eau :

$$H = z_f + h + \alpha \frac{Q^2}{2gS(h)^2} \quad (4.6)$$

S est une fonction croissante de h ; par exemple, pour une section rectangulaire, $S = B \times h$. La relation $H(h)$, à débit donné et pour une section donnée, est représentée qualitativement sur la figure 4.8.

Ainsi, à H et Q donnés, il existe un nombre limité de solutions pour h suivant le positionnement de H par rapport à H_c (charge critique).

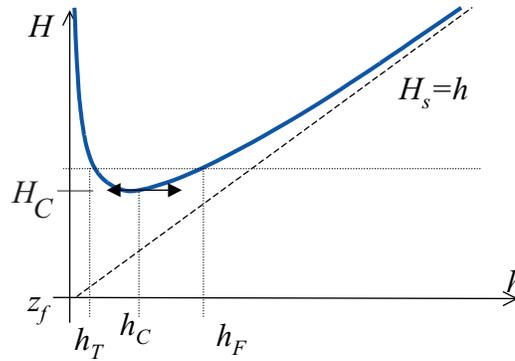


FIGURE 4.8 – Variation de la charge en fonction de la hauteur d'eau. La quantité $H - z_f$, c'est-à-dire la charge totale par rapport au fond, est appelée «charge spécifique» et est notée H_s .

- **Cas** $H < H_c$ Il n'y a pas de solution possible – donc ce cas ne se rencontre pas ! Cela veut dire que H_c est la charge minimale nécessaire pour véhiculer le débit Q .
- **Cas** $H = H_c$ C'est l'état **critique** : il n'y a qu'une seule position possible pour la ligne d'eau, $h = h_c$, **hauteur critique**.
- **Cas** $H > H_c$ Il y a deux solutions possibles pour h . La plus faible correspond à un écoulement de faible charge hydrostatique donc de forte énergie cinétique. Cet écoulement est dit **torrentiel**. La seconde correspond à un écoulement de forte charge hydrostatique, donc faible charge cinétique : l'écoulement est dit **fluvial**.

Les écoulements fluviaux sont appelés également «subcritiques», les écoulements torrentiels «super-critiques». La nature fluviale ou torrentielle a des implications pratiques importantes.

Détermination du régime par le calcul

L'expression $H(h)$ (equation 4.6) peut être dérivée par rapport à h pour faire apparaître les différents cas de figure. Ainsi $dH/dh < 0$ correspond au régime torrentiel, $dH/dh > 0$ correspond au régime fluvial. On peut montrer (en prenant $\alpha = 1$ pour simplifier) que $dH/dh = 1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}$, B étant la largeur au miroir.

On pose :

$$Fr = \sqrt{\frac{Q^2 B}{gS^3}} \quad (4.7)$$

Fr est appelé le **nombre de Froude**, il est sans dimension. Il exprime en fait l'importance de la charge cinétique par rapport à la charge hydrostatique (c'est, à un facteur près, le ratio des forces d'inertie sur les forces de gravité)¹ Ainsi, en écoulement torrentiel dH/dh (courbe décroissante) et $Fr > 1$. De même, en fluvial, $Fr < 1$. Le minimum d'énergie pour véhiculer le débit Q correspond à $Fr = 1$, caractérisant le régime critique.

On peut montrer également que ce nombre exprime l'importance de la vitesse moyenne du courant par rapport à la vitesse de propagation des ondes de gravité c à la surface de l'eau :

$$Fr = \frac{U}{c} \quad (4.8)$$

Ainsi, en écoulement fluvial une onde peut se propager à la surface de l'eau en remontant le courant, alors qu'en régime torrentiel une onde ne peut pas remonter le courant. C'est une façon de déterminer le type de régime (voir tableau ci-dessous).

¹Rappelons que le nombre de Reynolds est quant à lui le ratio entre les forces d'inertie sur les forces de viscosité.



FIGURE 4.9 – Remontée des ondes en régime fluvial



FIGURE 4.10 – Régime torrentiel : les ondes ne remontent pas le courant ; on peut en revanche avoir une estimation de la vitesse en mesurant la hauteur de la remontée du niveau d'eau sur l'obstacle : $\delta h = U^2/2g$

Par le calcul, on peut soit déterminer le nombre de Froude et le comparer à 1, soit déterminer la hauteur critique h_c et la comparer à la hauteur d'eau mesurée h . La détermination de h_c est analytique en géométrie rectangulaire ($h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}}$).

Le tableau ci-dessous résume les différentes méthodes de caractérisation du régime. On verra plus loin que le type de régime est essentiel pour déterminer si l'écoulement est contrôlé par l'amont ou par l'aval.

	FLUVIAL (subcritique)	TORRENTIEL (supercritique)
Froude ($Fr = \sqrt{Q^2 B / (g S^3)}$)	$0 < Fr < 1$	$1 < Fr$
Hauteur d'eau	$h > h_c$	$h < h_c$
Vitesse du courant	$U < c$	$U > c$
Visualisation		

CALCUL D'APPLICATION – Reprenons l'exemple de la rigole de l'annexe E.4 et calculons le nombre de Froude. La largeur B vaut 0,3m, le débit $0,03\text{m}^3/\text{s}$ et la section mouillée S vaut $h \times B = 0,06\text{m}^2$. Le nombre de Froude est égal à 0,36 : l'écoulement est donc fluvial.

On peut le vérifier physiquement en plaçant un doigt à la surface de l'eau et en observant les ondelettes produites par le doigt (figure 4.9) : elles se propagent vers l'amont (mais elles s'atténuent très rapidement).

4.2 Écoulements uniformes

Le calcul de la position de la ligne d'eau en régime uniforme est le plus simple qu'on puisse faire. Pour des ordres de grandeur, on essaie généralement de se ramener à ce type d'hypothèse.

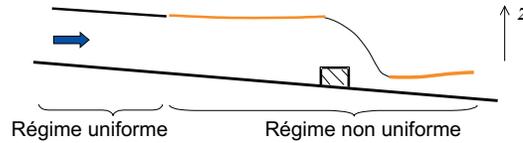


FIGURE 4.11 – Régime uniforme, régime non uniforme



FIGURE 4.12 – L'écoulement est-il uniforme à l'amont du seuil ? A première vue, il semble que la hauteur d'eau soit constante, et pourtant la présence de l'obstacle nous garantit que l'écoulement ne peut pas être uniforme.

4.2.1 Définition

Un écoulement est **uniforme** lorsque tous les paramètres hydrauliques sont constants d'une section à l'autre (figure 4.11).

Le fait qu'il soit **permanent** implique que Q est constant sur toutes les sections (Q indépendant de x). Dire que l'écoulement est uniforme implique aussi que la géométrie de la section est constante, donc S et h sont aussi indépendants de x , la pente du fond I_f également. La ligne d'eau est donc parallèle au fond, donc $I = I_f$, la ligne de charge est également parallèle à la ligne d'eau donc $J = I$. Reste à trouver la position de la ligne d'eau, c'est-à-dire la valeur de $h...$

Ce type d'écoulement se rencontre lorsque la géométrie d'un chenal est uniforme et lorsqu'aucun ouvrage ne perturbe l'écoulement. On verra plus loin que la présence d'un ouvrage dans un chenal peut influencer sur la ligne d'eau sur une distance très longue.

La hauteur correspondant à ce régime est dite **hauteur normale** ou **profondeur normale** ; on la notera h_n .

4.2.2 Expression des pertes de charge

Forme générale

Reprenons la relation utilisée pour les écoulements en charge (relation 2.1) :

$$J = \frac{\lambda}{D_h} \frac{U^2}{2g} \quad (4.9)$$

où D_h , diamètre hydraulique, est égal à 4 fois le rayon hydraulique. Cette relation (également appelée équation de Darcy-Weisbach), est souvent écrite sous la forme

$$U = C \sqrt{R_h J} \quad (4.10)$$

TABLE 4.1 – Coefficients de Strickler

Cours d'eau	Valeurs usuelles de K ($m^{1/3}/s$)
Canal bétonné, très lisse	75-100
Canal bétonné, état moyen	50-75
Canal en terre	30-50
Cours d'eau régulier, bien entretenu	40 à 50
Cours d'eau ordinaire	30-40
Cours d'eau avec embâcles	20-30

connue comme la **formule de Chézy**, dans laquelle intervient un coefficient C dit **coefficient de Chézy** ; il varie de 1 à 100 environ. En pratique, C n'est malheureusement pas constant (comme λ) pour un écoulement donné, ce qui en limite l'utilisation. Elle a toutefois l'intérêt d'exprimer que la perte de charge augmente avec le carré de la vitesse.

Formules classiques

Des formules empiriques permettent d'affiner la formule de Chézy.

Citons par exemple les formules de Kutter (formule 4.11) et Bazin (formule 4.12) qui expriment le coefficient de Chézy en fonction de R_h et d'un paramètre dépendant uniquement de la nature des parois :

$$C = \frac{100\sqrt{R_h}}{\eta + \sqrt{R_h}} \quad (4.11)$$

avec η variant de 0 pour un matériau très lisse et $2,5m^{1/2}$ pour une paroi très rugueuse. Cette formule (formule de Kutter) semble bien marcher pour les canaux en terre de petite taille.

$$C = \frac{87\sqrt{R_h}}{\gamma + \sqrt{R_h}} \quad (4.12)$$

avec γ variant de 0 pour un matériau très lisse et $1,75m^{1/2}$ pour une paroi très rugueuse.

Formule de Manning-Strickler – Cette formule présente l'intérêt de faire intervenir un paramètre K peu dépendant de R :

$$U = KR_h^{2/3} \sqrt{I_f} \quad (4.13)$$

ou

$$Q = KR_h^{2/3} S \sqrt{I_f} \quad (4.14)$$

K est appelé **coefficient de Strickler**. Il varie de $20m^{1/3}/s$ pour des cours d'eau offrant beaucoup de résistance à l'écoulement à plus de 100 pour des chenaux à parois très lisses. Les anglo-saxons parlent plutôt de la formule de Manning et préfèrent utiliser le **coefficient de Manning** égal à $n = 1/K$.

La formule de Manning-Strickler est de loin la plus utilisée aujourd'hui pour calculer le régime uniforme. On remarque qu'elle exprime également que la perte de charge est proportionnelle à l'énergie cinétique :

$$J = \frac{U^2}{K^2 R_h^{4/3}} \quad (4.15)$$

Le tableau 4.1 ainsi que le tableau plus complet fourni en annexe donnent des valeurs *indicatives* de K pour différents types de cours d'eau. Ces valeurs illustrent la relation entre la variation de K et l'état de surface du chenal. Elles peuvent être utilisées pour avoir des ordres de grandeurs mais **il est fortement recommandé de caler ce coefficient sur des données réelles**.

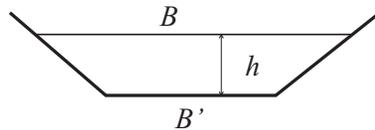


FIGURE 4.13 – Paramètres géométriques de la section trapézoïdale

Calage du coefficient K – Si l'on sait que le régime est uniforme dans une portion de chenal, nous mesurerons :

- les paramètres géométriques de la section : profil en travers, c'est-à-dire la profondeur en différents points de la section, ce qui permettra ensuite, par intégration, de calculer la section mouillée S , le périmètre mouillé P et donc le rayon hydraulique R ; la pente au fond I_f .
- le débit Q (voir chapitre sur les mesures de débit)

La pente au fond I_f peut être mesurée via la pente de la ligne d'eau I , puisqu'en régime uniforme ces valeurs sont égales².

EXERCICE – Calculer le coefficient de Strickler dans un canal bétonné où on a mesuré les valeurs suivantes :

- section du canal : trapézoïdale, fruit des berges égal à 2, largeur au fond 3m
- hauteur d'eau : 1,20m
- pente de la ligne d'eau $I := 1\text{m}/1\text{km}$
- débit mesuré : $11,5\text{m}^3/\text{s}$

La section mouillée est égale à $S = (B + B') \times h/2$. Le fruit f étant de 2, $B = B' + 2 \times f \times h$, soit $B = 7,8\text{m}$. On a donc $S = 6,48\text{m}^2$.

Le périmètre mouillé est égal à B' plus la longueur des berges. Pour une berge, cette longueur vaut $\sqrt{1,2^2 + 2,4^2} = 2,68\text{m}$. On a donc un périmètre mouillé de $8,36\text{m}$ et donc un rayon hydraulique de $R_h = 0,78\text{m}$. On calcule alors

$$K = \frac{Q}{SR_h^{2/3} \sqrt{I}} \quad (4.16)$$

avec $I = J = I_f = 0,001$ (régime uniforme). On obtient ainsi K égal à $66\text{m}^{1/3}/\text{s}$ environ. On vérifie que cette valeur est conforme à ce que l'on obtient pour ce type de canal.

REMARQUE – Si on obtient par calage des valeurs de K atypiques, cela doit amener à se poser un certain nombre de questions :

- mes calculs sont-ils corrects ?
- mes mesures sont-elles correctes ?
- y a-t-il des obstacles dans l'écoulement qui augmentent la rugosité globale dans le chenal ?

Ce dernier point est très utile pour conduire un **diagnostic** sur un cours d'eau.

POUR ALLER PLUS LOIN...

Rugosité de forme, rugosité de peau – On verra dans certains ouvrages des formules permettant de relier le coefficient de Strickler à la taille des éléments qui constituent le lit d'un cours d'eau. Par exemple,

$$K = \frac{21}{d_{50}^{1/6}} \quad (4.17)$$

où d_{50} représente le **diamètre médian** des matériaux composant le lit (diamètre pour lequel 50% des matériaux sont plus gros, 50% sont plus fins). On trouve également

²Cette méthode permet d'ailleurs d'obtenir le coefficient de Strickler même si le régime n'est pas uniforme car on verra que la perte de charge peut s'exprimer avec la même formule en régime non uniforme.

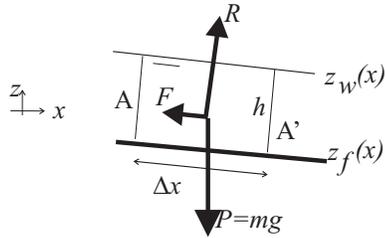


FIGURE 4.14 – Equilibre des forces sur un élément de fluide – profil en long

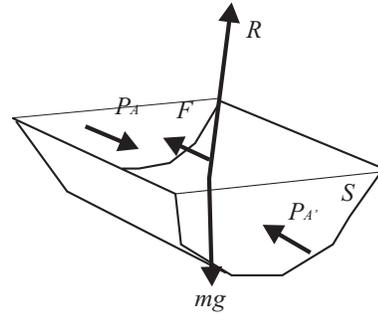


FIGURE 4.15 – Equilibre des forces sur un élément de fluide

$$K = \frac{26}{d_{90}^{1/6}} \quad (4.18)$$

Cela marche bien quand c'est effectivement la taille des matériaux qui expliquent la formation de la turbulence, donc les cours d'eau avec des matériaux grossiers (au moins de taille centimétrique).

Pour des lits composés de matériaux fins, cette approche ne marche plus car la taille des particules joue peu sur la formation de la turbulence (donc la perte de charge). En revanche, les éléments importants pour la formation de la turbulence seront les formes du lit (par exemple des dunes, des rides, des bancs de sable...), les irrégularités des berges, la végétation... Pour un lit sableux, avec un diamètre médian de $200\mu\text{m}$ (sable moyen), on obtiendrait un K de 87 avec la formule 4.17, ce qui est beaucoup trop élevé.

On pourra exprimer que la perte de charge totale est la somme d'une perte de charge due au frottement des parois (avec un K dit «de peau») et d'une perte de charge due à la présence des formes (berges, fond...) faisant intervenir un K dit «de forme».

Notion de contrainte de cisaillement à la paroi – Ecrivons l'équilibre des forces sur un élément de fluide de longueur Δx . Il est soumis aux forces de pression en A et en A', au poids P , au frottement F et à la réaction normale R .

Comme l'écoulement est uniforme, la section mouillée en A et en A' est la même. Les forces de pression sont donc opposées en A et en A', elles s'annulent donc (figure 4.15). Projetons alors les autres forces sur l'axe de l'écoulement :

$$mg \sin I_f - F = 0 \quad (4.19)$$

La force F , force de frottement, est d'autant plus grande que la surface de contact est grande. Notons τ_0 la **contrainte de cisaillement à la paroi**. La surface de contact avec la paroi est $Pe \times \Delta x$, avec Pe périmètre mouillé. Nous avons donc

$$F = \tau_0 Pe \Delta x \quad (4.20)$$

Remarquons aussi que $m = \rho S \Delta x$. On remplace donc dans l'équation 4.19, ce qui nous donne :

$$\tau_0 Pe = \rho g S I_f \quad (4.21)$$

On préfère écrire cette relation avec J qui de toute façon est égal à I_f en régime uniforme. De plus, on remarque que $S/Pe = R_h$ (rayon hydraulique) d'où

$$\tau_0 = \rho g R_h J \quad (4.22)$$

On retrouve bien que les forces de frottement augmentent avec le carré de la vitesse en écoulement turbulent. La notion de contrainte de cisaillement à la paroi sera particulièrement utile pour le transport solide, puisque la résistance à l'écoulement est aussi la force exercée par l'écoulement sur le lit du cours d'eau.

4.2.3 Applications

Détermination de la ligne d'eau

Nous avons vu que la détermination de la ligne d'eau était le principal problème pour les écoulements à surface libre : connaissant le débit Q et le gabarit du chenal, quel sera le niveau atteint par l'eau ?

Reprenons la formule 4.14. Si nous connaissons Q et K , I_f étant la pente du fond, il reste deux inconnues, R_h et S . Ces deux variables sont en fait liées à la hauteur d'eau h : pour une section de géométrie donnée, connaître la position de la ligne d'eau permet de connaître la section mouillée, le périmètre mouillé et donc le rayon hydraulique (c'est ce que nous avons calculé dans l'exercice de la section précédente). Ainsi, R_h et S sont des fonctions de h . Pour une section rectangulaire de largeur B , par exemple, $S = B \times h$ et $R_h = \frac{Bh}{B+2h}$.

Ainsi, déterminer la position de ligne d'eau pour un débit donné revient à résoudre l'équation

$$Q - KR_h(h)^{2/3} S(h) \sqrt{I_f} = 0 \quad (4.23)$$

la hauteur normale h_n étant solution de cette équation. Sauf cas très particulier, il n'y a pas de solution analytique à cette équation mais les calculatrices actuelles permettent de résoudre l'équation facilement (par dichotomie, méthode de Newton...). Il arrive, dans des situations assez particulières, qu'il y ait plusieurs solutions à cette équation donc plusieurs régimes uniformes possibles.

Lorsqu'on a un cours d'eau très large, assimilé à un rectangle de largeur B et de hauteur h_n , on a $h_n \ll B$ et $R \simeq h_n$. Ainsi, l'équation 4.23 se simplifie en

$$Q = KB h_n^{5/3} \sqrt{I_f} \quad (4.24)$$

ce qui permet de déterminer h_n de façon analytique. Ce type de calcul permet d'avoir une estimation rapide de l'ordre de grandeur de h_n .

REMARQUE – Il faut bien voir comment les différents paramètres d'un écoulement influent sur la valeur de h_n :

- si Q augmente, h_n augmente
- si K augmente, le frottement diminue et h_n diminue
- si la pente du fond diminue, h_n augmente.

Calcul de la capacité de transport hydraulique d'un chenal

Ce problème se pose lorsqu'on veut savoir à quel débit un cours d'eau (rivière, canal) déborde. Ce débit sera appelé débit de plein bord. Dans ce cas, la formule de Manning-Strickler s'applique directement dès lors qu'on connaît les paramètres géométriques et le coefficient de Strickler.

Dimensionnement d'un chenal

Le débit est alors une donnée imposée : par les données climatiques s'il s'agit de dimensionner un réseau d'assainissement pluvial ou de recalibrer un cours d'eau, par un nombre d'habitants desservis s'il s'agit d'un réseau d'assainissement domestique ou par une surface irriguée s'il s'agit d'un réseau d'irrigation. De même, la pente du chenal est généralement imposée par la topographie du terrain.

Il s'agit alors de déterminer les paramètres géométriques de la section : largeur, hauteur, fruit des berges s'il s'agit d'un canal trapézoïdal, rayon si on recherche une section circulaire...

Il y a donc plusieurs paramètres à déterminer, et la seule formule de Manning-Strickler ne peut suffire à les déterminer tous. Nous prendrons donc en compte d'autres critères, physiques comme économiques :

- le coût de construction ; on peut ainsi choisir un profil tel que la section d'écoulement soit minimale. On peut montrer par exemple, avec la formule de Manning-Strickler, que la section rectangulaire qui minimise S à débit fixé est telle que $B = 2^{7/8} \left(\frac{Q}{K\sqrt{I_f}} \right)^{3/8}$ et $h = B/2$ (voir calculs en annexe).

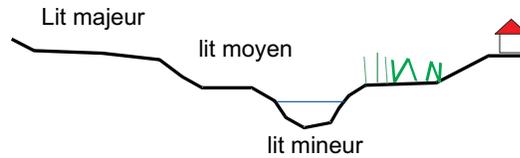


FIGURE 4.16 – Les types de lit considérés

- la stabilité des berges (canaux en terre), le risque lié à une berge trop abrupte (canaux où existe le risque de noyade), l'emprise foncière (plus le fruit est grand, plus l'emprise en grande), etc.
- le transport solide ; on verra dans le chapitre sur le transport de particules que la capacité de transport en sédiments (donc la sensibilité au dépôt et à l'érosion) ne dépend pas uniquement du débit liquide.

Lit composé

On a supposé jusqu'ici que la perte de charge était expliquée par un coefficient unique caractéristique de la rugosité du lit du cours d'eau. Dans certains cas, notamment lorsqu'on étudiera les crues où l'eau déborde du lit mineur, on pourra être amenés à considérer des lits composites (figure 4.16). Ainsi, en crue, une rivière pourra déborder de son lit mineur :

- le lit moyen sera le lit de débordement où l'eau s'écoule dans le sens du cours d'eau (mais avec une vitesse plus faible car le frottement sera plus important que dans le lit mineur).
- le lit majeur sera la plaine d'inondation où l'eau sera stockée puis déstockée mais sans vitesse significative dans le sens de l'écoulement.

On aura alors généralement un coefficient de Strickler dans le lit mineur (K_1) et un coefficient de Strickler dans le lit moyen (K_2).

On écrira les mêmes relations que dans un réseau maillé : le débit total et la somme des débits passant dans le lit mineur et dans le lit moyen ($Q = Q_1 + Q_2$), et il y a égalité des charges dans le lit mineur et dans le lit moyen. La perte de charge est donc la même dans les lits mineur et moyen : $J_1 = J_2$.

Notion de débitance

La perte de charge $\Delta H = J \times \Delta x$ dans un chenal est (en régime uniforme) la différence d'altitude entre deux points du chenal : elle est donc imposée par la topographie du terrain.

On utilise parfois le terme de débitance $D_e = Q/\sqrt{J}$ qui lui est une caractéristique de la section d'écoulement, indépendamment de la topographie. Ainsi, lorsqu'on veut favoriser l'écoulement de l'eau dans un chenal, c'est le terme de débitance qu'il faut augmenter (n'ayant pas de flexibilité sur J).

De même, dans un réseau maillé (figure 4.1), la charge est identique aux extrémités de chaque branche. On écrira ainsi que la débitance totale est la somme des débitances dans chaque branche.

4.3 Écoulements graduellement variés

Nous venons de voir le fonctionnement d'un canal en régime uniforme. Que se passe-t-il si on perturbe cet écoulement par un obstacle (ouvrage, comme un seuil ou un pont) ou plus généralement un changement quelconque de géométrie ? Le tirant d'eau va être perturbé et il va varier en fonction de l'abscisse.

4.3.1 Définition

Un écoulement est dit graduellement varié quand le tirant d'eau et la vitesse moyenne varient progressivement. On s'intéresse ici aux écoulements permanents à débit constant et donc cette variation progressive a lieu dans l'espace.

La pente du fond et celle de la surface libre ne sont plus parallèles, mais comme elles diffèrent assez peu on peut supposer que les lignes de courant sont sensiblement parallèles au fond. L'hypothèse que la répartition des pressions est hydrostatique est donc encore valable.

Il nous faut maintenant être capable d'exprimer les pertes d'énergie dans l'écoulement. On fait donc une deuxième hypothèse : on considère que **les pertes de charges linéaires sont localement les mêmes que pour un écoulement uniforme** de même tirant d'eau et donc de même vitesse moyenne.

On peut donc, par exemple, exprimer $J(x)$ par la formule de Manning-Strickler :

$$J(x) = \frac{Q^2}{K(x)^2 S(x)^2 R_h(x)^{4/3}} \quad (4.25)$$

identique à l'équation 4.15.

4.3.2 Equation

L'équation de la ligne d'eau s'écrit donc :

$$\frac{dH(x)}{dx} = -J(x) \quad (4.26)$$

Sachant que $H = H_s + z_f$ (voir figure 4.8), on peut l'écrire aussi sous la forme :

$$\frac{dH_s}{dx} = I_f - J \quad (4.27)$$

Or

$$\frac{dH_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{g S^3} \quad (4.28)$$

donc on obtient pour équation de la ligne d'eau :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_f - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}} \quad (4.29)$$

ou

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_f - J}{1 - Fr^2} \quad (4.30)$$

Cette équation fait apparaître deux valeurs de h importantes déjà rencontrées :

- le tirant d'eau **normal** pour lequel $I_f = J$ qui annule le numérateur,
- le tirant d'eau **critique** $h = h_c$ qui annule le dénominateur ($Fr = 1$).

4.3.3 Les formes classiques des courbes de remous

Formes générales

On considère un canal de géométrie uniforme et on veut connaître l'évolution de la ligne d'eau si l'écoulement uniforme est perturbé. La résolution de l'équation différentielle 4.30 permet d'obtenir complètement la ligne d'eau. Malheureusement, cette équation ne possède pas de solution simple et on a maintenant recours à des calculateurs pour la résoudre de façon précise.

On peut toutefois en donner l'allure, ce qui est fort utile pour appréhender les phénomènes physiques.

Examinons tout d'abord les valeurs limites :

- Près de $h = h_c$, $I_f - J$ est en général différent de 0 et comme le dénominateur est nul, cela implique que $dh/dx \rightarrow \infty$ et donc la ligne d'eau est perpendiculaire à l'axe du canal.
- Pour $h = h_n$, $dh/dx = 0$ donc $h = h_n = Cste$. On ne peut pas avoir $h = h_n$ si un point de la ligne d'eau est différent de h_n , cela veut dire que l'on rejoint h_n asymptotiquement.

- Pour h très grand (infini) $J \rightarrow 0$ et donc le numérateur tend vers I_f alors que le dénominateur tend vers 1. Donc $dh/dx \rightarrow I_f$ donc $dz/dx \rightarrow 0$, la ligne d'eau est horizontale.

Etudions maintenant le signe de $I_f - J$. Lorsqu'on est en régime uniforme, $h = h_n$ et $I_f = J$. Si $h > h_n$, la vitesse est plus faible que la vitesse uniforme et J est donc plus faible que I_f .

Etudions enfin le signe de $1 - Fr^2$. Celui-ci dépend tout simplement de la position de la hauteur d'eau par rapport à h_c (régime fluvial ou régime torrentiel).

Il convient donc de distinguer différents cas, selon que la hauteur d'eau est au-dessus ou au-dessous de la hauteur normale, au-dessus ou au-dessous de la hauteur critique.

Types de chenaux

Les formes des courbes de remous sont représentées figure 4.17 et décrites ci-dessous.

Régime normal fluvial ($h_n > h_c$) Ceci correspond à des canaux à **penne faible**.

Regardons comment évolue $h(x)$:

- Si un point de hauteur d'eau h_1 est connu tel que $h_1 > h_n$, alors $I_f - J > 0$ et comme $h_n > h_c$, $h_1 > h_c$ donc $Fr < 1$ et $1 - Fr^2 > 0$. On a donc $dh/dx > 0$: le tirant d'eau croît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée F1 (M1 pour «mild» pour les anglosaxons).
- h_2 point connu tel que $h_n > h_2 > h_c$ alors $I_f - J < 0$ et $1 - Fr^2 > 0$: le tirant d'eau décroît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée F2 (M2).
- h_3 point connu tel que $h_3 < h_c$ alors $I_f - J < 0$ et $1 - Fr^2 < 0$: le tirant d'eau croît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée F3 (M3).

Remarquons que les courbes F1 et F2 sont fluviales mais la courbe F3 est torrentielle. Pour la F1, le dénominateur $1 - Fr^2$ est plus grand que pour la F2 (car la F2 est plus proche du régime critique) et donc $|dh/dx|$ est plus faible pour F1 que pour F2, c'est-à-dire que F2 converge plus vite que le régime uniforme que la F1.

Régime normal torrentiel ($h_n < h_c$) – Ceci correspond à des canaux à **penne forte**.

Regardons comment évolue $h(x)$:

- Si un point de hauteur d'eau h_1 est connu tel que $h_1 > h_c$, alors $h_1 > h_n$ et $I_f - J > 0$; on a également $Fr < 1$ et $1 - Fr^2 > 0$. On a donc $dh/dx > 0$: le tirant d'eau croît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée T1 (S1 pour steep pour les anglosaxons).
- h_2 point connu tel que $h_c > h_2 > h_n$ alors $I_f - J > 0$ et $1 - Fr^2 < 0$: le tirant d'eau décroît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée T2 (S2).
- h_3 point connu tel que $h_3 < h_n$ alors $I_f - J < 0$ et $1 - Fr^2 < 0$: le tirant d'eau croît vers l'aval. Cette courbe de remous est appelée T3 (T3). Remarquons que les courbes T2 et T3 sont torrentielles mais que la courbe T1 est fluviale.

Cas des canaux à penne nulle – Dans ce cas la hauteur normale est rejetée à l'infini et on retrouve seulement deux zones. On montre alors que l'on a des courbes évoluant comme F2 et F3 qui sont notées respectivement H2 et H3.

Cas des canaux en contre-penue – De la même manière h_n est infini et on a une évolution comparable au cas horizontal. Ces courbes sont notées A2 et A3.

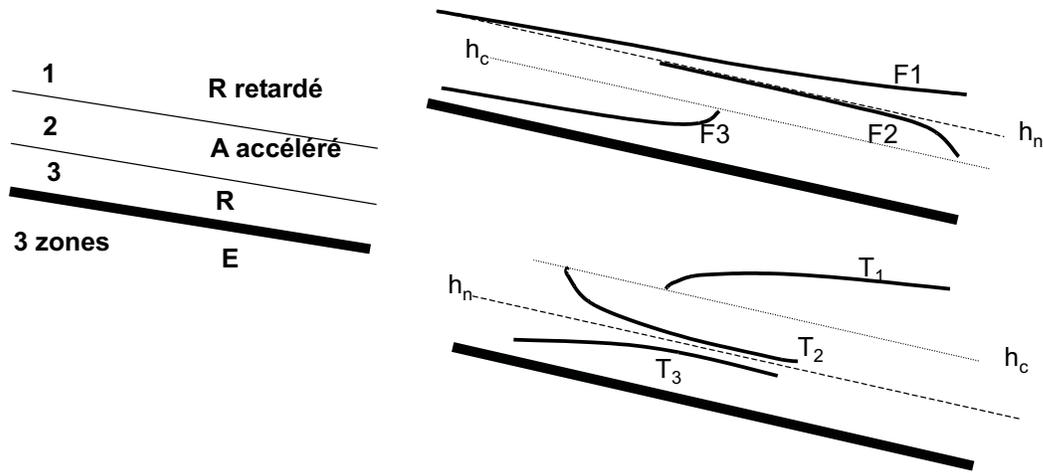


FIGURE 4.17 – Tracé qualitatif des courbes de remous : moyen mnémotechnique

Pour retrouver rapidement toutes ces courbes de remous

Il est important de pouvoir retrouver qualitativement ces courbes de remous. Par exemple, la courbe de remous F1 est parfois très longue (jusqu'à plusieurs kilomètres voire centaines de kilomètres pour l'Amazone) et il faut être conscient que ce qui contrôle le niveau en une section n'est pas forcément les paramètres de cette section (géométrie, rugosité), mais aussi les conditions d'écoulement à l'aval. Inversement, une F2 est courte et converge rapidement vers le régime uniforme : sur une portion en régime uniforme la hauteur d'eau dépend uniquement des caractéristiques locales (géométrie, rugosité).

Pour retrouver les courbes de remous, il suffit de mémoriser 2 notions :

- raccordement : tangentiel à h_n et perpendiculaire à h_c
- évolution : retardé, accéléré, retardé (RARE) pour les 3 zones (figure 4.17). Retardé indique que la vitesse diminue, donc h augmente ; accéléré indique que la vitesse augmente et donc h diminue vers l'aval.
- cas F : on a 3 zones. Pour la zone 1, un écoulement retardé et tangentiel à h_n la seule courbe possible est de la forme F1. De même pour la zone 2, un écoulement accéléré tangentiel à h_n et perpendiculaire à h_c , la seule solution est la forme F2. Pour la zone 3, un écoulement retardé et perpendiculaire à h_c , la seule solution est la forme F3.
- cas T : on a 3 zones comme précédemment. et avec le même raisonnement on retrouve les trois courbes.
- cas H : on a seulement 2 zones, la zone 1 a disparu. Donc pour la zone 2 on est en écoulement accéléré et raccordement perpendiculaire à h_c , la seule solution est une courbe de forme H2. Pour la zone 3 on est en écoulement retardé et raccordement perpendiculaire à h_c la seule solution est une courbe de forme H2.
- cas A : le raisonnement est identique au cas H et on a les courbes 4.18.

Type de chenal	Pente faible (F)	Pente forte (T)	Horizontal (H)
Exemple	Rivière de plaine Canal	Rivière de montagne portion de canal	portion de canal (rare)
Hauteurs caractéristiques	$h_n > h_c$	$h_n < h_c$	$h_n \rightarrow \infty$
Type 1 (Retardée)	Fluviale	Fluviale	∅
Type 2 (Accélérée)	Fluviale	Torrentielle	Fluviale
Type 3 (Retardée)	Torrentielle	Torrentielle	Torrentielle

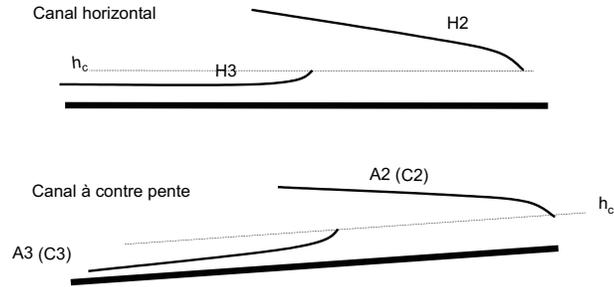


FIGURE 4.18 – Courbes de remous : canaux horizontaux et à contre pente



FIGURE 4.19 – Ce coursier est à pente faible et le régime normal est fluvial. On est donc dans le cas d'un canal à pente faible. La zone que l'on peut observer est en régime fluvial, donc contrôlée par l'aval. A l'aval, la chute d'eau fait décroître le niveau d'eau : nous avons donc une courbe de remous F2 qui converge rapidement vers le régime uniforme à l'amont.

On a ainsi retrouvé rapidement la forme qualitative de toutes les courbes de remous. A titre d'exercice, que se passe-t-il dans le cas peu fréquent où $h_n = h_c$?

4.3.4 Notion de contrôle hydraulique de l'écoulement

De l'examen des formes classiques des courbes de remous, on peut constater que quel que soit le cas considéré, si $h > h_c$ on s'éloigne de h_n vers l'aval et on se rapproche de h_n vers l'aval si $h < h_c$.

De même pour les courbes subcritiques (fluviales), on tend vers une limite connue vers l'amont et pour les courbes supercritiques (torrentielles) on tend vers une limite connue vers l'aval.

On peut donc en déduire que le contrôle de l'écoulement est déterminé par les conditions aval en subcritique (fluvial) et par les conditions amont en supercritique (torrentiel).

Cette notion est très importante, le calcul de courbe de remous devant toujours commencer à l'amont si $h < h_c$ et à l'aval si $h > h_c$.

EXERCICE – Expliquez, par les courbes de remous, les influences des marées observées dans la partie aval des fleuves.

SOLUTION – Les fleuves sont en général des cours d'eau à pente faible, surtout dans leur partie aval. On a donc 3 types de lignes d'eau possibles, F1, F2 ou F3. Le creusement du lit est tel que le niveau de la mer impose un niveau aval supérieur à h_n . On est donc, à l'aval, en régime fluvial et avec une cote $h_1 > h_n$, d'où une courbe de remous de type F1. Celle-ci remonte à l'amont (on est en fluvial), à une distance qui dépend principalement de la pente du fleuve (terme I_f), des conditions d'écoulement (termes J , F_r) et de l'écart $h_1 - h_n$.

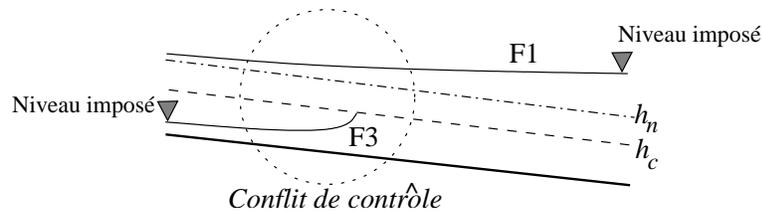


FIGURE 4.20 – Conflit de contrôle : l'amont impose un régime torrentiel (F3), l'aval un régime fluvial (F1 ou F2). Les courbes de remous ne se raccordent pas.

Ainsi, pour l'Amazone, le cycle de la marée peut s'observer jusqu'à un millier de kilomètres à l'amont de l'embouchure. Bien sûr, l'amplitude des variations s'atténue à mesure qu'on va vers l'amont, de la même manière que $h - h_n$ diminue en allant vers l'amont sur la F1.

Pour quantifier les amplitudes, il faut résoudre l'équation de la ligne d'eau (4.30), mais cette résolution nécessite des outils de calcul.

Calcul des courbes de remous

Il s'agit de résoudre l'équation de la courbe de remous connaissant la géométrie du canal, le débit et la rugosité.

Cette résolution nécessite la connaissance d'une condition limite en cote amont ou aval suivant le contrôle défini précédemment. L'équation est résolue numériquement soit en utilisant la forme différentielle (équation 4.29), par une méthode de Runge-Kutta par exemple, soit en utilisant une forme intégrale (équation 4.31) que l'on intègre par la méthode des trapèzes.

$$\int dH = \int -J dx \quad (4.31)$$

Entre une section amont 1 et aval 2 distantes de Δx on a :

$$H_1 = H_2 + \frac{J_1 + J_2}{2} \Delta x \quad (4.32)$$

Que l'on peut mettre sous la forme :

$$H_1 + \frac{J_1}{2} \Delta x = H_2 + \frac{J_2}{2} \Delta x \quad (4.33)$$

Par exemple, dans le cas fluvial, on calcule de l'aval vers l'amont, donc on connaît tout en 2 et donc il faut résoudre une équation de la forme $f(h_1) = 0$. Ceci est fait numériquement par dichotomie ou par la méthode de Newton. La méthode intégrale est utilisée par les principaux logiciels de calcul de ligne d'eau car elle est généralisable facilement au cas où la géométrie varie. La forme différentielle nécessite un pas d'intégration en x très petit et est réservé au suivi précis d'une ligne d'eau, par exemple sur un coursier. On ne décrit pas ici les méthodes graphiques ou les tables utilisées par le passé faute de moyen de calcul numérique.

Conflit de contrôle

Examinons le cas de la figure 4.20 avec $h_n > h_c$, où une condition amont impose un tirant d'eau torrentiel (courbe F3) et une condition aval impose un tirant d'eau fluvial (courbe F1). Comment vont se raccorder ces deux courbes ?

4.4 Écoulements rapidement variés

Les écoulements rapidement variés se caractérisent par une courbure des filets fluides importante ou des pertes de charges importantes, ce qui ne permet pas d'appliquer les raisonnements ci-dessus. Notamment, l'hypothèse que le champ de pression est hydrostatique n'est plus valable.

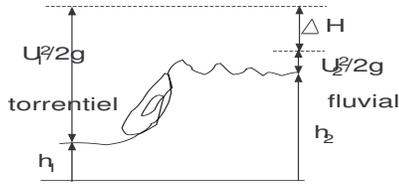


FIGURE 4.21 – Passage du fluvial au torrentiel : on a transformation d'énergie cinétique en énergie potentielle mais également une perte de charge importante



FIGURE 4.22 – Exemple de ressaut

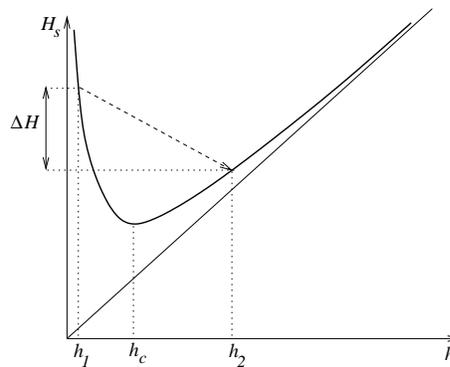


FIGURE 4.23 – représentation du ressaut sur la courbe $H_s(h)$

Ces écoulements se rencontrent par exemple au niveau des obstacles ou des ouvrages sur les cours d'eau (seuils, ponts, vannes, rétrécissements, élargissements brusques etc.), mais aussi lorsqu'il s'agit de passer d'un régime torrentiel à un régime fluvial (cas du conflit de contrôle évoqué ci-dessus).

4.4.1 Ressaut hydraulique

Ce conflit de contrôle est résolu par le **ressaut hydraulique**. Le ressaut hydraulique est une discontinuité hydraulique qui ne permet pas d'utiliser localement les équations des courbes de remous (équation 4.26).

Le ressaut permet de passer d'un régime torrentiel à un régime fluvial. Physiquement, l'écoulement présente de grandes perturbations avec des tourbillons, des remous, des entraînement d'air (voir figure 4.22). Il existe des formes très différentes de ressaut : on parle de ressaut ondulé, faible, fort en fonction des conditions hydrauliques qui prévalent à l'amont et à l'aval.

Le ressaut est donc un fort dissipateur d'énergie qui transforme de l'énergie cinétique en énergie potentielle. La figure 4.23 présente le comportement du ressaut en terme d'énergie spécifique $H_s(h)$.

Equation du ressaut – On note h_1 et h_2 les **hauteurs conjuguées** par le ressaut (figure 4.21), h_1 étant la hauteur amont en régime torrentiel, h_2 la hauteur aval en régime fluvial. On peut montrer (voir annexe) que ces hauteurs sont liées par la relation :

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1}{2} \quad (4.34)$$

Le ressaut relie donc les deux tirants d'eau h_1 (torrentiel) et h_2 (fluvial), hauteurs conjuguées par le ressaut. Ne pas confondre avec la notion de **hauteurs correspondantes** qui elles sont à la même énergie (h_F et h_T

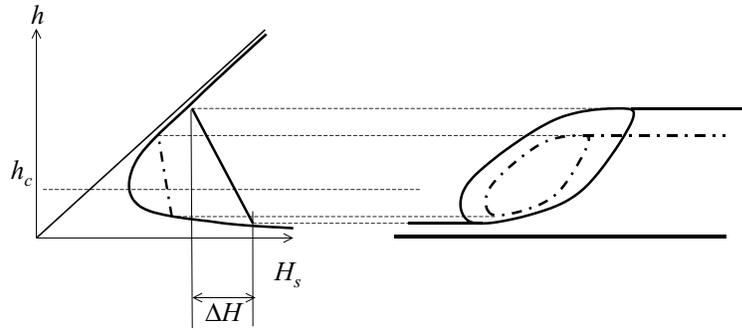


FIGURE 4.24 – ressauts emboîtés : plus l'écoulement est torrentiel à l'amont, plus la hauteur fluviale est élevée.

sur la figure 4.8).

Ainsi, connaissant l'une des hauteurs et le débit, on peut calculer sa hauteur conjuguée. On remarque que plus l'écoulement est fluvial à l'aval ($Fr_2 \rightarrow 0$), plus il doit être torrentiel à l'amont ($h_1 \rightarrow 0$; voir figure 4.24).

La perte d'énergie dans le ressaut est :

$$H_1 - H_2 = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad (4.35)$$

On peut montrer en étudiant la variation de la perte de charge en fonction de h_1 et h_2 que celle-ci est d'autant plus forte que h_2 croît (et donc que h_1 décroît).

Calcul et localisation du ressaut – La longueur du ressaut est estimée à partir d'observations expérimentales. Pour un ressaut bien établi, on donne une longueur de l'ordre de $5(h_2 - h_1)$. Il existe des abaques donnant des longueurs plus précises en fonction du Froude amont (ou aval) [9].

Le calcul du ressaut comporte deux aspects : le calcul de la hauteur conjuguée par le ressaut et sa localisation. Pour calculer la hauteur conjuguée par un ressaut, il faut résoudre l'équation 4.34, l'inconnue étant h_1 (ou h_2) suivant que l'on connaît le tirant d'eau aval (ou amont). Cette équation est résolue par une méthode numérique, typiquement une dichotomie ou une méthode de Newton.

L'écoulement à l'aval du ressaut est fluvial et torrentiel à l'amont. On peut donc avoir deux stratégies pour calculer le ressaut : soit en partant de l'aval, soit en partant de l'amont. On détaille ici la méthode en partant de l'aval, il sera très facile de l'adapter en partant de l'amont.

On calcule la ligne d'eau fluviale à partir de l'aval jusqu'à approcher la hauteur normale à l'amont (cas d'un chenal à pente faible : courbe de remous F1 ou F2; pour un chenal à pente forte, on est dans le cas d'une T1 qui converge vers la hauteur critique à l'amont).

De même, on calcule la ligne d'eau torrentielle en partant de l'amont jusqu'à approcher la hauteur critique à l'aval. On calcule la ligne conjuguée de cette ligne d'eau par un ressaut. Pour ce faire, pour chaque point de la ligne d'eau torrentielle, on calcule son conjugué et on le décale en abscisse de la longueur du ressaut. Le point où la ligne conjuguée coupe la ligne d'eau fluviale aval est le point aval du ressaut. Le point conjugué amont est sur la ligne d'eau torrentielle à la distance correspondant à la longueur du ressaut. Le schéma 4.25 résume cette procédure de localisation du ressaut.

Il est parfois très important de localiser les ressauts car c'est une zone à forte dissipation d'énergie et il faut protéger la zone contre les érosions. Il faut bien voir que la localisation du ressaut peut varier en fonction des conditions aux limites (débit amont et cote aval). Des procédés (plots sur le fond du canal) existent pour maintenir le ressaut dans une zone donnée. Il faut être très prudent avec les ressauts de faible hauteur, car même si la dissipation d'énergie est plus faible il se prolonge par des macro-turbulences qui peuvent éroder les berges très loin à l'aval.

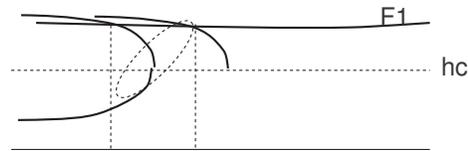


FIGURE 4.25 – localisation du ressaut : lignes d'eau amont et aval, courbe conjuguée de la ligne d'eau amont par le ressaut ; la limite aval du ressaut est l'intersection de cette dernière avec la ligne d'eau aval.

4.4.2 Ouvrages et singularités

A l'inverse, ouvrages et singularités permettent de contrôler un écoulement pour modifier la ligne d'eau donc en général pour avoir une cote plus importante (à débit donné). Pour ce faire, on va utiliser des ouvrages qui vont permettre de modifier les pertes d'énergie de l'écoulement. Ces ouvrages ne seront pas toujours des sections de contrôle pour l'écoulement au sens strict, c'est-à-dire des sections qui imposent un niveau d'eau pour un débit donné.

L'ouvrage le plus classique pour rehausser une ligne d'eau est le déversoir (figures 4.27 et 4.28). Dans les réseaux d'irrigation, les ouvrages de contrôle des niveaux sont très généralement des vannes, celles-ci étant plus ou moins ouvertes en fonction du débit et du niveau à réguler.

Par ailleurs, de nombreux ouvrages naturels ou artificiels modifient également la ligne d'eau : seuils naturels en rivière, ponts, siphons.

Nous présentons ici les principes généraux pour aborder les ouvrages, et renvoyons aux annexes pour des lois de comportement des ouvrages plus complètes.

Déversoirs

▷ Différents types de déversoir

C'est le type d'ouvrage le plus fréquent en hydraulique à surface libre. En rivière, par exemple, un seuil peut être constitué naturellement par un socle rocheux ou artificiellement pour maintenir un niveau d'eau ou ralentir l'écoulement. Les seuils sont fréquemment utilisés également pour estimer le suivi des débit en rivière ou en canal. On distingue différents types de seuils suivant leur forme, mais les lois de comportement sont similaires.

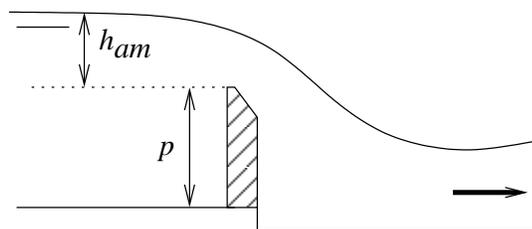


FIGURE 4.26 – Seuil à paroi mince ; définition de la hauteur amont h_{am} et de la pelle p .

Quelques définitions :

Déversoir : ouvrage constitué d'un seuil (lame déversante) par-dessus lequel l'eau se déverse.

Déversoir à paroi mince : déversoir dont le seuil est constitué d'une plaque mince voire biseautée, la tranche supérieure ayant une largeur de moins de 2mm. Sa forme standard a permis d'avoir un grand nombre d'observations, fournissant une loi de comportement fiable (figures 4.26, 4.28). Par opposition, on parlera de seuil épais (figure 4.29).

Déversoir de Bazin : Déversoir à paroi horizontale mince occupant toute la largeur de l'écoulement (donc sans contraction latérale) (voir figure 4.28).



FIGURE 4.27 – Déversoir en rivière



FIGURE 4.28 – Déversoir à mince paroi

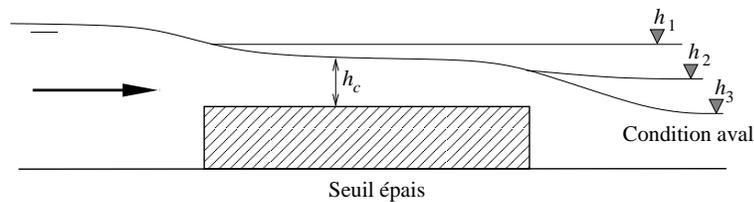


FIGURE 4.29 – Déversoir à seuil épais

Déversoir en bec de canard : déversoir à longue lame déversante utilisé pour réguler le niveau d'eau.

▷ Equation du déversoir

Si on envoie un débit constant à l'amont d'un seuil et si on fait baisser le niveau à l'aval du seuil, on constate que la cote amont baisse puis se stabilise à une valeur constante, même si la cote aval continue de baisser (voir figure 4.29). On a donc atteint un minimum d'énergie : cela veut dire que sur le seuil on passe par le régime critique. Cet écoulement est dit **dénoyé** : la cote aval n'a pas d'influence sur la cote amont du seuil. Quand la cote aval influence la cote amont, on est en écoulement **noyé**. Un déversoir dénoyé est une **section de contrôle** (cote imposée pour un débit donné). Par contre un déversoir noyé n'est pas une section de contrôle.

Equation du seuil dénoyé – On note L la longueur de déversement, Q le débit et h_{am} la hauteur d'eau au-dessus du déversoir (voir figure 4.26). La formule la plus fréquemment utilisée est

$$Q = \mu \sqrt{2g} L h_{am}^{3/2} \quad (4.36)$$

Cette relation peut être retrouvée à partir de l'expression de la charge critique (voir annexe), et on montre ainsi que μ , **coefficient de débit**, est de l'ordre de $2/(3\sqrt{3}) = 0,385$. Notons qu'on utilise ici la hauteur d'eau amont, plutôt que la charge amont, plus difficile à exprimer car faisant intervenir la charge cinétique de l'écoulement. La hauteur d'eau amont se mesure à une certaine distance à l'amont du seuil, pas trop près pour ne pas être dans la zone d'accélération due au déversement, pas trop loin pour limiter les pertes de charge entre le seuil et la section de mesure de h_{am} (en gros de 5 à 10 fois la hauteur d'eau au-dessus du seuil).

En fait, le coefficient de débit va varier en fonction de la configuration du seuil, mais poser $\mu = 0,4$ est généralement une bonne approximation pour un seuil rectangulaire. Des abaques ou des tables donnent les valeurs de μ pour divers types de seuils (voir par exemple [9]). Pour un seuil à longue lame déversante, type « bec de canard », on constate un frottement plus important, donc un coefficient de débit plus faible (0,32 à 0,34). On donne des formules classiques en annexe pour différents types de seuils.

APPLICATION À L'ESTIMATION DES DÉBITS – La présence d'un seuil dans un écoulement permet d'avoir une estimation rapide du débit : soit on mesure la différence d'altitude $z_{am} - z_d$ et on applique la relation 4.36 avec $\mu = 0,4$; soit on estime la hauteur d'eau critique h_c en la mesurant sur le seuil. Cependant, il est difficile de localiser précisément la section où la profondeur est critique.

équation du seuil noyé – De la même manière, on aboutit à une relation du type :

$$Q = \mu' L (z_{av} - z_d) \sqrt{2g(z_{am} - z_{av})} \quad (4.37)$$

avec μ' coefficient de débit, cette fois-ci proche de 1.

Un déversoir noyé n'est pas une section de contrôle de l'écoulement puisque nous n'avons pas de relation univoque entre Q et la hauteur d'eau amont.

Limite dénoyé / noyé – On considérera que la limite est lorsque le niveau d'eau aval atteint le niveau d'eau critique au-dessus du seuil. Ainsi, $z_{av} - z_d = h_c$. Or on a montré (voir annexe) que la charge amont H_{am} par rapport au seuil, en régime dénoyé, était égale à $3h_c/2$. Considérant que $H_{am} \approx h_{am}$, on a :

- $z_{av} - z_d < \frac{2}{3}(z_{am} - z_d)$: le régime est dénoyé ;
- $z_{av} - z_d > \frac{2}{3}(z_{am} - z_d)$: le régime est noyé.

EXERCICES –

1. Calculez le débit sur un déversoir de largeur 1m, cote amont 40,10m, cote de seuil 39,80, cote aval 39,92m.
2. Calculez le débit sur un déversoir de largeur 1m, cote amont 40,10m, cote de seuil 39,80, cote aval 40,05m.

RÉPONSES –

1. On regarde d'abord si le seuil est noyé ou dénoyé : $h_{am} = 0,30m$, $h_{av} = 0,12m$. On est dans le cas $h_{am} > 1,5h_{av}$, donc dénoyé. C'est la relation 4.36 qui s'applique. En prenant $\mu = 0,4$, on a $Q = 0,291m^3/s$.
2. On a $h_{av} = 0,25cm$, on est alors en régime noyé (formule 4.37). On a alors $Q = 0,257m^3/s$, ce qui montre bien l'influence du niveau aval.

Orifices et vannes

On considère une vanne de fond de type « wagon » ou « vanne à glissière ».

▷ Définitions

Une **vanne** est un ouvrage mobile venant plus ou moins modifier la section d'écoulement. Il existe plusieurs types de vannes. On distingue deux grands types de vannes (figure 4.32) : les vannes planes et les vannes secteur. Si les vannes planes sont plus faciles à concevoir, les vannes radiales (ou vannes secteur) présentent l'intérêt d'être soumises à des efforts de pression ayant un bras de levier nul par rapport au pivot de la vanne ; ainsi, les efforts à fournir pour ouvrir ou fermer la vanne sont faibles.

Conditions d'écoulement : Si on envoie un débit amont constant et si on fait baisser le niveau à l'aval de la vanne, on constate que la cote amont baisse puis se stabilise à une valeur constante même si la cote aval continue de baisser. Cet écoulement où le débit n'est pas fonction de la cote aval est dit **dénoyé**, tout comme pour un seuil. Quand la cote aval influence la cote amont on est en **écoulement noyé**. Une vanne dénoyée est une section de contrôle (cote imposée pour un débit donné). Par contre une vanne noyée n'est pas une section de contrôle (le niveau amont est influencé par l'aval).

▷ équation de la vanne dénoyée

On observe à l'aval de la vanne (figure 4.30) un écoulement rapide avec une section contractée puis la formation éventuelle d'un ressaut si le canal est en fluvial à l'aval (sinon l'écoulement continue en torrentiel).

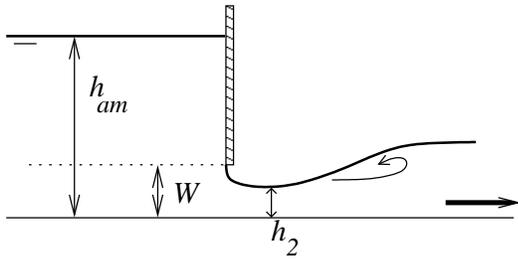


FIGURE 4.30 – Vanne de fond dénoyée – La présence du passage en torrentiel (cf présence du ressaut) garantit l'absence d'influence de l'aval sur l'amont.



FIGURE 4.31 – Vannes verticales à glissières dans un réseau d'irrigation ; les ouvertures respectives permettent de contrôler le débit envoyé dans chaque branche du réseau mais également de contrôler le niveau dans le bief amont de la diversion

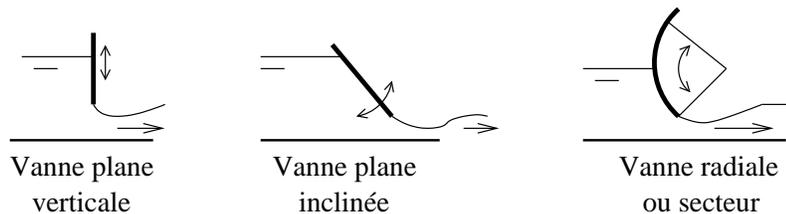


FIGURE 4.32 – Types de vanne

Considérons une vanne verticale, rectangulaire (vanne à glissières – cf figure 4.31). On note W l'**ouverture** de la vanne (hauteur entre le seuil de l'ouvrage et le bas de la vanne).³ La largeur de la vanne est notée L .

De la même manière qu'en section 1.3.7, nous pouvons écrire la conservation de la charge entre l'amont de la vanne et la section contractée à l'aval de la vanne :

$$H = h_{am} + \frac{Q^2}{2gh_{am}^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2gh_2^2} \quad (4.38)$$

La hauteur h_2 correspond à la section contractée et est égale à $C_c W$ où C_c est le coefficient de contraction.

On exprime souvent l'équation de la vanne dénoyée en fonction d'un **coefficient de débit** sous la forme :

$$Q = C_d L W \sqrt{2g} \sqrt{h_{am}} \quad (4.39)$$

Ainsi, on a la relation entre C_d et C_c :

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c W/h_{am}}} \quad (4.40)$$

De nombreuses expériences ont été faites pour évaluer C_c , qui varie peu autour de 0,6. En première approximation, pour W/h_{am} faible (vanne de fond, cas le plus classique), C_d est proche de C_c et peut être pris égal à 0,6.

De manière générale, si on note S_v la section d'écoulement dans la vanne, on a :

$$Q = C_d S_v \sqrt{2g} \sqrt{h_{am}} \quad (4.41)$$

Les coefficients de débit C_d sont donnés par des abaques, que l'on trouvera dans des ouvrages spécialisés si besoin [9]. Ils sont de l'ordre de 0,5 à 0,6 pour une vanne verticale, de 0,6 à 0,7 pour une vanne radiale, jusqu'à 0,8 pour une vanne inclinée par rapport à la verticale.

³C'est la quantité à préciser lorsqu'on donne des consignes de gestion.

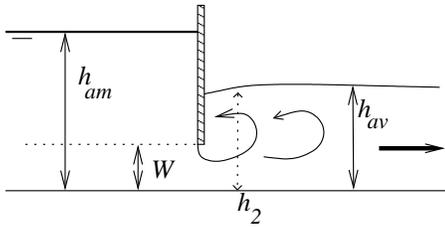


FIGURE 4.33 – Vanne de fond noyée



FIGURE 4.34 – Vannes de fond noyées, canal primaire de Chashma Right Bank Canal (Pakistan)

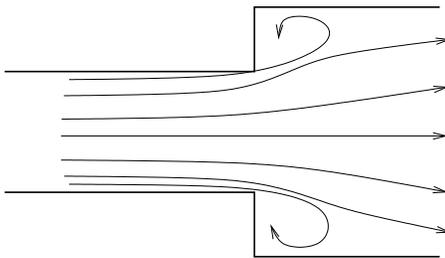


FIGURE 4.35 – Élargissement

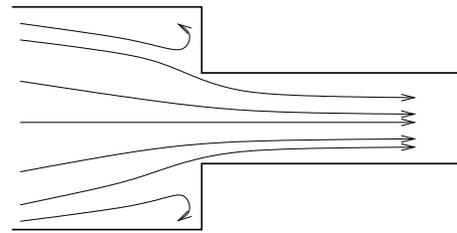


FIGURE 4.36 – Rétrécissement

▷ équation de la vanne noyée –

Le passage en noyé s'effectue quand le ressaut aval vient frotter contre la vanne (figure 4.33). On a alors un ressaut noyé qui est une zone de macro turbulence dissipant beaucoup d'énergie.

L'équation de la vanne noyée peut se mettre sous la forme :

$$Q = C'_d S_v \sqrt{2g} \sqrt{h_{am} - h_{av}} \quad (4.42)$$

C'_d est de l'ordre de 0,8. Si on considère que le passage noyé-dénoyé a lieu quand le niveau d'eau à l'aval de la vanne est conjugué de l'ouverture par le ressaut il est plus difficile d'exprimer C'_d en fonction de C_d par rapport au cas du déversoir. Une vanne noyée n'est pas une section de contrôle de l'écoulement.

Autres ouvrages de génie civil

Tout ouvrage implanté dans un canal qui modifie le fond du lit ou la section en travers entraîne un changement des caractéristiques de l'écoulement. Localement, les pertes d'énergie ne sont pas liées à la perte de charge linéaire : ces pertes sont appelées pertes de charges singulières (on a une **singularité** dans l'écoulement). Pour modéliser ces pertes de charges, on utilise le théorème de quantité de mouvement, tout comme pour le ressaut.

Élargissement – Les pertes de charges pour un élargissement sont exprimées sous la forme suivante dite formule de Borda :

$$\Delta H = k \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g} \quad (4.43)$$

Le coefficient k est fonction de la forme de l'expansion. Pour un élargissement brusque il est de l'ordre de 1. Pour un élargissement progressif avec un angle de moins de 7° il est nul (voir table dans la référence [9]).

On exprime aussi les pertes de charges à l'élargissement sous la forme :

$$\Delta H = k' \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} \quad (4.44)$$

ou sous la forme :

$$\Delta H = k'' \frac{U^2}{2g} \quad (4.45)$$

où $U = \max(U_1, U_2)$ ou $U = U_c$, vitesse critique, si l'élargissement provoque un passage en torrentiel (on a donc une section contrôlée de l'écoulement puisqu'on est indépendant du niveau aval). Les valeurs de ces coefficients sont disponibles dans des ouvrages comme [9] et [7].

Rétrécissement – Quand les filets fluides sont guidés les pertes de charges sont faibles. Dans le cas d'un rétrécissement on a donc des pertes d'énergie qui devraient être nulles. En réalité, les pertes sont liées à l'épanouissement de l'écoulement après la section contractée. On exprime les pertes de charge pour les contractions de la même manière que pour les élargissements mais les coefficients sont de l'ordre de la moitié de la valeur précédente.

Pont – Un pont peut être modélisé de plusieurs façons. S'il existe des formules «clef en main», que l'on trouvera par exemple dans les ouvrages [8, 2, 4], les pertes de charge sont très liées au type de pont considéré. Des auteurs ont montré que ces formules étaient peu fiables.

Pour établir une relation hauteur-débit, on peut considérer le pont comme un rétrécissement suivi d'un élargissement. Suivant la forme des piles, on peut estimer les coefficients de perte de charge et les pertes de charge.

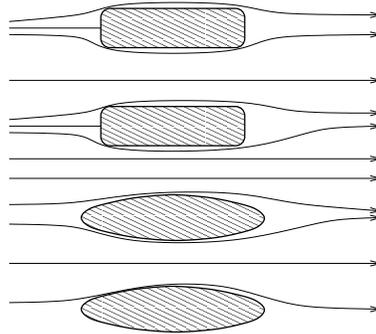


FIGURE 4.37 – Écoulement sous un pont. Les piles du haut entraînent une contraction importante, celles du bas sont beaucoup plus aérodynamiques.

On peut aussi voir le pont comme un déversoir, de longueur de déversement égale à la distance cumulée entre les piles. Toutefois, la présence des piles contracte l'écoulement et la longueur de déversement doit être modifiée. La méthode la plus classique introduit un coefficient de forme de la pile, K_p , modifiant pour chaque contraction la longueur de déversement comme suit :

$$L' = L - K_p H_p \quad (4.46)$$

où H_p est la charge totale au-dessus du pont. Pour une pile, il y a 1 contraction si elle est au bord, sinon il y en a 2. Pour N piles identiques, dont deux au bord, la longueur de déversement modifiée est $L' = L - 2(N - 1)K_p H_p$, L étant la longueur cumulée entre les piles.

La valeur de K_p est de l'ordre de 0,03 pour une pile rectangulaire (pile du haut sur la figure 4.37) mais peut descendre jusqu'à -0,03 pour un profil aérodynamique.

En pratique, les ponts peuvent créer des pertes de charge significatives et essentielles à caractériser pour l'étude des crues. La manière la plus fiable de les modéliser est de caler les coefficients de débit (d'un seuil ou d'une vanne si le pont est en charge) sur des données observées (débit et hauteur atteinte à l'amont).

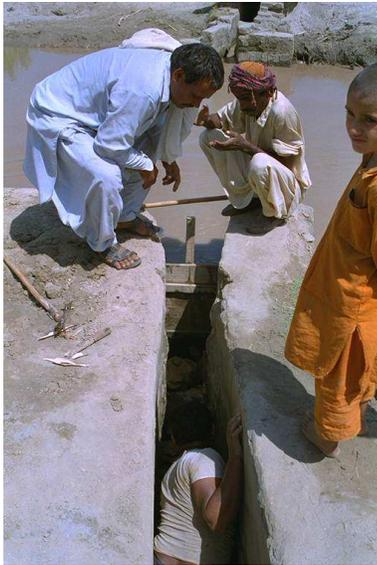


FIGURE 4.38 – Déversoir latéral en construction



FIGURE 4.39 – Module à masques

Composition des pertes de charges singulières – Lorsqu'une singularité regroupe plusieurs modifications (rétrécissement, élargissement, hausse du fond par exemple) on ne peut pas simplement sommer les pertes décrites précédemment. Il faut de plus être très prudent dans l'utilisation des valeurs de pertes de charge singulières fournies dans la littérature et vérifier si la singularité que l'on veut modéliser est bien dans les mêmes conditions que celles qui ont servi à mettre au point ces données.

En particulier, si la singularité est installée dans un écoulement torrentiel, il faut penser à deux phénomènes majeurs qui peuvent se produire :

- il existe des ondes stationnaires de surface qui peuvent avoir une amplitude importante par rapport au tirant d'eau moyen.
- si l'énergie de l'écoulement est inférieure à l'énergie critique dans l'obstacle il peut y avoir passage en fluvial (ressaut) en amont de la singularité pour gagner l'énergie nécessaire pour franchir la singularité. Cette notion sera détaillée dans le chapitre sur le raccordement des courbes de remous.

Ouvrages de régulation ou de sécurité

On introduit des ouvrages pour modifier l'écoulement par exemple rehausser la ligne d'eau. Dans certains cas, on a des contraintes plus fortes et on veut maintenir constant (réguler) une cote ou un débit. Cette régulation peut être obtenue au moyen d'ouvrages fixes, comme ceux décrits précédemment ou au moyen d'ouvrage mobiles.

ouvrages de régulation de débit – Ces ouvrages sont nombreux dans les réseaux d'irrigation. Citons par exemple le **déversoir latéral** ou l'orifice calibré qui fournissent un débit constant à condition que le niveau dans le canal d'alimentation soit constant et que l'ouvrage reste en régime dénoyé.

Ce type d'ouvrage est bien sûr sensible aux variations de niveau amont. On utilise de plus en plus le **module à masques** (figures 4.39, 4.40, 4.4.2), moins sensible aux variations de hauteur amont : il s'agit d'un orifice où la contraction augmente lorsque le niveau augmente, modérant ainsi l'augmentation du débit avec la hauteur amont dans la formule 4.40.

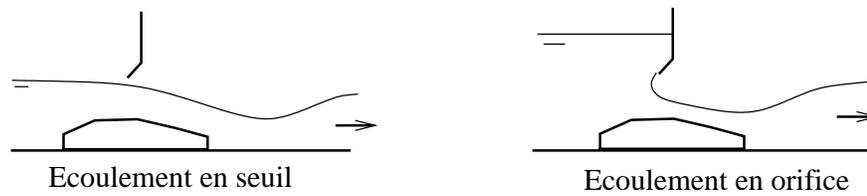


FIGURE 4.40 – Module à masques, coupe longitudinale

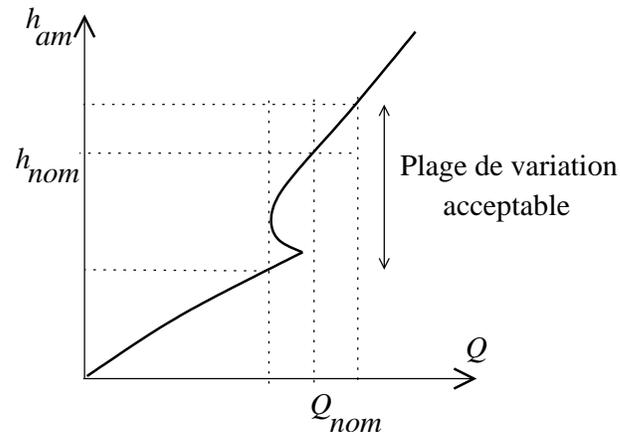


FIGURE 4.41 – Déversoir en bec de canard – Salon de Provence



FIGURE 4.42 – Vannes à niveau aval constant (AVIS) – Lamanon

ouvrages de régulation de cote – Tous ces ouvrages nécessitent néanmoins le contrôle du niveau dans le canal amont. On a vu précédemment les ouvrages de type seuil ou vanne, qui permettent d'augmenter le niveau amont par rapport à la hauteur normale. Même les seuils peuvent être mobiles pour régler la hauteur amont. En revanche, tous ces ouvrages restent sensibles aux fluctuations de débit.

Les seuils en **bec de canard** ont une longueur de déversement élevée (figure 4.41). Ainsi, une faible augmentation de hauteur sur le seuil provoque une forte augmentation de section mouillée et donc une forte augmentation de débit. Inversement, une forte variation de débit entraîne une variation modérée de hauteur d'eau amont : c'est donc un ouvrage (très simple et peu coûteux) de régulation du niveau.

On trouvera également des **vannes à flotteur** (AMIL pour «amont constant», AVIS ou AVIO pour «aval constant», plus sophistiquées mais aussi plus efficaces (figure 4.42). Les vannes à contrepois (type Bege- mann, figure 4.43) restent de conception simple et peu coûteuse et permettent de bien contrôler le niveau amont.



FIGURE 4.43 – Vanne à contrepoids, type Begemann – Hadegia (Nigéria)

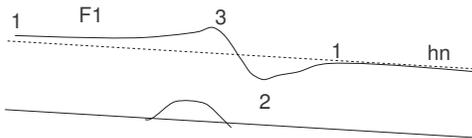


FIGURE 4.44 – ligne d'eau pour un seuil à petite pelle, canal à pente faible

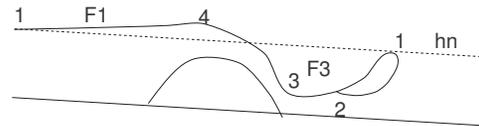


FIGURE 4.45 – ligne d'eau pour un seuil à grande pelle, canal à pente faible

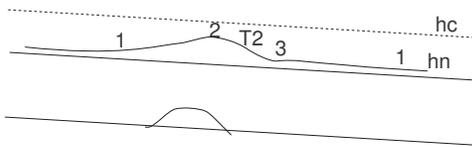


FIGURE 4.46 – ligne d'eau pour un seuil à petite pelle, canal à pente forte

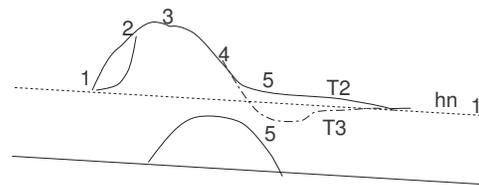


FIGURE 4.47 – ligne d'eau pour un seuil à grande pelle, canal à pente forte

4.4.3 Raccordement des courbes de remous

On a vu les courbes de remous possibles dans un canal quand on perturbe l'écoulement par un ouvrage. Il nous faut examiner à présent comment ces courbes se raccordent près de l'ouvrage. Il est très important de mener cette réflexion avant tout calcul d'une ligne d'eau, en particulier pour localiser les éventuels ressauts.

On considère un canal long uniforme dans lequel l'écoulement est uniforme. Que se passe-t-il en fonction de la perte de charge créée par une singularité introduite dans cet écoulement ? On va illustrer le raisonnement dans le cas d'un seuil ; il sera facile de l'adapter à d'autres structures.

seuil dans un écoulement normal fluvial – On mène le raisonnement de l'aval vers l'amont. Le bief aval du seuil étant suffisamment long, on tend vers le régime uniforme fluvial à l'aval du seuil. On a vu que si la cote aval impose un régime subcritique au niveau du seuil ($h_n > h_c + p_v$, p_v étant la pelle aval du seuil), celui-ci est noyé et l'écoulement est toujours fluvial. La perte de charge créée par le seuil impose donc une hauteur d'eau à l'amont du seuil supérieure à la hauteur aval, donc la hauteur normale. On a donc, dans le bief amont, une courbe de remous de type F1 (figure 4.44).

En revanche, si $h_n < h_c + p_v$, on est en régime dénoyé (on a atteint la cote minimale de déversement sur le seuil pour le débit fixé). A l'amont du seuil, on peut avoir une courbe de remous de type F1 si $h_{am} > h_n$, F2 si $h_{am} < h_n$. Notons que $h_{am} \approx H_{am} = 3h_c/2 + p_m$, où p_m est la pelle amont. A l'aval du seuil, on a un passage en torrentiel (F3) avant de retrouver le régime uniforme fluvial par un ressaut (figure 4.45).

seuil dans un écoulement normal torrentiel – On raisonne cette fois-ci de l'amont vers l'aval. De la même manière, on considère d'abord un seuil à pente faible. A l'amont de ce seuil on a donc un régime torrentiel. Si l'énergie de l'écoulement est suffisante pour franchir le seuil (charge supérieure à la charge critique) on reste en régime torrentiel (T2). A l'aval on rejoint le régime uniforme par une T2 (figure 4.46).

Pour un seuil à grande pente amont, la charge hydraulique pourra être inférieure à la charge minimale pour franchir le seuil (soit $p_m + H_c$). Il faudra alors un passage en régime fluvial à l'amont du seuil (T1). La transition de la T2 vers la T1 se fait par un ressaut. A l'aval, on repart en T2.

Ce cas illustre bien la complexité des écoulements à surface libre. L'écoulement torrentiel amont n'a pas une énergie suffisante pour passer l'obstacle. Il y a formation d'un ressaut (avec forte perte d'énergie) mais on récupère une énergie potentielle importante et on perd moins d'énergie par frottement dans la T1 pour finalement passer le seuil.

4.4.4 Exemples d'application

Dimensionnement d'un déversoir

On veut placer un seuil en travers d'un canal (à pente faible) pour maintenir un niveau d'eau et dériver un débit de 300l/s. Le débit maximal du canal est de 8m³/s, sa largeur 10m et sa profondeur au débit maximal 1,25m (le canal est alors en régime uniforme). Il dispose d'une revanche de 30cm, qu'on peut ramener à 15cm à l'amont du seuil. Dernière contrainte, on veut que le niveau baisse d'au plus 15cm lorsque le débit est divisé par 2. Proposez alors un dimensionnement de seuil approprié.

SOLUTION – *Le fait de placer un seuil va surélever le niveau d'eau et créer une courbe de remous de type F1 à l'amont. A l'aval du seuil, on gardera le régime uniforme (sauf localement s'il y a un ressaut, donc une F3).*

Essayons tout d'abord un seuil de longueur 10m (seuil en travers du canal). On prendra un coefficient de débit moyen de 0,33. En le supposant dénoyé (il faudra le vérifier), le plein débit nous donne une hauteur amont de 0,669m au-dessus du seuil (formule 4.36). Cette même formule donne pour un débit 2 fois plus faible une hauteur amont de 0,422m. On voit donc que la variation de hauteur $\Delta h = 0,247m$ ne sera pas acceptable. Qui plus est, une hauteur amont de 0,669m nous donne une cote de seuil de 0,731m, d'où une charge aval (par rapport au seuil) de 52cm donc supérieur aux deux tiers de la charge amont. Il faudrait donc encore baisser le seuil, ce qui ne permettra pas d'assurer la dernière contrainte.

La seule solution est un seuil à longue lame déversante de manière à limiter les variations de hauteur d'eau malgré les variations de débit, par exemple un seuil en bec de canard. Reste à trouver sa hauteur et sa longueur de déversement. Une méthode pratique consiste à utiliser un tableur pour calculer $h_{am}(Q)$ et $h_{am}(Q/2)$ en fonction de L , longueur de déversement. On trouve ainsi la valeur de 21m pour la longueur minimale du déversoir. Le seuil sera placé à 0,99m au-dessus du fond. On vérifie au passage que le déversoir est bien en régime dénoyé (on a 24,6cm à l'aval et 39,6cm à l'amont).

En fait, on peut avoir la valeur minimale de L de façon analytique en remarquant que h_{am} est divisé par 2^{2/3} lorsque Q est divisé par 2. En notant $h'_{am} = h_{am}(Q/2)$, on obtient facilement un système de 2 équations :

$$h_{am} - h'_{am} = 0,15 \quad (4.47)$$

$$h_{am}/h'_{am} = 2^{2/3} \quad (4.48)$$

On trouve alors h_{am} puis la longueur déversante correspondante $L = 21,2m$.

Diagnostic sur un problème de distribution

Considérons le système de la figure 4.48. Un irrigant vous dit qu'il ne reçoit pas son droit d'eau et vous demande pourquoi. Les canaux (primaire et dérivé) sont en terre et de la végétation s'est développée. Vous mesurez 3 hauteurs d'eau : la hauteur dans le canal primaire, $h_1 = 60cm$, la hauteur du seuil (la pelle), $p = 10cm$, et la hauteur dans le canal dérivé $h = 50cm$. Proposez un diagnostic et les opérations à effectuer pour retrouver un alimentation normale.

SOLUTION – *Les prises d'alimentation sont conçues pour fonctionner en régime dénoyé, ce qui évite que le débit dépende du niveau dans le bief dérivé, qui peut varier en fonction de la manière dont l'eau est ensuite distribuée aux parcelles. Or, l'examen des hauteurs d'eau nous dit que le déversoir latéral est noyé : hauteur amont = 60-10=50cm ; hauteur aval=50-10cm=40cm. L'ennoiement réduit donc le débit.*

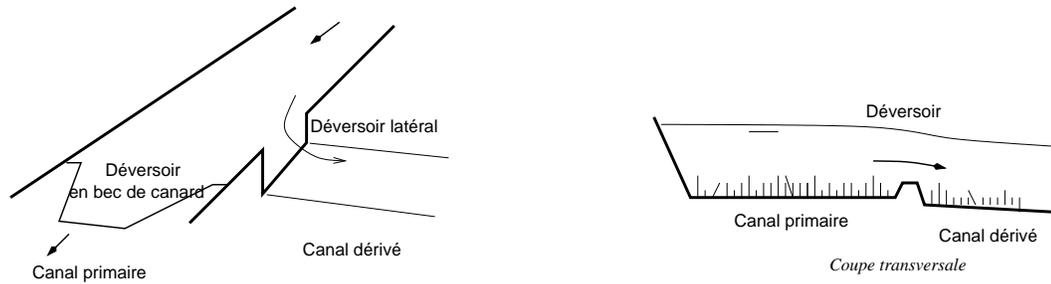


FIGURE 4.48 – Système d'alimentation d'une rigole d'irrigation

La hauteur amont n'a pas diminué a priori, du fait de la présence du seuil qui est une section de contrôle. Sa proximité de la prise fait que c'est lui seul qui contrôle l'écoulement, et non la rugosité du canal.

C'est donc probablement la hauteur dans le canal dérivé qui a augmenté, du fait par exemple de la présence de végétation (K diminue) ou d'ensablement. C'est donc dans la rigole qu'il faut intervenir pour retrouver les conditions d'écoulement d'origine.

4.5 Écoulements transitoires

Quand, dans un canal ou un cours d'eau, le débit (et donc la cote) varie en fonction du temps, on a un **écoulement transitoire**. L'objectif d'une modélisation transitoire est de représenter la dynamique de tout système variant avec le temps de façon notable. Une modélisation en permanent peut être suffisante pour simuler un problème même si le débit est lentement variable avec le temps. Quand a-t-on besoin de faire une simulation en transitoire ?

- si le débit amont ou la cote aval varient rapidement en fonction du temps,
- si la zone d'étude est étendue, l'effet de propagation sera plus sensible, en particulier du fait des volumes des biefs.

En effet, une bonne manière d'apprécier la nécessité d'un calcul en transitoire, est de comparer le volume du bief au volume de l'**hydrogramme** amont. Si le volume du bief est faible par rapport à celui de la crue, alors les effets transitoires seront peu marqués.

4.5.1 Laminage dans une retenue

La modélisation la plus simple pour un écoulement transitoire est celle utilisée pour le **laminage** d'une crue dans la retenue d'un barrage. Si on considère un bief comme étant un réservoir de surface au miroir notée A , on peut écrire la conservation de la masse sous la forme :

$$(Q_{am} - Q_{av})dt = Adz_w \quad (4.49)$$

Q_{am} étant le débit amont entrant dans le bief, Q_{av} le débit sortant du bief et z_w la cote de l'eau en fin du tronçon considéré. Ceci suppose que l'on fait l'hypothèse que toute la ligne d'eau varie de la même manière que dans la section aval. C'est certainement vrai dans une retenue mais aussi possible sur un bief court. Le débit de sortie et la surface du plan d'eau sont fonction du temps.

La relation dynamique entre Q_{av} et z_w est fournie par la loi de l'ouvrage de sortie (par exemple un seuil dans le cas d'une retenue). Pour un bief, on peut prendre par exemple la loi aval correspondant au régime uniforme :

$$Q_{av}(z_w) = 0 \quad (4.50)$$

Pour résoudre l'équation différentielle 4.49, (où Q_{am} est une fonction connue du temps), on utilise une méthode d'intégration numérique, par exemple une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. La figure 4.49 donne un exemple de calcul obtenu.

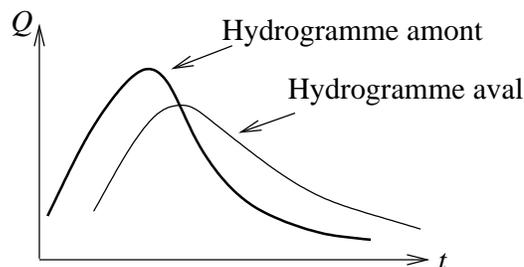


FIGURE 4.49 – Laminage

On constate que le débit aval Q_{av} est maximum quand la cote est maximum, donc que le maximum de débit est sur la branche descendante de l'hydrogramme amont. Cette remarque peut être exploitée pour analyser le comportement d'un bief : si on constate un décalage important entre le maximum de Q_{av} et la décrue de Q_{am} , c'est que les effets dynamiques sur le bief sont importants et la ligne d'eau ne varie pas parallèlement à elle-même. Il faut alors une équation caractérisant la dynamique dans le bief différente de 4.50 qui permette de tenir compte de l'évolution de la ligne d'eau en x .

4.5.2 Modélisation de la propagation

Pour un riverain, la propagation d'une crue dans la vallée se traduit localement par des variations de niveau d'eau dans le temps. Ce riverain sait aussi que si l'eau est en train de monter à l'amont, dans quelque temps elle va arriver chez lui. Donc le débit est aussi fonction de l'abscisse où on se trouve. La propagation d'une crue dans un repère (x, t, Z_w) est représentée figure 4.50.

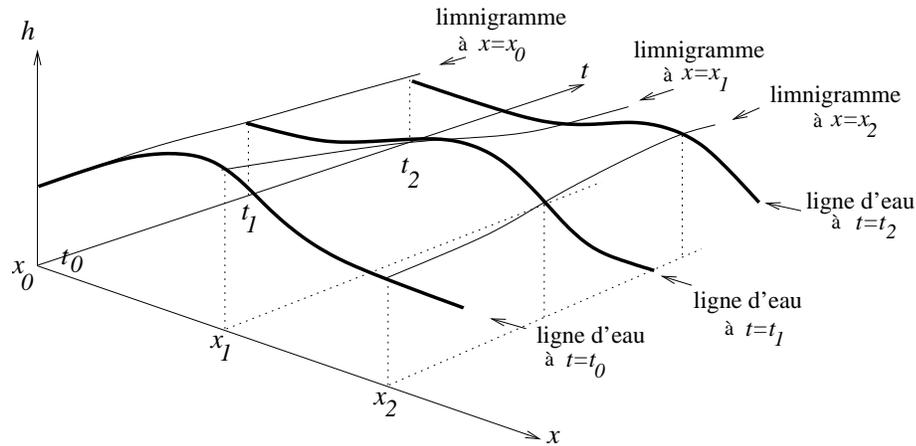


FIGURE 4.50 – Propagation d'une onde de crue

On a donc une onde qui avance, avec une certaine célérité c , et en même temps un transport de matière, avec la vitesse U . L'écoulement transitoire est donc la superposition d'une onde et d'un transport. Vu par un observateur fixe, c'est donc similaire à la holla de supporteurs dans un train ! Le problème pour l'hydraulicien est d'être capable de calculer la vitesse de propagation de la crue ($U + c$) et comment elle s'amortit ou se raidit en avançant. Nous allons donc progressivement complexifier nos hypothèses pour mieux représenter le phénomène. Par rapport au laminage, on ne suppose plus que le plan d'eau varie partout de la même manière. On va supposer tout d'abord que l'écoulement est localement quasi-uniforme : cela donnera les équations de l'**onde cinématique**, puis on supposera que localement la pente de la ligne d'eau peut varier : ce sera l'**onde diffusante**. Enfin, on prendra en compte les termes d'accélération : on obtiendra alors les **équations de Saint-Venant**.

Hypothèses

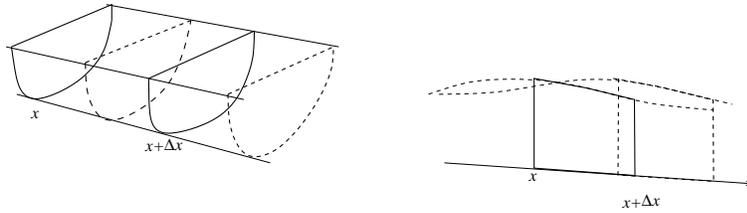
On garde les mêmes hypothèses que pour le calcul des lignes d'eau en régime permanent :

- L'écoulement est quasi-horizontale (courbure faible des filets fluides) ;
- la répartition des pressions est hydrostatique ;
- la vitesse est uniforme dans la section (écoulement en bloc) ;
- les pertes de charges linéaires sont estimées par l'équation de Manning-Strickler 4.15.

Equation de continuité

On considère une portion d'écoulement entre deux sections distantes de Δx (figure 4.51) et on suit la variation de volume de cette portion de canal pendant un temps Δt :

- Variation de stock : $V_{t+\Delta t} - V_t = (S\Delta x)_{t+\Delta t} - (S\Delta x)_t$
- Volume entrant en x : $Q(x, t)\Delta t$
- Volume sortant en $x + \Delta x$: $Q(x + \Delta x, t)\Delta t$

FIGURE 4.51 – Bilan de matière sur la portion d'écoulement $[x; x + \Delta x]$

On obtient :

$$(S\Delta x)_{t+\Delta t} - (S\Delta x) = Q(x, t)\Delta t - Q(x + \Delta x, t)\Delta t$$

Si on fait tendre Δx et Δt vers 0, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.51)$$

Cette équation est valable pour tous les modèles vérifiant les hypothèses précédentes et ne fait aucune hypothèse complémentaire sur la ligne d'eau.

Equation dynamique

Pour obtenir l'équation dynamique, on applique le théorème de quantité de mouvement à une portion de l'écoulement. La variation temporelle de quantité de mouvement est égale à la résultante des forces extérieures F_e :

$$\frac{d mU}{dt} = \sum \vec{F}_e$$

En projection sur l'axe des x :

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum F_e$$

Soit :

$$d(mU) = \sum F_e dt$$

Si on intègre sur un intervalle de temps et d'espace on obtient :

$$\int_t^{t+\Delta t} d(mU) = \int_t^{t+\Delta t} \sum F_e dt$$

$$\Delta(mU) = \int_t^{t+\Delta t} \sum F_e dt$$

La résultante des forces extérieures est composée :

- des forces de frottement sur les parois F_f ,
- du poids F_g ,
- de la résultante des forces de pression F_P

Toutes les autres forces sont négligées, en particulier l'effet du vent sur la surface libre.

4.5.3 Equations de l'onde cinématique

Hypothèses

On fait l'hypothèse que localement la ligne d'eau est parallèle au fond.

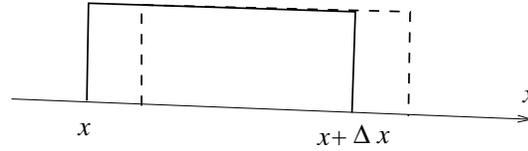


FIGURE 4.52 – Hypothèse de l'onde cinématique : la ligne d'eau est parallèle au fond

Equation dynamique

On considère une portion d'écoulement entre deux sections distantes de Δx et on suit la variation de quantité de mouvement de cette portion de cours d'eau pendant un temps Δt (figure 4.52). On a une simple translation et donc la variation de quantité de mouvement de cette portion de fluide est nulle : $\Delta mU = 0$.

Examinons les résultantes des diverses forces s'exerçant sur ce volume de fluide. Pour la gravité, on a : $\rho g S I_f \Delta x$ car $S(x)$ est constante.

La résultante des forces de frottement est : $-\rho g S J \Delta x$ (cf régime permanent).

Exprimons à présent la résultante des forces de pression. On considère le lit cylindrique, donc la résultante des pressions sur les parois suivant l'axe des x est nulle. Il reste donc les forces sur les sections en x et en $x + \Delta x$; comme le tirant d'eau est constant ces deux forces sont égales et de signe opposé, donc la résultante est nulle.

La résultante des forces extérieures vaut donc :

$$\rho g S \Delta x (I_f - J) = 0$$

On a donc le système d'équations :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.52)$$

$$I_f = J \quad (4.53)$$

Après quelques réarrangements (voir annexe «calculs»), on montre que le système peut s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.54)$$

équation de propagation classique, avec $c_c = \frac{dQ}{dS}$ vitesse de l'onde cinématique. Cette célérité c_c est positive car Q est croissant avec S .

Notion de courbe caractéristique – On regarde comment se déplace l'onde. On se place donc dans le plan (x, t) . Le long de la courbe d'équation $\frac{dx}{dt} = c_c$, appelée **courbe caractéristique**, on a :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Donc $Q = cte$ le long de la courbe caractéristique. Ainsi, un pic de crue va se déplacer à la vitesse c_c , et la valeur du débit va se conserver.

Dans le cas d'un cours d'eau rectangulaire, le calcul de c_c avec la formule de Manning-Strickler ($Q = K S R^{2/3} I_f^{1/2}$) donne

$$c_c = \frac{5}{3} U \quad (4.55)$$

Pour la formule de Chézy, on obtient $c_c = \frac{5}{4} U$. On voit en tout cas que la vitesse de propagation de l'onde est différente de la vitesse du courant.

Cet ordre de grandeur est observé en pratique pour des géométries quelconques.

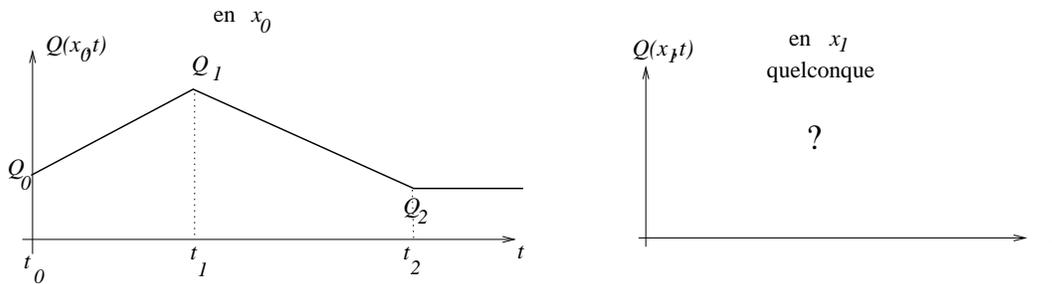


FIGURE 4.53 – Transfert d'un hydrogramme avec l'onde cinématique

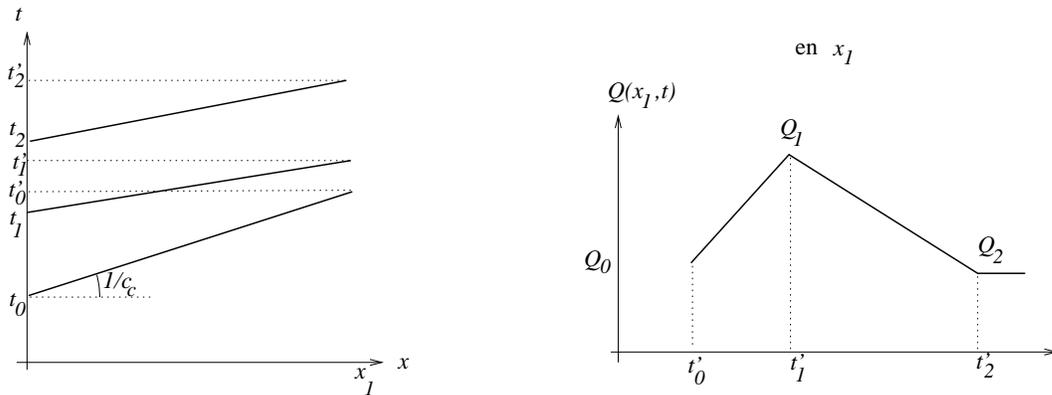


FIGURE 4.54 – Caractéristiques, cas de l'onde cinématique

Utilisation des caractéristiques

Connaissant $Q(x_0, t)$, hydrogramme amont (condition à la limite), on cherche à calculer l'hydrogramme à une abscisse x_1 . On prend un hydrogramme triangulaire pour illustrer la méthode.

Si la géométrie est uniforme, $c_c = \frac{dQ}{dS}$ est invariant d'une section à l'autre. Sur les courbes caractéristiques, Q est constant, donc le niveau d'eau est constant (il est donné par la relation de Manning-Strickler, par exemple) et donc c_c est également constant : les courbes caractéristiques sont donc des droites, d'équation $dx/dt = c_c$. Quand Q augmente, c_c augmente. On a la construction de la figure 4.54.

La crue aval n'est pas amortie, Q étant invariant sur chaque caractéristique, donc on passe par les débits Q_0, Q_1, Q_2 . Par contre, elle est déformée : les temps de montée et de descente sont diminués.

4.5.4 Equations de l'onde diffusante

On ne fait plus l'hypothèse que la ligne d'eau est parallèle au fond ; en revanche, on suppose encore que la ligne d'eau n'est pas déformée, de la même manière que pour l'onde cinématique.

On a (voir annexe) comme système d'équations de l'onde diffusante :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{4.56}$$

$$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x} \tag{4.57}$$

En dérivant ce système, la première équation par rapport à x et la seconde par rapport à t , et en réarrangeant (voir annexe), on obtient l'équation de propagation :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c_d \frac{\partial Q}{\partial x} = k_d \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \tag{4.58}$$

avec $c_d = \frac{Q}{D_e} \frac{dD_e}{dS}$ et $k_d = \frac{D_e^2}{2QB}$

L'équation 4.58 est bien une équation de transport-diffusion avec c_d vitesse de l'onde diffusante et k_d coefficient de diffusion (c'est lui qui est responsable de l'atténuation du débit).

On retrouve : $\frac{c_d}{U} = \frac{S}{BD_e} \frac{dD_e}{dh}$ comme pour c_c .

Cette équation est une équation aux dérivées partielles parabolique ; on n'a pas de caractéristiques. Si on néglige la diffusion, on retrouve une équation hyperbolique et on a alors des caractéristiques de pente c_d , comme pour l'onde cinématique (mais les caractéristiques ne sont pas des droites). Pour résoudre numériquement ce type d'équation, une méthode possible est de calculer sans le second membre et ensuite de calculer l'effet de la diffusion.

4.5.5 Equations de Saint-Venant

On suppose maintenant que la pente de la ligne d'eau peut se déformer ; on va donc avoir une variation de quantité de mouvement, contrairement aux hypothèses précédentes.

On applique le théorème de quantité de mouvement à un volume de particules d'eau. La projection sur l'axe de l'écoulement x donne (voir détail des calculs en annexe) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} + gS \frac{\partial Z_w}{\partial x} = -gSJ \quad (4.59)$$

avec toujours l'équation de continuité :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.60)$$

Les termes $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x}$ sont les termes d'inertie, le terme $gS \frac{\partial Z_w}{\partial x}$ est un terme de propagation et gSJ le terme de frottement.

Le système d'équations 4.60-4.59 est connu sous le nom d'équations de **Barré de Saint-Venant**, publiées en 1871 par cet ingénieur en retraite.

Si on autorise un débit latéral q d'apport ou de fuite, q étant compté positivement pour un apport, les équations sont légèrement différentes et on obtient :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} + gS \frac{\partial Z_w}{\partial x} = -gSJ + kqU \quad (4.62)$$

avec $k = 0$ si apport ($q > 0$) et $k = 1$ si perte de débit ($q < 0$).

On peut aussi écrire ces équations en fonction de h et U :

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + UB \frac{\partial h}{\partial x} + S \frac{\partial U}{\partial x} + U \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{h=cte} = q \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = gS(I - J) + (k - 1) \frac{qU}{S} \quad (4.64)$$

4.5.6 Quand utiliser telle ou telle formulation ?

Les formes simplifiées des équations de propagation (onde cinématique, puis onde diffusante) ont longtemps été intéressantes pour résoudre simplement les problèmes de propagation. Avec les outils de calcul modernes et les algorithmes de calcul développés depuis les années 1960, on peut maintenant se permettre de résoudre le système complet des équations de Saint-Venant, adapté à la plupart des écoulements transitoires. Toutefois, les formes simplifiées sont encore utilisées du fait de leur rapidité de calcul et de leur simplicité (elles nécessitent moins de données, par exemple), notamment en hydrologie pour évaluer les temps de transfert des crues.

On donne ci-dessous des critères de validité des différentes formulations. On part de la formulation de l'équation dynamique du système complet :

$$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{1}{gS} \frac{\partial QU}{\partial x}$$

Les différentes formulations correspondent aux termes négligés dans cette expression.

Formulation	Equation dynamique	Quand l'utiliser	Situations types
Onde cinématique	$J = I_f$	Transfert sans atténuation	adapté aux fortes pentes et crues rapides
Onde diffusante	$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x}$	Transfert + atténuation	adapté aux crues de plaine (sauf si niveau aval variable)
St-Venant complet	$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{1}{gS} \frac{\partial QU}{\partial x}$	Transfert + atténuation + variation de vitesse importante + inertie	Manœuvres rapides, influence aval

Exemples d'application

On va examiner l'ordre de grandeur des divers termes pour certains cours d'eau.

CRUE DU LEZ (HÉRAULT) : Section rectangulaire de 30 m, $I_f = 0,001$, $K = 30\text{m}^{1/3}/\text{s}$.

Prenons une crue qui monte de $50\text{m}^3/\text{s}$ à $300\text{m}^3/\text{s}$ en $\Delta t = 3\text{h}$. On calcule la hauteur normale avec l'équation de Manning-Strickler :

	Q	V	h_n
A	$50\text{ m}^3/\text{s}$	$1,145\text{ m/s}$	$1,46\text{ m}$
B	$300\text{ m}^3/\text{s}$	$2,188\text{ m/s}$	$4,57\text{ m}$

On calcule alors l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation dynamique. $\bar{U} = \frac{U_A + U_B}{2} = 1,667\text{m/s}$

$$c_c = \frac{5}{3}\bar{U} = 2,778\text{m/s}$$

$$\Delta x = c_c \Delta t = 29997\text{m}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \approx \frac{h_B - h_A}{\Delta x} = 1,037 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{U^2}{2g} \approx \frac{U_B^2 - U_A^2}{2g\Delta x} = 5,907 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} \approx \frac{U_B - U_A}{g\Delta t} = 9,844 \cdot 10^{-6}$$

On peut donc faire de l'onde diffusante car les termes d'inertie sont négligeables devant I_f . Par contre, le terme $\frac{\partial h}{\partial x}$ représente 10% de I_f , donc le modèle de l'onde cinématique n'est pas très bon.

CRUE DE L'AMAZONE (BRÉSIL) : Section rectangulaire de 2000m, $I_f = 0,00005$, $K = 40\text{m}^{1/3}/\text{s}$. Prenons une crue qui monte de $80\,000\text{ m}^3/\text{s}$ à $220\,000\text{ m}^3/\text{s}$ en $\Delta t = 6\text{ mois}$:

	Q	V	h_n
A	$80\,000\text{ m}^3/\text{s}$	$1,012\text{ m/s}$	$39,59\text{ m}$
B	$220\,000\text{ m}^3/\text{s}$	$1,497\text{ m/s}$	$73,49\text{ m}$

$$\bar{U} = 1,255\text{m/s}$$

$$c_c = 2,091\text{m/s}$$

$$\Delta x = 32516640\text{m}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 1,044 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = 1,907 \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} = 3,179 \cdot 10^{-9}$$

On peut donc faire de l'onde diffusante car les termes d'inertie sont négligeables devant I_f . En revanche, pour modéliser la partie aval située dans le remous de la mer (soit environ les 1000 derniers kilomètres dans le cas de l'Amazonie!), l'équation de l'onde diffusante représentera mal les variations de niveau liées aux marées. On passera alors à un modèle de Saint-Venant.

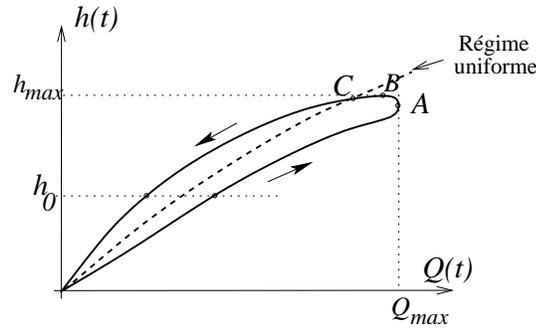


FIGURE 4.55 – courbe de tarage

4.5.7 Application aux courbes de tarage

Si on dessine l'évolution du tirant d'eau en fonction du débit dans une section au passage d'une crue, on a l'évolution représentée sur la figure 4.55.

Utilisons l'équation de l'onde diffusive :

$$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$Q = D_e J^{1/2} = D_e \sqrt{I_f - \frac{\partial h}{\partial x}}$$

Le débit uniforme est donné par :

$$Q_n = D_e \sqrt{I_f}$$

A la montée de la crue on a $\frac{\partial h}{\partial x} < 0$ et à la descente $\frac{\partial h}{\partial x} > 0$, donc pour un tirant d'eau donné le débit est plus grand à la montée qu'à la descente. Pour un observateur la crue passe donc d'abord par le point A maximum de débit puis par le point B maximum en cote et ensuite on passe par le débit normal en C.

On peut utiliser cette observation pour traiter le problème de la mesure du débit. Dans une section on peut construire une courbe de tarage qui permet de tenir compte de la montée ou de la descente de la crue pour calculer le débit à partir de la cote. On écrit l'équation dynamique de l'onde diffusante sous la forme :

$$\frac{Q}{Q_n} = \sqrt{1 - \frac{1}{I_f} \frac{\partial h}{\partial x}}$$

Pour pouvoir utiliser cette relation il faut remplacer $\frac{\partial h}{\partial x}$ qui n'est pas connu par $\frac{\partial h}{\partial t}$ qui lui est connu par le limnigramme. Pour cela on utilise l'équation de l'onde cinématique :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Comme $Q(h)$ on obtient : $\frac{\partial Q}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} = 0$ donc : $\frac{\partial h}{\partial t} + c_c \frac{\partial h}{\partial x} = 0$ et donc :

$$\frac{Q}{Q_n} = \sqrt{1 + \frac{1}{I_f c_c} \frac{\partial h}{\partial t}}$$

Cette équation permet de passer de la cote au débit en tenant compte du gradient de la crue.

4.5.8 Méthodes numériques

La théorie des caractéristiques nous a permis d'introduire une méthode de résolution des écoulements transitoires. Les méthodes les plus classiques de résolution des équations de Saint-Venant utilisent ce procédé des différences finies en l'appliquant aux dérivées partielles. Il existe deux grands types de méthodes : **explicite** et **implicite**.

Dans les schémas de discrétisation explicites, les dérivées partielles en x ne font pas intervenir les variables au pas de temps inconnu et ces méthodes sont soumises à des conditions de stabilité $Cr < 1$.

Les schémas implicites font intervenir les variables au pas de temps inconnu pour approcher les dérivées partielles en x . On a alors un système linéaire (ou non) à résoudre par des méthodes appropriées, comme le double balayage. Le schéma de ce type le plus connu est le **schéma de Preissmann**. Ces méthodes sont dites inconditionnellement stables et on peut donc utiliser des pas de temps plus grands. On reviendra sur ces concepts dans le cours de modélisation des écoulements mono-dimensionnels.

Chapitre 5

Transport de particules

Sommaire

5.1	Phénomènes de transport	92
5.1.1	Introduction	92
5.1.2	Notion de concentration	92
5.1.3	Processus	93
5.1.4	Applications	94
5.2	Transport solide	96
5.2.1	Introduction	96
5.2.2	Les modes de transport	96
5.2.3	Critères d'évaluation	97
5.2.4	Formules de prédiction du transport à l'équilibre	100
5.2.5	Théorie du régime	102
5.2.6	Transport hors équilibre	102
5.2.7	Logiciels de calcul du transport solide	103
5.2.8	Morphologie fluviale	104
5.2.9	Quelques exemples d'application	106

Nous nous intéressons ici aux particules solides (sables, limons, argiles) transportées avec l'écoulement (**transport solide**) ou aux particules en solution dans l'eau. Les applications sont nombreuses tant pour les questions relatives à la qualité de l'eau et sa pollution que pour l'aménagement de rivière ou la gestion des réseaux de distribution. L'objectif de ce chapitre est de donner des éléments de compréhension des phénomènes et des outils simples pour les aborder et répondre à des problèmes posés.

5.1 Phénomènes de transport

5.1.1 Introduction

Les questions relatives à la qualité de l'eau sont de plus en plus importantes et se posent tant dans les cours d'eau que dans les réseaux de distribution. Les pollutions instantanées et les pollutions diffuses nécessiteront des outils d'analyse et des réponses très différentes.

La question de la qualité de l'eau est liée également au **transport solide** via les phénomènes d'adsorption sur les particules en suspension («MES», **matières en suspension**). Ces MES, paramètre de qualité fréquemment utilisé, ne donnent qu'une image partielle du transport solide puisque ces particules très fines (principalement des argiles et limons) participent en fait peu à la dynamique des cours d'eau. Le transport de fond (charriage) n'est en revanche pas comptabilisé dans les MES.

Les problèmes relatifs au transport solide sont par exemple :

- la sédimentation dans les retenues d'eau ; celle-ci diminue fortement leur capacité de stockage, ramenant la durée de vie de certaines retenues à quelques dizaines d'années. Ce problème est particulièrement important économiquement dans les pays arides et semi-arides, touchés à la fois par la question de l'érosion des sols et le besoin en eau. Une des techniques de gestion consiste à procéder à des «chasses», mais celles-ci peuvent avoir un impact fort sur les frayères situées à l'aval.
- la sédimentation dans les réseaux : nous avons vu qu'un changement de géométrie (dû à de l'érosion ou du dépôt) pouvait affecter les niveaux d'eau et donc les débits à travers les ouvrages de distribution (si la charge hydraulique augmente à l'amont d'une vanne de distribution, le débit extrait augmente également, au détriment des autres usagers). La gestion de ces phénomènes nécessite une maintenance appropriée et donc des moyens significatifs.
- l'aménagement de rivière en général. La conception de l'aménagement de rivière en France a beaucoup évolué et on essaie maintenant de préserver la dynamique naturelle des cours d'eau ou au moins de la prendre en compte dans les stratégies d'aménagement.
- l'**érosion**, la stabilité des cours d'eau : les changements de morphologie pendant les crues font partie des processus normaux d'évolution des cours d'eau. Il faut par exemple être conscient qu'empêcher une berge d'évoluer ou exploiter une gravière peut avoir des conséquences sur d'autres portions du cours d'eau (stabilité du lit, modification des niveaux d'eau)

5.1.2 Notion de concentration

Le transport de particules sera considéré ici de façon globale sans chercher à suivre les particules dans leur mouvement¹. On raisonnera avec la **concentration** en particules, notée C . En un point de l'écoulement, la concentration est la quantité de particules par unité de volume d'eau. On utilise en général la notion de concentration massique :

$$c(x, y, z) = \frac{M_{particules}}{V_{eau}} \quad (5.1)$$

avec $c(x, y, z)$, concentration au point (x, y, z) , exprimé en kg/m^3 (ou, ce qui est équivalent, en g/l).

¹On parlera d'approche «eulérienne» par opposition à l'approche «lagrangienne»



FIGURE 5.1 – Sédiment en tête d'un canal d'irrigation (Pakistan), après une saison d'irrigation.

Dans une approche monodimensionnelle, nous devons définir une concentration moyenne dans la section d'écoulement. En réalité, les particules solides ont tendance à être plus concentrées au fond qu'en surface et il serait faux de considérer la concentration en matière solide comme homogène dans une section. La concentration moyenne est donc définie ainsi :

$$C(x) = \frac{\int_S C(x, y, z)u(x, y, z)dS}{Q} \quad (5.2)$$

C'est, en d'autres termes, le débit massique de particules à travers la section S divisé par le débit liquide Q . Pour les matières en suspension et les solutés les plus courants, ces concentrations sont de l'ordre de la dizaine de mg/l voire du g/l. Par exemple, l'eau de mer a une teneur en sel de l'ordre de 30g/l. Pour les micro-polluants, les concentrations sont de l'ordre du $\mu\text{g/l}$.

Les problèmes de transport de particules consisteront à étudier l'évolution de $C(x)$, éventuellement $C(x, t)$. Ces valeurs seront utilisées pour :

- des bilans de flux : le volume transporté annuellement est égal à l'intégrale de $C(x, t)$ sur une année ;
- caractériser des quantités déposées ou érodées par comparaison de C en différents points ;
- caractériser la qualité d'une eau (teneur en polluants, en matières en suspension).

5.1.3 Processus

L'évolution des concentrations est expliquée par un ensemble de processus (figure 5.2) :

- Convection : les particules se déplacent avec l'eau ; le paramètre clef qui explique ce transport est la vitesse moyenne U .
- Diffusion : imaginez un pic de pollution dans l'eau. Ce pic va s'atténuer et s'étaler sous l'effet de la **diffusion moléculaire**, du brassage dû à la turbulence de l'écoulement (**diffusion turbulente**) et surtout de la **dispersion** due au fait que dans une même section, les couches de fluide se déplacent à des vitesses différentes (le mélange «eau+particules» se déplace par exemple plus vite en surface) . Ces trois phénomènes s'expriment en général comme un processus de diffusion, d'autant plus important que le gradient de concentration $\partial C/\partial x$ est élevé. Le flux diffusif-dispersif dépend également des propriétés de l'écoulement, notamment l'intensité de la turbulence et de l'hétérogénéité du profil de vitesse, ce qui s'exprime dans le coefficient de diffusion-dispersion K_D .
- Echange : les particules solides pourront se déposer (C diminue), être érodées (C augmente), les solutés pourront être adsorbés (C diminue), désorbés (C augmente), dégradés (par réaction chimique

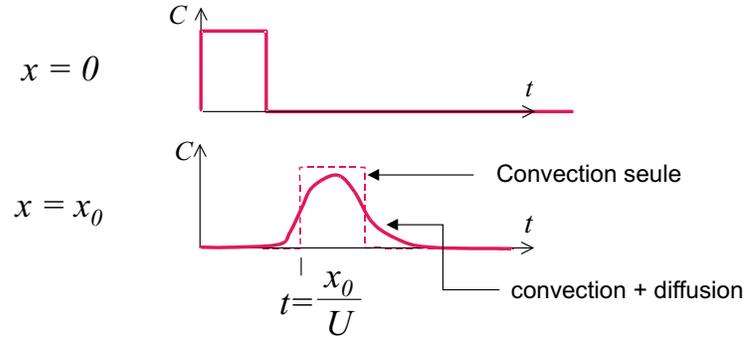


FIGURE 5.2 – Processus de convection et diffusion : le phénomène de convection fait avancer le pic de pollution à la vitesse de convection U , vitesse du courant ; le phénomène de diffusion étale le nuage de polluant dans le temps.

notamment) etc. Ce terme dépendra des types de processus considérés. Par exemple, pour une réaction chimique de cinétique d'ordre 1, on écrira que

$$\frac{dC}{dt} = -k_r C \quad (5.3)$$

où k_r représente ici la constante de réaction.

On peut montrer que l'équation d'évolution des concentrations peut s'écrire :

$$\frac{\partial UC}{\partial t} + \frac{\partial(U S C)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[S K_D \frac{\partial C}{\partial x} \right] - \varphi = 0 \quad (5.4)$$

où φ est le **terme d'échange**.

5.1.4 Applications

L'étude d'un problème de transfert de particules nécessite dans un premier temps une bonne connaissance de l'hydraulique, comme on peut le voir à travers l'équation 5.4.

L'étude du transport de particules apporte un degré de complexité supplémentaire car il faut connaître le coefficient de diffusion K_D , et malheureusement il n'y a pas de formule universelle donnant ce coefficient. La littérature propose des formules pouvant donner des écarts d'au moins 1 à 1000... Il faut connaître également le terme d'échange. Ce terme est parfois assez simple (surtout quand il n'y a pas d'échange... cas du transport de certains ions) mais il est souvent complexe et approximatif. C'est le cas notamment du transport solide sur lequel nous reviendrons.

On s'interrogera donc au préalable sur l'approche la plus pertinente : si on veut étudier principalement la convection et la **dilution**, alors l'étude de l'hydraulique seule peut suffire. Si les processus d'échange et de diffusion sont importants pour le problème posé, on veillera à bien choisir les paramètres permettant d'estimer le coefficient de diffusion et le terme d'échange. On essaiera autant que possible d'obtenir ces coefficients à partir de données de terrain.

Calcul de dilution

On considère un cours d'eau d'un débit de $2\text{m}^3/\text{s}$ à l'étiage, avec une concentration en DBO_5^2 de 10mg/l à l'amont. On a ensuite un rejet de station d'épuration à 250mg/l de DBO_5 avec un débit de 100 l/s ainsi qu'un pompage pour l'irrigation de 500 l/s . Calculez la concentration dans le cours d'eau, suivant que le prélèvement est à l'amont ou à l'aval du rejet.

²demande biochimique en oxygène satisfaite au bout de 5 jours

SOLUTION – Le calcul est simplement celui d'une dilution. On calcule tout d'abord la charge³ totale en polluant : $Q_p = 2 \times 10 = 20\text{g/s}$. De la même manière, le rejet apporte 25g/s en DBO_5 .

1. Cas où le rejet est à l'amont du prélèvement : on apporte une charge de $0,1 \times 250 = 25\text{g/s}$. On retrouve la concentration à l'aval du rejet en divisant cette charge par le débit total, soit $21,4\text{mg/l}$. Après le prélèvement le débit est de $1,6\text{m}^3/\text{s}$ mais la concentration reste inchangée.
2. Cas où le rejet est à l'aval du prélèvement : au niveau du prélèvement, la concentration reste à 10mg/l mais le débit tombe à $1,5\text{m}^3/\text{s}$. A l'amont du prélèvement, la charge n'est plus que de 15g/s , à l'aval elle est de 40g/s et la concentration de 25mg/l .

Auto-épuration

On donne un ordre de grandeur de la constante de dégradation biochimique de l'oxygène : $k = 0,35\text{j}^{-1}$ (cinétique de réaction d'ordre 1). En prenant une section moyenne de 5m^2 dans l'exemple précédent, calculez le taux de dégradation et la concentration en DBO_5 10 kilomètres à l'aval du rejet.

SOLUTION – La concentration en DBO_5 est calculée par :

$$\frac{dC}{dt} = -k.C \quad (5.5)$$

qui s'intègre facilement :

$$C(t) = C(t=0)e^{-kt} \quad (5.6)$$

et le taux de dégradation $r = 1 - e^{-kt}$. Notons que dans cette écriture, qu'on appelle dérivée particulière, on suit les particules dans leur mouvement (approche lagrangienne), c'est-à-dire que t est le temps de parcours des particules. Par opposition, on a la dérivée partielle, notée $\partial C/\partial t$, qui représente la variation de C en fonction du temps à un endroit donné. Ici, l'injection étant continue, on est en régime permanent et $\partial C/\partial t = 0$ en tout point.

Le fait de suivre les particules fait que l'on peut écrire $x = U.t$ où x est la distance parcourue pendant la durée t . On a donc un taux de dégradation de $r = 1 - e^{-kx/U}$ soit 12% (attention aux conversions : $U = 27\text{km/j}$, $x = 10\text{km}$) et la concentration 22mg/l .

On voit ainsi l'importance du pouvoir auto-épurateur des cours d'eau, notamment en étiage où les débits sont faibles donc la dilution faible, mais les temps de parcours élevés, surtout s'il y a des successions de seuils et de mouilles, permettent d'abattre une partie de la pollution organique.

REMARQUE : La dérivée particulière $d./dt$ peut être calculée à partir de la dérivée partielle et de la vitesse : $dC/dt = \partial C/\partial t + U.\partial C/\partial x$, ce qui permet également d'intégrer l'équation ci-dessus.

Transfert d'un polluant

On considère un canal d'amenée d'un fleuve vers une station de pompage, canal d'une longueur de 10km et de pente $0,4/1000$, profil rectangulaire pour simplifier de largeur 20m . Du fait de l'alimentation par le fleuve, le niveau d'eau est imposé à l'amont à une profondeur de $h = 2\text{m}$. Le niveau d'eau est quasi-horizontale à faible débit (très peu de perte de charge), en revanche on est en régime uniforme pour le débit maximal de $40\text{m}^3/\text{s}$. En cas de pollution détectée à l'amont du canal, il faut stopper le pompage. Calculez alors, pour le débit maximal et pour un débit de $1\text{m}^3/\text{s}$, les temps de transfert entre l'amont et l'aval du canal, ce qui nous donnera le délai de réaction maximal après la détection de la pollution.

SOLUTION – On écrit encore que $U = dx/dt$, donc $dt = dx/U$, avec U fonction de x . En intégrant cette expression, on a $\Delta t = \int_{x_0}^{x_1} 1/U(x)dx$. Or $U(x) = Q/(B.h(x))$ donc $\Delta t = \frac{B}{Q} \int_{x_0}^{x_1} h(x)dx$.

1. Cas du débit maximal : h est constant, donc $\Delta t = \frac{B \times h}{Q} \Delta x = 2h46'$.
2. Cas du faible débit : h varie linéairement ; l'intégration revient à calculer la surface d'un trapèze. On trouve $22h13'$.

Deux remarques :

³Terminologie fréquemment utilisée, à ne pas confondre bien sûr avec la charge hydraulique. Il s'agit ici d'un débit massique.

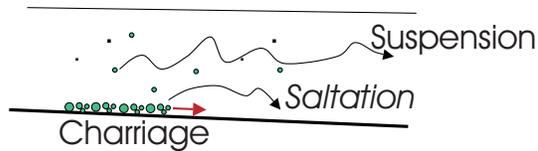


FIGURE 5.3 – Les différents modes de transport solide



FIGURE 5.4 – Rides au fond d'un canal, fond sableux

- ce qu'on a calculé est un temps de transfert qui correspond à la vitesse de convection. En réalité, les phénomènes de diffusion-dispersion vont faire que le temps d'arrivée du polluant sera inférieur (surtout pour l'écoulement à faible débit). On pourrait ainsi avoir un minorant du temps de transfert en prenant la vitesse maximale dans une section plutôt que la vitesse moyenne.
- l'exemple traité ici est simple. En réalité, le calcul de $U(x)$ peut être plus compliqué et faire appel au calcul de courbes de remous.

5.2 Transport solide

5.2.1 Introduction

Cette section présente quelques outils simples d'analyse du transport solide. Nous nous plaçons là encore dans une approche mono-dimensionnelle mais la réalité est souvent bien plus complexe. Par exemple, les processus d'évolution des cours d'eau, comme le méandrage, sont des processus bi-dimensionnels puisque c'est le jeu des courants secondaires (accélération à l'extérieur des courbes ou extrado, vitesses plus faibles à l'intrado) qui entraîne la dynamique d'évolution des méandres. De même, dès lors qu'on s'intéressera à des problèmes très locaux (affouillement autour d'une pile de pont par exemple), il faudra descendre à une échelle de description des écoulements plus fine.

5.2.2 Les modes de transport

On distingue généralement deux modes de transport :

- le charriage : les particules se déplacent en gardant contact avec le fond, par glissement ou en roulant ;
- le transport en suspension : les particules n'ont pas de contact avec le lit.

C'est bien sûr une classification schématisique et il existe des modes intermédiaires. On parle par exemple de transport par saltation (figure 5.3).

Pour les fonds sableux, le transport par charriage peut se faire en présence d'ondulations sur le lit : les dunes ou les rides. Les dunes sont des ondulations importantes, pouvant atteindre plusieurs mètres (jusqu'à 1/3 de la hauteur d'eau) alors que les rides sont des petites ondelettes de quelques centimètres (figure 5.4).

Ces formations attestent de la présence de charriage ; elles peuvent fortement affecter la rugosité. On observe sur certains cours d'eau des rugosités très différentes entre les hautes eaux et les basses eaux.

Pour les écoulements à très forte concentration, tel qu'on peut les observer lors de crues torrentielles, on pourra obtenir un transport par charriage et suspension hyperconcentrés voire une lave torrentielle. Dans ce cas, les concentrations en matière solide (quelques pourcents) sont telles que la viscosité du fluide est modifiée, jusqu'à rendre parfois l'hypothèse d'écoulement newtonien invalide. Dans la suite du document, ce type de situation (très spécifique aux crues de montagne) ne sera pas abordé et on travaillera avec des concentrations en matière solide au plus de quelques grammes par litre, ce qui est le cas le plus fréquent. L'hypothèse d'écoulement newtonien sera valide dans ce cas. On peut même supposer la viscosité du mélange est peu affectée par la présence de sédiments et la prendre égale à celle de l'eau.

5.2.3 Critères d'évaluation

Caractérisation des sédiments

La plupart des formules de transport solide représentent les particules par un diamètre d . On relèvera que, dans un lit, les particules ne sont ni sphériques, ni homogènes...

Le **diamètre** d'une particule peut être estimé à partir de la taille d'un tamis (lorsqu'on tamise un mélange). En pratique, le tamisage est utilisé pour les diamètres supérieurs à 50 microns en gros ; en-dessous, on utilise plutôt le principe de la décantation.

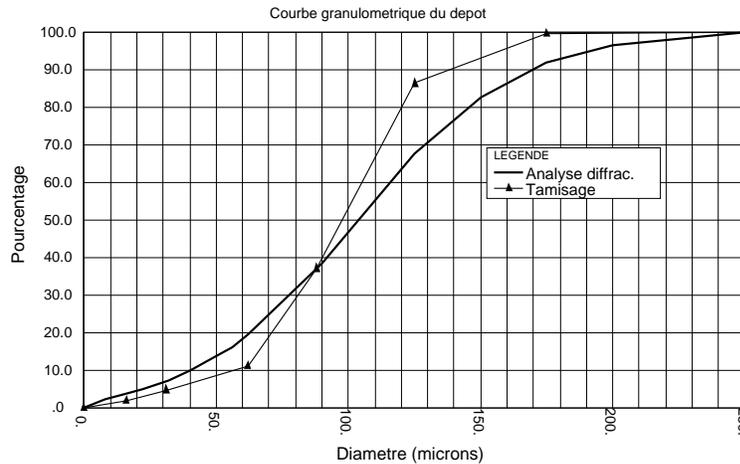


FIGURE 5.5 – Courbe granulométrique d'un mélange de particules, établie avec 2 méthodes de mesure : diffractométrie laser et tamisage. On a ici un diamètre médian entre 96 et 104 microns suivant la technique d'analyse et la méthode d'interpolation entre les points.

Pour un mélange, on établit **une courbe granulométrique** (figure 5.5). Il s'agit des pourcentages d'un mélange non retenus par des tamis de différentes tailles. Sur la figure 5.5, le trait en gras représente la courbe obtenue avec une technique de diffractométrie laser. On lit sur cette courbe que 46% des particules ont un diamètre inférieur à $100\mu m$, 83% ont un diamètre inférieur à $150\mu m$ etc. Nous pouvons lire également le **diamètre médian**, diamètre pour lequel 50% des particules sont plus fines et 50% sont plus grosses. On le note d_{50} , c'est le diamètre supposé représentatif du mélange. De même, on peut lire le diamètre d_{90} pour lequel 90% des particules sont plus fines (diamètre représentatif utilisé pour l'estimation du coefficient de Strickler). Certains auteurs utilisent d'autres diamètres représentatifs pour l'établissement des formules de transport solide (par exemple d_{35}).

vitesse de chute

Il s'agit de la vitesse de croisière d'une particule qui tombe en eau calme. Pour une particule fine, on peut montrer que l'écoulement autour de cette particule est laminaire. Le calcul de la vitesse de chute w dépend donc essentiellement de la viscosité. La relation la plus connue est la loi de Stokes :

$$w = \frac{g(s-1)d^2}{18\nu} \quad (5.7)$$

avec $s = \rho_s/\rho$ densité des particules dans l'eau (autour de 2,65 pour le sable). Cette relation est valable pour des particules de diamètre inférieur à $100\mu m$. Pour donner un ordre de grandeur, une particule de sable de diamètre $100\mu m$ a une vitesse de chute de $0,9\text{cm/s}$ à 20°C et presque trois fois plus élevée à 100°C (l'eau chaude étant moins visqueuse que l'eau froide).

Pour des diamètres plus élevés (plusieurs centaines de microns), l'écoulement est turbulent et la viscosité n'intervient plus. Entre les deux, nous avons un régime de transition. La formule de Zanke permet

d'exprimer la vitesse de chute dans ces conditions :

$$w = \frac{10\nu}{d} \left[\sqrt{1 + \frac{0,01(s-1)gd^3}{\nu^2}} - 1 \right] \quad (5.8)$$

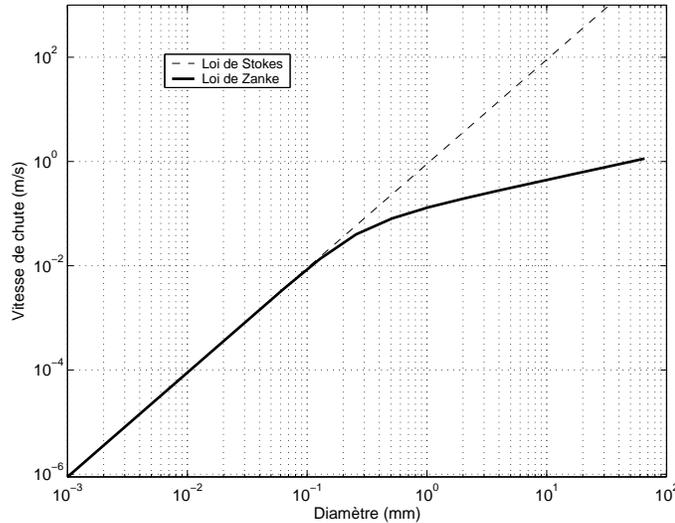


FIGURE 5.6 – Vitesse de chute : formules de Stokes et Zanke

Contrainte de cisaillement

Nous avons introduit la contrainte de cisaillement au fond, τ_0 . On conçoit que plus cette contrainte est forte, plus la force exercée par le lit sur l'écoulement est forte, et donc plus la force exercée par l'écoulement sur les particules du lit est forte.

On relativise cette force au poids d'une particule dans l'eau. Ainsi, tout comme le nombre adimensionnel de Froude caractérisait l'importance de l'énergie cinétique par rapport à l'énergie potentielle, la **contrainte adimensionnelle de Shields**, notée τ^* (parfois Y), caractérise l'importance de la force tractrice exercée par l'écoulement sur le lit par rapport au poids des particules dans l'eau. Ce nombre adimensionnel est défini par :

$$\tau^* = \frac{\rho R J}{(\rho_s - \rho)d} \quad (5.9)$$

avec ρ_s masse volumique des sédiments (2650kg/m³ pour le sable), d diamètre des particules, R_h rayon hydraulique, J gradient hydraulique.

Shields a également proposé un diagramme permettant d'estimer les seuils de mise en mouvement. Une version un peu modifiée de ce diagramme est proposée figure 5.7. Il faut bien prendre les limites «érosion-pas érosion» avec prudence, mais ces courbes sont bien utiles pour l'ingénieur.

D'autres diagrammes existent pour caractériser la mise en mouvement des particules. Celui de Hjulstrom, par exemple, exprime les seuils de transport en fonction de la vitesse du courant. Ce diagramme, comme celui de Shields, montre que ce sont les sables fins (autour de 100 μ m de diamètre) qui sont le plus facilement arrachés ; les particules plus fines (limons et argiles) présentent une résistance à l'érosion accrue du fait de leurs propriétés de cohésion.

Un autre critère, proposé par Ramette en 1981, permet d'estimer le mode de transport en matériaux du lit :

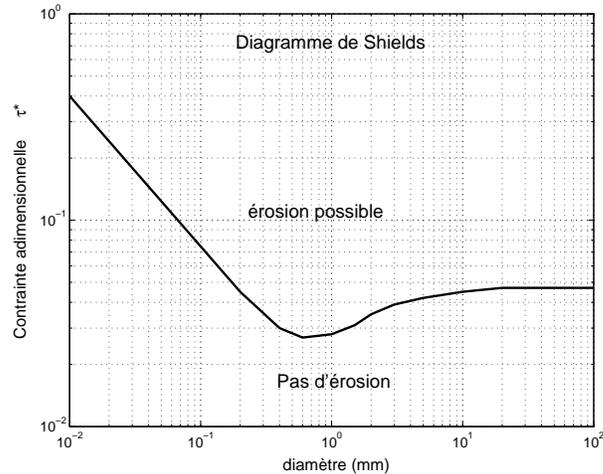


FIGURE 5.7 – Diagramme de Shields modifié, donnant la contrainte critique de mise en mouvement en fonction du diamètre des particules.

$\tau^* < \tau_{cr}^* \simeq 0,045$	<i>pas de transport</i>
$\tau_{cr}^* < \tau^* < 0,062$	<i>charriage seul</i>
$0,062 < \tau^* < 0,25$	<i>charriage avec dunes</i>
$0,25 < \tau^* < 2,5$	<i>dunes et suspension</i>
$2,5 < \tau^*$	<i>suspension et fond plat</i>

Même si la réalité est souvent beaucoup plus complexe que cette classification simplifiée, il faut retenir que **plus la contrainte de cisaillement adimensionnelle est élevée, plus le transport solide a tendance à être élevé.**

Lorsqu'on parle ici de suspension, il s'agit des matériaux arrachés au lit, et non ceux qui proviendraient directement du bassin versant (sans interaction avec le lit), que l'on appelle «wash load» ou «auto-suspension» ou encore «suspension intrinsèque».

La **vitesse de cisaillement**, aussi appelée **vitesse de frottement**, notée u^* , est un autre paramètre (homogène à une vitesse) défini à partir de τ_0 :

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (5.10)$$

Cette vitesse, dont l'ordre de grandeur est le 1/10 de la vitesse moyenne, est introduite dans le chapitre précédent. Il existe des critères basés sur la vitesse de chute permettant d'évaluer l'importance de la suspension par rapport au charriage, comme le critère de Graf [6] :

$u^*/w > 0,1$	<i>transport par charriage</i>
$u^*/w > 0,4$	<i>transport avec charriage et suspension</i>

Répartition des sédiments dans une section d'écoulement

Pour les profils verticaux de concentration, on utilise le plus fréquemment la formulation de Schmidt-Rouse, datant de 1937. La distribution verticale peut s'écrire :

$$C(z) = C_a \left(\frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^m \quad (5.11)$$

avec a hauteur de référence, C_a la concentration à cette hauteur, m estimé par

$$m \simeq \frac{w}{0,4u^*} \quad (5.12)$$

La hauteur de référence a est plus difficile à définir (et donc estimer) ; d'un point de vue pratique, on la prendra autour de $0,01h$ sans descendre en-dessous du centimètre.

La seule méthode de détermination fiable de C_a est le calage sur des données expérimentales. En revanche, cette formulation est utile pour caractériser la forme du profil de concentration et il suffit d'une donnée de concentration pour caler le profil complet. En revanche, on voit que la formulation 5.11 diverge au voisinage de 0. On considérera que a correspond à l'épaisseur de la couche de charriage.

Pour les profils horizontaux, il existe également une répartition des concentrations. Cette répartition a une importance majeure lorsqu'on s'intéresse à la diversion de sédiments vers des branches latérales. Elle est plus difficile à prédire, elle dépend notamment de la distribution des contraintes de cisaillement et donc des courants secondaires dans l'écoulement.

EXERCICE D'APPLICATION – Dans un cours d'eau large de vitesse moyenne 1m/s, $h = 1,5$ m, $J = 1/1000$, on mesure $C=100$ mg/l au milieu de la verticale et $d_{50} = 200\mu\text{m}$. Estimer alors la distribution verticale des sédiments et la concentration moyenne dans la section.

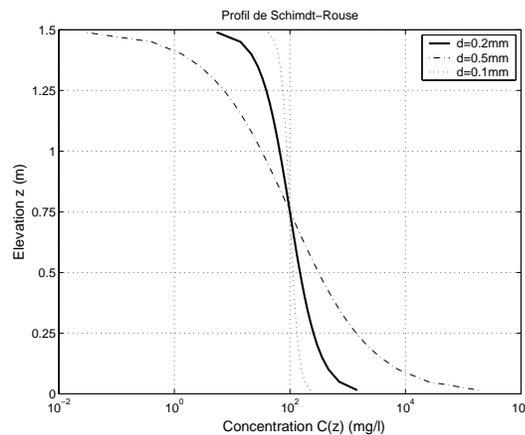


FIGURE 5.8 – Profil vertical de concentration - $C(h/2)=100$ mg/l

SOLUTION – On calcule successivement $u^* = \sqrt{gR_hJ} = 0,121$ m/s (en remarquant que $R_h = h$ en rectangulaire large), $w = 0,028$ m/s, $m = 0,584$ d'où la distribution verticale de la concentration. Pour obtenir $C(h/2) = 100$ mg/l, il faut $C_a = 1460$ mg/l avec $a = 0,01h$. On obtient alors la distribution de la figure 5.8. Cette figure illustre également la sensibilité du profil au diamètre d_{50} .

L'intégration du profil de concentration de a à h donne une concentration moyenne de 160mg/l. Si on ne suppose pas la vitesse homogène, notamment si on considère que la vitesse est plus faible au fond qu'en hauteur, la concentration moyenne définie par

$$C_{moy} = \frac{1}{U(h-a)} \int_a^h u(z)C(z)dz \quad (5.13)$$

diminuera, donnant plus de poids aux concentrations de surface.

5.2.4 Formules de prédiction du transport à l'équilibre

Une eau très peu chargée a tendance à être érosive ; une eau fortement chargée aura au contraire tendance à déposer des matériaux. Il semble donc qu'il s'établisse un équilibre entre les phases solide et liquide de l'écoulement.

De nombreux hydrauliciens ont tenté d'établir une relation entre les paramètres hydrauliques, la taille des sédiments et le débit solide d'équilibre, noté Q_s^* . On appellera également ce débit solide la capacité de

transport solide ; on exprime aussi souvent cette capacité de transport en débit solide par unité de largeur, q_s^* , en m^2/s , ou en concentration d'équilibre, $C^* = \rho_s Q_s^*/Q$, en kg/m^3 .

Malheureusement, aucune formule à ce jour ne permet de prédire de façon fiable cet état d'équilibre. A titre d'exemple, une comparaison des formules les plus connues donne, sur une base de données sur un grand nombre de cours d'eau, une probabilité entre 40 et 80% de s'éloigner d'au plus un facteur 2 des mesures... Plusieurs auteurs ont publié ce type de comparaison, et même s'il y en a toujours une qui se démarque légèrement des autres, ceci dépend du choix des données utilisées pour la comparaison et un autre jeu de données donnera probablement un classement différent.

On explique cela notamment par :

- la simplification que l'on fait en supposant les particules sphériques, qui plus est de diamètre unique ;
- le caractère aléatoire de la turbulence, « moteur » essentiel de la mise en suspension des particules ;
- les erreurs de mesure (et notamment in situ) du transport solide ;
- et sans doute par une compréhension insuffisante de mécanismes de transport des particules.

Quoi qu'il en soit, on convient que **plus la contrainte de cisaillement adimensionnelle est élevée, plus la capacité de transport à l'équilibre est importante.**

Les formules proposées dans la littérature ont l'intérêt d'exprimer cette relation. Elles donnent des ordres de grandeur du transport solide et permettent de comparer, par exemple, plusieurs scénarios de gestion entre eux. Si on dispose de mesures, on peut les caler sur celles-ci.

Citons ici quelques formules couramment utilisées. D'autres sont données en annexe.

Formule d'Engelund-Hansen

Cette formule, établie essentiellement de manière empirique, est fréquemment utilisée lorsqu'il y a présence de charriage et de suspension (τ^* assez élevé) :

$$q_s^* = 0,05 \sqrt{g(s-1)d^3} \left(\frac{RJ}{(s-1)d} \right)^{5/2} \frac{K^2 R^{1/3}}{g} \quad (5.14)$$

avec K coefficient de Strickler, J pente de la ligne d'eau, R rayon hydraulique, g accélération de la pesanteur, s densité des sédiments ($s \simeq 2,65$ pour le sable), d diamètre médian des sédiments.

Formule de Bagnold

Bagnold (1966) établit sa formule à partir de considérations énergétiques, tenant compte du fait que la force de l'écoulement sur le lit est l'opposée de la force de frottement exercée par le lit sur l'écoulement. Il considère que l'énergie disponible pour le transport solide est une fraction de l'énergie totale de l'écoulement. Il distingue les parties charriage et suspension :

$$q_s^* = q_{s,ch}^* + q_{s,sus}^* \quad (5.15)$$

avec

$$q_{s,ch}^* = \beta_1 \frac{\tau_0 U}{\rho_s g} \quad (5.16)$$

$$q_{s,sus}^* = \beta_2 \frac{\tau_0 U}{\rho_s g} \frac{U}{w} \quad (5.17)$$

La formule semble donner de bons résultats lorsque la suspension est présente [12]. L'auteur donne des abaques pour estimer les coefficients β_1 et β_2 pour $d \in [30\mu m; 1000\mu m]$; pour simplifier, on peut dans la plupart des cas raisonnablement poser $\beta_1 = 0,17$ et $\beta_2 = 0,01$. Avec ces valeurs, on constate qu'il n'y a que quelques % de l'énergie perdue par l'écoulement (la perte de charge) qui soit utilisée pour le transport solide...

Formule de Meyer-Peter

Elle est fréquemment utilisée lorsqu'il n'y a que du charriage (donc lorsque les matériaux du lit sont trop gros pour être mis en suspension)

$$q_s^* = 8 \sqrt{\frac{\rho_s - \rho}{\rho}} g d^3 (\tau^* - \tau_{cr}^*)^{3/2} \quad (5.18)$$

avec τ_{cr}^* la contrainte minimale pour la mise en mouvement (de l'ordre de 0,045), pas trop grande non plus (sinon il y a aussi suspension).

5.2.5 Théorie du régime

Le principe de canaux en « régime » remonte à 1895 avec les travaux d'ingénieurs Britanniques pour l'amélioration des canaux indiens. Les formules empiriques de Lacey (1930) ont été largement utilisées, et pas uniquement en Inde ou au Pakistan, car malgré leur simplicité et leur âge, elles se sont montrées parfois aussi efficaces que des méthodes beaucoup plus complexes. Lacey définit tout d'abord le facteur f , en fonction de la taille des particules du lit : $f = 1,6 \sqrt{d_{50}}$ avec d_{50} , diamètre médian des matériaux du lit, exprimé en millimètres. Largeur, profondeur et pente d'équilibre sont alors donnés en fonction de f et Q , débit de fonctionnement :

$$\begin{aligned} b &= 2,67Q^{0,5} \\ h &= 0,47Q^{0,33} \\ J &= 0,00039f^{1,5}Q^{-0,11} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Même s'il est recommandé de n'utiliser les formules de Lacey que pour des concentrations inférieures à 0,5 g/l, on peut remarquer que la concentration en sédiments n'intervient pas ici, comme dans la plupart des théories du régime développées par la suite (Yalin, 1992). Ces théories supposent en effet le débit solide comme une grandeur variable qui, comme la largeur, la profondeur ou la pente, converge vers une valeur d'équilibre Q_s^* . L'application de ces formules est donc fort discutable lorsqu'on impose une charge solide à l'amont bien différentes de la charge solide d'équilibre.

Une autre méthode pour concevoir des canaux en équilibre est dite « méthode rationnelle » et utilise les lois de transport solide citées précédemment. Elle consiste à ajuster les variables de conception des canaux de telle sorte que le débit solide calculé par les formules soit égal au débit solide imposé par l'amont. La validité du résultat dépend de la validité des formules utilisées et de la connaissance de la charge solide imposée...

5.2.6 Transport hors équilibre

Formalisme avec la capacité de transport

Lorsque le débit solide imposé à l'amont est différent de la capacité de transport d'un tronçon de cours d'eau, nous observerons du dépôt ou de l'érosion de telle sorte que le débit solide atteigne un équilibre. Nous pouvons schématiser ce processus par une loi de décroissance du type :

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} = \frac{1}{L_A} (Q_s^* - Q_s) \quad (5.20)$$

qui l'on appelle **loi de chargement**. On peut voir cette relation comme la somme de deux processus :

- un processus de dépôt : $\frac{\partial Q_s}{\partial x} = -\frac{1}{L_A} Q_s$, où le taux de dépôt est d'autant plus fort que la charge apportée est forte ;
- un processus d'érosion : $\frac{\partial Q_s}{\partial x} = \frac{1}{L_A} Q_s^*$, d'autant plus fort que la capacité de transport est forte.

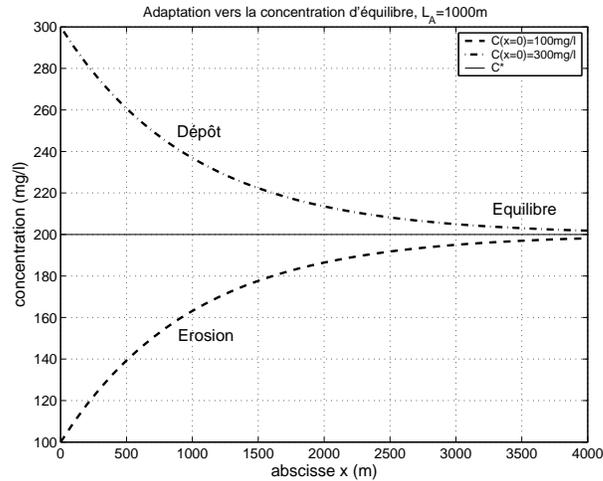


FIGURE 5.9 – Processus de dépôt ou érosion suivant le débit solide amont ; ici la concentration d'équilibre est de 200mg/l, la longueur de chargement 1km.

On voit que, dans un bief uniforme, le débit solide converge exponentiellement vers sa valeur d'équilibre. La longueur L_A , longueur d'adaptation ou longueur de chargement, peut être de plusieurs kilomètres pour des sédiments très fins ou très courte (de l'ordre du mètre) pour des graviers.

Pour un décanteur, donc en eau très calme, la formule de Hazen (1904) donne une expression très simple de L_A :

$$L_A = hU/w \quad (5.21)$$

Mais lorsque l'écoulement est turbulent, cette longueur peut être beaucoup plus élevée. On peut alors adapter cette relation avec un facteur multiplicatif. On trouvera également des relations similaires, comme

$$L_A = \sigma_L h u^* / w \quad (5.22)$$

où σ_L est un paramètre de la loi de chargement sans unité.

Formalisme avec fonctions de dépôt et d'érosion différentes

Ce formalisme a été développé notamment pour les particules très fines en suspension. Une relation classique donne le flux de dépôt proportionnel à :

- la vitesse de chute
- la concentration des particules en suspension
- l'écart entre une contrainte critique de dépôt $\tau_{d,cr}$ et la contrainte de cisaillement τ_0 .

Pour l'érosion, le flux sera supposé proportionnel simplement à l'écart entre la contrainte de cisaillement τ_0 et une contrainte critique d'érosion $\tau_{e,cr}$, cette dernière pouvant être donnée par les abaques de Shields lorsque les particules ne sont pas cohésives (sables). En fait ce type de formulation est plutôt adapté aux sédiments très fins, cohésifs, et donc pour lesquelles les contraintes critiques d'arrachement peuvent être plus élevées. D'un point de vue pratique, ces contraintes peuvent être estimées in situ par des techniques de rhéologie des sols.

5.2.7 Logiciels de calcul du transport solide

Les logiciels hydrauliques contiennent souvent un module de calcul du transport solide, souvent basé sur le concept de capacité de transport avec éventuellement un loi de chargement. Le minimum de données

nécessaires, en plus des caractéristiques hydrauliques, est la granulométrie du lit. Le calcul hydraulique permet ainsi d'évaluer (moyennant le calcul de τ_0^*) le risque d'érosion et plus généralement le type de transport solide.

Le calcul de transport solide permet de simuler une évolution du lit et son impact en terme d'hydraulique. Du fait que les processus de transport solide sont lents, il est parfois nécessaire de simuler de longues périodes, ce qui est relativement coûteux en temps de calcul. On verra plus loin des applications de ces modèles.

5.2.8 Morphologie fluviale

La morphologie des cours d'eau résulte de processus d'érosion et dépôt dans les vallées d'écoulement. Plusieurs aspects sont à prendre en compte :

- la nature des apports (notamment leur taille) et leur quantité (dépend du fonctionnement hydrologique du bassin versant) ;
- la nature des matériaux qui constituent le lit et les berges : il faut bien voir que ceux-ci ont la plupart du temps été apportés par le cours d'eau. L'artificialisation de portions du cours d'eau peut modifier le fonctionnement sédimentaire du cours d'eau.
- le régime hydraulique ; on le caractérise principalement à partir de la contrainte de cisaillement τ_0 .

Les principales transformations dans les cours d'eau ont lieu lors des crues : c'est pendant ces crues que l'apport est le plus élevé et que les contraintes de cisaillement sont les plus fortes. C'est généralement la maîtrise des crues qui a amené à l'artificialisation des cours d'eau.

Sous l'influence de ces mécanismes, on distingue plusieurs types de morphologie.

Cours d'eau à forte pente

On trouve ces portions généralement dans les bassins amont. Les valeurs élevées de J donnent généralement des contraintes de cisaillement élevées. Les particules les plus fines sont transportées très facilement (τ^* très élevé), et ce n'est pas la capacité de transport Q_s^* qui limite le transport mais les apports par le bassin versant.

Les éléments grossiers peuvent également être transportés par charriage. On trouve donc au fond une granulométrie assez grossière (en général cailloux de plusieurs centimètres voire blocs). La détermination de ce diamètre permet, en se basant sur une évaluation du seuil de mise en mouvement (par exemple $\tau_{cr}^* = 0,047$) d'estimer les conditions hydrauliques lors d'un pic de crue.

Un phénomène de pavage peut apparaître, les éléments grossiers s'arrangeant sur le lit de manière à bloquer l'érosion des particules les plus fines. Ainsi, même si des particules fines sont présentes dans le lit, elles ne participent pas à la dissipation d'énergie de l'écoulement.

Rivières de plaine

A mesure qu'on va vers l'aval des bassins versants, la pente de la ligne d'eau diminue ainsi que la contrainte de cisaillement. L'écoulement est alors capable de transporter des particules de moins en moins grosses. Le diamètre des dépôts diminue donc d'amont en aval : c'est qu'on appelle le **tri granulométrique longitudinal**. Le sable peut généralement être transporté jusqu'à l'aval des fleuves, formant ainsi les plages.

Les phénomènes de transport solide pourront générer divers types de configuration (figure 5.10) :

- tresses : le lit est composé de plusieurs chenaux (formés en basses eaux) de taille réduite et s'entrecroisant.
- bancs alternés : des bancs de sable se forment de part et d'autre du lit.

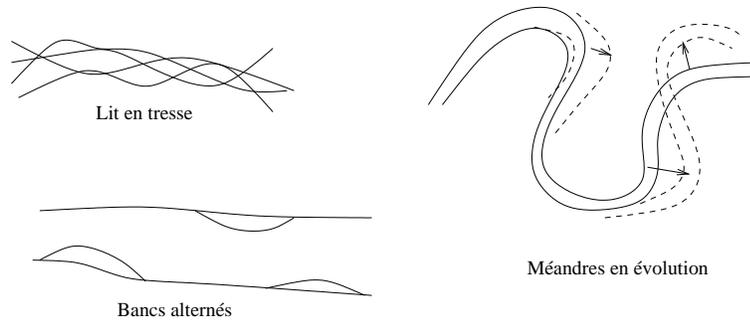


FIGURE 5.10 – Configurations de lit classiques

- méandres : lorsque la puissance érosive est forte (capacité de transport excessive par rapport aux apports solides), le lit peut se creuser en profondeur ou sur les rives. Dans ce second cas, le lit va se creuser de manière à allonger le trajet de l'écoulement, donc diminuer la pente et la contrainte de cisaillement. Le méandre va se déplacer sous l'effet des courants secondaires (figure 5.11) : vitesse plus élevée en rive extérieure, d'où érosion vers l'extérieur ; vitesse plus faible à l'intérieur, d'où comblement du lit. Le déplacement peut entraîner une coupure de méandre.

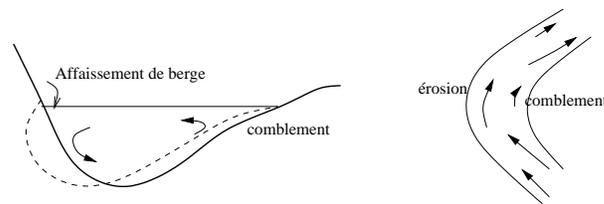


FIGURE 5.11 – Courants secondaires dans un méandre

Anthropisation et transport solide

On donne ici quelques exemples d'impacts d'aménagement de cours d'eau sur le transport solide. On raisonnera ici de manière qualitative, une approche plus quantitative étant proposée dans la section 5.2.9.

Protection de berges – La protection des terres cultivées ou des terrains urbains est effectuée par des techniques de génie civil (enrochements notamment) ou plus récemment de génie végétal, les berges étant consolidées par le système racinaire des espèces plantées. On a vu que l'évolution d'un cours d'eau est un processus naturel et l'empêcher amène à reporter le déficit en transport solide plus à l'aval. Une stratégie d'aménagement de berge doit donc évaluer l'impact aval en terme de transport solide, tout comme en terme hydraulique (voir écoulements transitoires, phénomène de laminage).

Impact d'un seuil – La présence d'un seuil augmente le niveau d'eau à son amont pour un même débit. Ainsi, on réduit le gradient hydraulique et donc la capacité de transport. On va donc observer une tendance au dépôt à l'amont du seuil, qui pourra être suivie d'une zone d'érosion, l'écoulement ayant perdu de sa charge solide à l'amont du seuil.

Retenue d'eau – Les processus sont identiques mais de beaucoup plus grande ampleur. La retenue d'eau se caractérise par des vitesses très faibles, ce qui amène à retenir également une grande partie des sédiments, au moins les particules les plus grosses. Le déficit peut avoir des conséquences très loin à l'aval ; c'est ce qu'on observe dans le cône de déjection des fleuves, le piégeage des sables en amont limitant l'ensablement des plages voire entraînant l'érosion de celles-ci. On observe un tri granulométrique

dans la retenue : dépôt des particules plus grosses en amont, dépôt des plus fines à mesure qu'on va vers l'aval.

Chasse hydraulique – Pour limiter l'envasement et donc la perte de capacité dans les retenues, une des techniques utilisées consiste à réaliser des chasses hydrauliques qui sont des écoulements transitoires de durée courte et débit élevé, permettant d'entraîner une partie des dépôts. Les eaux chargées peuvent alors poser des problèmes à l'aval.

Prélèvement d'eau – On a vu plus haut une distribution type des particules dans une section d'écoulement. On conçoit ainsi que l'eau prélevée sera plus ou moins chargée en fonction de la position de la prise d'eau. Si celle-ci prélève de l'eau en surface, la dérivation sera peu chargée, augmentant alors la concentration dans le cours d'eau principal. Qui plus est, la concentration est plus faible près des rives. Des modifications de transport solide peuvent être alors conséquentes dès lors que les débits prélevés sont significatifs par rapport au débit du cours d'eau principal.

Aménagement de bassins versants – Les stratégies d'aménagement influent sur le terme d'apport de charge solide aux cours d'eau. Des ouvrages spécialisés traitent spécifiquement de ces questions (impact des pratiques culturales sur l'érosion des sols, impact de la déforestation). Des formules empiriques donnent des ordres de grandeur des volumes érodés suivant l'occupation du sol, la nature du sol, l'intensité de pluie, la pente etc. Il faudra utiliser avec prudence ces estimations pour les applications en hydrauliques, et préférer les mesures directes de débit solide dans les cours d'eau.

5.2.9 Quelques exemples d'application

On traite ici quelques exemples dans le but d'illustrer de quelle façon les concepts abordés ici peuvent être mobilisés pour répondre à des problèmes concrets d'ingénierie.

Sédimentation dans un réseau de distribution

EX R1 : EVOLUTION DE LA CAPACITÉ DE TRANSPORT – Montrez que dans un réseau d'irrigation où l'écoulement est uniforme et la pente constante, la capacité de transport diminue d'amont en aval. Pour une application chiffrée, on prendra un diamètre médian de $100\mu m$, et on comparera deux canaux rectangulaires de largeurs respectives 10m et 5m, hauteurs d'eau 1,5 et 1m, coefficient de Strickler 40u.s.i. et pente de 0,5/1000.

ELÉMENTS DE RÉPONSE – On peut commencer par analyser comment évolue τ^* . En supposant le régime uniforme, on a pour le plus grand canal $\tau^* = \rho g R_h J / (d_{50}(\rho_s - \rho))$; on voit donc, par le simple calcul de R_h , que la contrainte de cisaillement diminue de 40% entre le canal amont et le canal aval. Les informations données permettent d'estimer la capacité de transport avec diverses formules; quel que soit le choix de celle-ci, on obtient une diminution importante de la capacité de transport.

EX R2 : INFLUENCE D'UN OUVRAGE – Toujours dans un canal d'irrigation, expliquez quelle peut être l'influence d'un régulateur de niveau sur les dépôts de sédiments.

ELÉMENTS DE RÉPONSE – Le régulateur a pour but de contrôler le niveau en créant une courbe de remous de type F1. En diminuant la vitesse, on diminue la perte de charge et la contrainte de cisaillement. On va donc observer du dépôt à l'amont du régulateur, d'autant plus loin que la courbe de remous remontera loin. L'apport de sédiment sera tel qu'on va tendre vers un nouveau profil d'équilibre, plus haut que le profil initial. On devra alors soit rehausser les berges, soit curer le canal, soit réduire le débit.

EX R3 : CONCEPTION D'UN DÉCANTEUR — Pour limiter les apports en sédiments, on étudie la possibilité de mettre en place un bassin de décantation. La taille des particules à éliminer est de $100\mu\text{m}$, le débit de $1\text{ m}^3/\text{s}$, la profondeur de 2m. Etudiez la longueur de bassin nécessaire en fonction de la largeur.

Ce type d'ouvrage requiert un entretien régulier. En supposant une concentration en entrée de 200mg/l , calculez le volume annuel de particules se déposant au fond, et concluez sur la nécessité d'entretien.

ÉLÉMENTS DE RÉPONSE — On calcul d'abord la vitesse de chute. Pour une largeur B donnée, on peut calculer la surface mouillée puis la vitesse moyenne U . On utilise alors la relation de Hazen (5.21) pour déterminer la longueur de décantation d'une particule arrivant à la hauteur h en tête de bassin. On trouve alors $L = Q/(Bw)$.

Le choix final dépend alors des possibilités d'implantation. Si on veut piéger des particules plus fines, donc améliorer l'efficacité du décanteur, il faut augmenter L de façon inversement proportionnelle à w (donc le carré de d en gros).

Le rythme de dépôt est de l'ordre de $Q * C = 0,2\text{kg/s}$, soit 17 tonnes par jour. Compte tenu de la porosité, 1 tonne de sable occupe environ $0,63\text{m}^3$, d'où un volume journalier de 11m^3 . Pour conserver l'efficacité du bassin, il est préférable déliminer régulièrement ces dépôts.

Diagnostic du transport solide sur un cours d'eau

EX C1 : TYPOLOGIE DES PROCESSUS DE TRANSPORT — Un premier diagnostic peut être conduit à partir de l'analyse des dépôts. Ceux-ci attestent de la puissance de l'écoulement. La présence de cailloux est signe du transport par charriage, celle de bancs de sable de transport en suspension.

Là encore, l'évaluation de la contrainte de cisaillement, à partir d'une hauteur d'eau et d'une pente moyenne de l'écoulement, permet d'estimer l'ordre de grandeur du transport solide. Inversement, l'évaluation de la granulométrie des matériaux transportés permet d'évaluer la contrainte de cisaillement atteinte lors d'un pic de crue, en utilisant des valeurs de contraintes critiques d'arrachement standard.

EX C2 : CARACTÉRISATION DES ÉVOLUTIONS MORPHOLOGIQUES — En complément des informations précédentes, les cartes à différentes époques peuvent être très utiles. On y voit notamment les évolutions de méandre (permettant d'anticiper des évolutions futures), l'abandon de certains bras, l'impact d'aménagements... La végétation observée peut aussi révéler la présence d'un méandre abandonné.

EX C3 : FLUX DE MATIÈRES SOLIDES — Les bilans de matière solide permettent d'évaluer l'érosion des bassins versants et adopter des stratégies d'aménagement en conséquence (replantation, orientation des rangs, enherbement des inter-rangs, mise en place de banquettes...). L'utilisation des formules de transport solide à l'équilibre est à éviter, notamment pour l'estimation de la phase en suspension :

- la validité de ces formules est limitée, d'autant plus que la granulométrie des apports est étendue ;
- il n'est pas du tout évident que le régime d'équilibre, résultant d'un équilibre débit liquide-débit solide, soit atteint aux points étudiés.
-

On recourra alors aux méthodes de mesure, bien qu'elles soient délicates elles-aussi et coûteuses. Une information utile et accessible par des mesures bathymétriques est le rythme d'envasement des retenues qui consistent de véritables pièges à sédiments.

EX C4 : INFLUENCE D'UN OUVRAGE — on retrouve le même principe que pour un canal d'irrigation. Si l'influence d'un seuil en rivière est faible et spatialement limitée, celle d'une retenue peut être très importante et modifier la morphologie du cours d'eau à l'aval. Il y a peu de chance qu'une retenue soit «transparente» vis à vis du transport solide (sauf si elle est de taille très modeste). Pour s'en rendre compte, on observera par exemple la granulométrie en amont et en aval, des enregistrements de cote de fond. Pour aller plus loin dans l'analyse, comme par exemple le comportement lors d'une crue, on pourra se baser sur des calculs hydrauliques, notamment le calcul des contraintes de cisaillement.

Utilisation de modèles numériques

Celle-ci est possible quand on dispose de suffisamment d'information, à savoir au minimum le comportement hydraulique 1D et les granulométries des charges solides.

Ces modèles sont capables de simuler des évolutions de lit sur de plus ou moins longues périodes, permettant de prédire des quantités déposées, des concentrations en différentes abscisses, l'impact de l'érosion ou du dépôt sur les lignes d'eau etc. Ils offrent alors une aide à la conception d'ouvrages (décanteurs, seuils etc.), au diagnostic (sensibilité à l'érosion, etc.), à la gestion hydraulique (impact de manoeuvres d'ouvrages, de prélèvements, etc.) ou à la maintenance.

Il faut toutefois garder en tête la validité des principes utilisées dans les modèles. Il sera toujours préférable de caler les lois de transport solide utilisées sur des données de terrain, comme les charges solide et des évolutions effectivement observées. Sinon, on se limitera à utiliser les résultats en valeur relative, c'est-à-dire en comparant des scénarios entre eux. Il est préférable aussi de mener cette démarche avec plusieurs lois de transport solide.

Chapitre 6

Mesure des flux

Sommaire

6.1	Mesure des flux d'eau	110
6.1.1	Mesures ponctuelles	110
6.1.2	Mesures en continu	113
6.2	Mesure de la géométrie	114
6.2.1	Profils en travers	114
6.2.2	Profils en long	115
6.3	Mesure des flux solides et des solutés	115
6.3.1	Généralités	115
6.3.2	Mesure des flux en suspension	116
6.3.3	Charriage	117
6.3.4	Prélèvements d'échantillons du lit	118
6.3.5	Analyse en laboratoire	118

La mesure des flux (eau, particules) est particulièrement importante pour caractériser l'hydrologie d'un bassin versant ou le fonctionnement hydraulique d'un ouvrage. Cela permet notamment :

- de prévoir des débits de crue
- de caractériser les paramètres hydrauliques des systèmes étudiés (pertes de charge linéaires, coefficients de débit...)
- d'analyser les sources de pollution
- de quantifier pour facturer les consommations en eau ou gérer les systèmes en économisant l'eau...

Dans ce chapitre, on traitera spécifiquement la métrologie des écoulements à surface libre même si un certain nombre de concepts et de méthodes sont transférables aux écoulements en charge.

6.1 Mesure des flux d'eau

6.1.1 Mesures ponctuelles

Principes

Empotage – Le principe consiste à mesurer un volume de remplissage V pendant une certaine durée T . Le débit est ainsi $Q = \frac{V}{T}$. L'incertitude sur la mesure peut être obtenue en différenciant l'expression précédente : $\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta T}{T}$. Cette incertitude est d'autant plus faible que le temps de mesure et le volume de remplissage sont grands.

Dilution – Le principe consiste à injecter un traceur pendant une certaine durée, à un débit connu et une concentration connue. Il faut s'assurer qu'on a un parfait mélange entre le point d'injection et le point de prélèvement. Par exemple, on se placera de part et d'autre d'une chute.

En écrivant la conservation du traceur, on montre que

$$C_{injection} Q_{injection} = C_{prelevement} Q \quad (6.1)$$

Les traceurs classiquement utilisés sont par exemple des traceurs colorés (type rhodamine, fluorescéine) ou des solutions salées (on peut suivre alors la conductivité).

On peut aussi faire une injection ponctuelle et prélever à intervalles réguliers pour suivre le nuage de pollution.

Mesures par intégration – C'est la technique la plus utilisée pour l'évaluation des débits en cours d'eau. Il s'agit d'explorer le champ de vitesse dans la section de mesure et d'obtenir le débit par intégration de la vitesse :

$$Q = \int_S \bar{u} dS \quad (6.2)$$

En général, on réalise cette intégration en intégrant d'abord la vitesse verticalement (on obtient alors le **débit unitaire** q) :

$$q(y) = \int_z \bar{u}(y, z) dz \quad (6.3)$$

puis on intègre horizontalement les différents débits unitaires :

$$Q = \left[\int_y q(y) \right] dy \quad (6.4)$$

Il y a alors plusieurs méthodes pour appliquer cette relation selon que l'on intègre par une méthode de type « trapèzes » ou que l'on préfère faire un lissage sur les valeurs de vitesse mesurées avant d'intégrer de façon analytique. La méthode des trapèzes peut sous-estimer largement la vitesse moyenne lorsqu'il y a peu

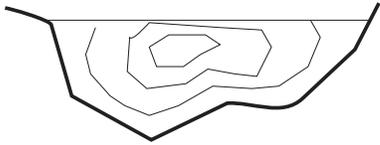


FIGURE 6.1 – Lignes isovitesse dans une section. La forme de la section influence la distribution des vitesses. Mais la présence d'une courbe à l'amont (même lointaine) ou de tout objet de nature à perturber les lignes de courant pourra fortement affecter la distribution des vitesses. D'où la nécessité de réfléchir l'emplacement de la section de mesure et de choisir un grand nombre de verticales...



FIGURE 6.2 – Mesure du débit dans un canal d'irrigation. Ce type de chenal pose moins de problèmes quant au choix de la section. Toutefois, le profil de vitesse pourra être fortement perturbé par des objets tombés au fond du canal et on ne fera pas l'économie d'un grand nombre de verticales.

de points de mesure. L'intégration de façon analytique est intéressante pour les effets de bord : on sait que la condition de contact au voisinage des parois impose une vitesse nulle, cependant on peut difficilement mesurer la vitesse au voisinage de ces parois compte-tenu de la taille de l'instrument de mesure. Une interpolation par une fonction puissance (équation 4.4), dans laquelle le coefficient m calé sur les mesures de terrain, peut être testée. Cette relation s'intègre très facilement pour donner $q(y)$.

Le choix du site pour la mesure des vitesses est essentiel. On se positionnera dans une portion aussi homogène que possible, où les lignes de courant sont bien identifiées et dans l'axe de l'écoulement. Ainsi, on évitera par exemple les zones avec un changement significatif de section où les sections à l'aval immédiat d'une confluence. On évitera aussi les zones où la vitesse moyenne est très faible, l'erreur sur la vitesse pouvant être alors importante.

Si le site est bien choisi, les distributions verticales des vitesses présentent peu de surprise. Suivant le temps disponible sur le terrain on pourra se contenter de quatre à cinq points par verticale. En revanche, on ne fera pas l'économie d'un nombre important de verticales car la distribution horizontale des débits unitaires est beaucoup plus imprévisible : elle dépend de la géométrie du chenal, de l'état de surface au niveau du lit. Par exemple, un objet volumineux au fond du lit, pas forcément visible depuis la surface, pourra perturber de façon significative les lignes de courant et le profil horizontal des vitesses. On recommande 10 à 20 verticales par section.

L'incertitude sur les mesures dépend beaucoup de l'échantillonnage choisi. Le recueil de normes AF-NOR donne des formules permettant d'estimer cette incertitude. Des logiciels proposent également des échantillonnages en fonction du gabarit de la section et estiment l'incertitude.

On estime en pratique l'incertitude totale sur une mesure de débit de 5 à 10% suivant l'intensité des points de mesure.

Méthodes simplifiées – Elles consistent à prendre un nombre réduit de points pour chaque verticale :

- méthode à 1 point : la vitesse moyenne est proche de la vitesse à la profondeur $0,6h$ (prise à partir de la surface) ;
- méthode à 2 points : elle consiste à prendre la moyenne entre la vitesse aux points de profondeurs $0,2h$ et $0,8h$;
- méthode à 3 points : on prendra la moyenne des deux précédentes méthodes :

$$q = 0,25h(u_{0,2h} + 2u_{0,6h} + u_{0,8h}) \quad (6.5)$$

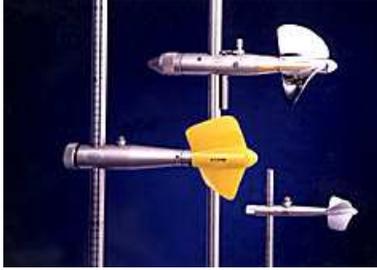


FIGURE 6.3 – Différentes hélices de moulinet (photo OTT)



FIGURE 6.4 – Courantomètre électromagnétique (photo OTT)

- méthode à 6 points : en fait, elle utilise 4 mesures dans l'écoulement, la vitesse de surface et la vitesse au fond qui est nulle :

$$q = 0,1h(u_{surface} + 3u_{0,2h} + 3u_{0,6h} + 2u_{0,8h} + 0) \quad (6.6)$$

Application à un jaugeage – On considère un cours d'eau naturel dont on veut mesurer le débit.

On s'assure d'abord que le niveau d'eau et le débit sont constants. On repère ce niveau par rapport à un point fixe.

On choisit ensuite un site de mesure approprié, suffisamment profond pour limiter les erreurs de mesure géométrique, avec une vitesse d'écoulement suffisamment importante pour limiter l'erreur sur la vitesse. Lorsque ce sera possible, on tirera un câble d'une berge à l'autre (ou un décamètre), de façon à matérialiser la ligne de mesure et repérer les verticales.

On va diviser alors la section en trapèzes, délimités par les berges et les verticales V_1 à V_n , où n est de l'ordre de 5 à 20 en général, suivant la largeur du cours d'eau et la taille de l'instrument de mesure de la vitesse.

Pour chaque verticale, on va estimer la vitesse moyenne à l'aide des méthodes exposées ci-dessus. Dans chaque section S_i , la vitesse moyenne est supposée égale à la moyenne des vitesses au niveau de ses deux côtés (vitesses sur V_{i-1} et V_i). La surface d'un trapèze est donnée par la distance entre les deux verticales, multipliée par la demi-somme des hauteurs d'eau en V_{i-1} et V_i .

Effets de bord : les bords sont des triangles. On peut supposer la vitesse au bord égale à 0, ce qui nous donnerait, pour la vitesse en S_1 , une vitesse moyenne égale à la moitié de la vitesse u_1 en V_1 . En réalité, suivant la forme de la section, sa taille et l'état de surface on aura des valeurs plus ou moins élevées, de $0,1u_1$ à $0,9u_1$.

Matériel de mesure –

Le moulinet (figure 6.3) est le plus classique des appareils de mesure. Il comporte une hélice entraînée par le courant ; on mesure la vitesse de rotation qui donne accès à la vitesse grâce à la courbe d'étalonnage établie en laboratoire. On choisira le pas de l'hélice suivant la vitesse du courant et son diamètre suivant la profondeur.

Le moulinet peut être fixé sur une perche pour les écoulements peu profonds accessibles à pied ou fixé sur un lest (type «saumon») suspendu à un câble.

Il existe aussi des tubes de Pitot de terrain, peu utilisés maintenant.

Les services d'hydrométrie s'équipent maintenant de courantomètres électromagnétiques (figure 6.4). Il s'agit d'une bobine dans laquelle se crée un courant par induction. Cet équipement perturbe peu le courant et s'avère très précis.

Enfin se répandent maintenant les systèmes acoustiques fonctionnant sur le principe de l'effet Doppler. Des ondes acoustiques sont émises et réfléchies sur les particules transportées dans l'écoulement. Le signal réfléchi est analysé ; notamment la fréquence de l'onde réfléchie est modifiée suivant la vitesse du courant. Ces systèmes sont particulièrement performants car ils permettent un échantillonnage très fin de

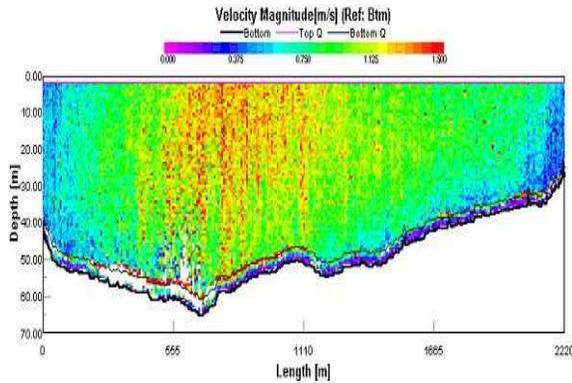


FIGURE 6.5 – Profil de vitesse établi avec l'ADCP – Acoustic Doppler Current Profiler – Fleuve Amazone en étiage, $Q = 90000\text{m}^3/\text{s}$

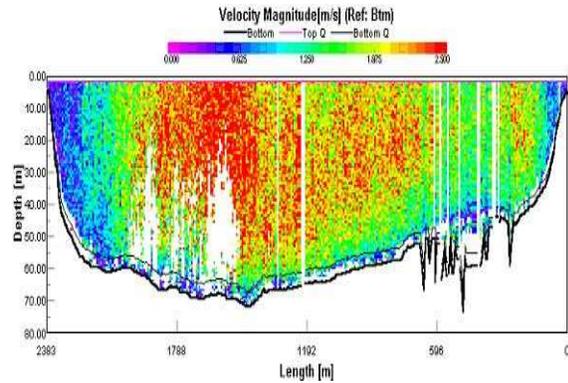


FIGURE 6.6 – Profil de vitesse établi avec l'ADCP – Acoustic Doppler Current Profiler – Fleuve Amazone en crue, $Q = 221000\text{m}^3/\text{s}$

la section et sont très rapides d'utilisation. L'intégration des vitesses pour donner le débit est effectuée immédiatement avec le logiciel fourni.

Pour montrer l'intérêt de ce type de dispositif, il faut savoir qu'une mesure de débit d'un fleuve aussi grand que l'Amazone (figure 6.5 et 6.6) peut se faire en moins d'une heure.

6.1.2 Mesures en continu

Principes

La mesure en continu permet de connaître les volumes transités, de connaître leur répartition dans le temps et permettre une bonne gestion des flux, de réaliser des statistiques (notamment pour la prévision des crues).

Le principe consiste à installer un capteur de hauteur d'eau en une section de contrôle, c'est-à-dire en une section où la hauteur d'eau peut être reliée au débit. Le choix du site est essentiel : il faut qu'il y ait une relation univoque entre débit et hauteur d'eau. Les sites idéaux sont par exemple à l'amont de seuils fonctionnant en régime dénoyé.

Une fois le site choisi, il faut procéder à l'établissement de sa **courbe de tarage**. C'est la phase d'**étalonnage**. On procédera ainsi à des mesures de débit (cf. méthodes précédentes) et de hauteur à différents débits (**jaugage**). L'extrapolation des valeurs est toujours délicate, donc on essaiera de faire des mesures en période de hautes eaux comme en période de basses eaux.

On installera ensuite une **échelle limnimétrique** (lecture manuelle) ou un limnimètre avec enregistrement automatique, à un pas variable suivant le type d'événement à observer.

Lorsque c'est possible, on pourra installer un équipement spécifique de loi de fonctionnement connue : **seuil jaugeur à ressaut, déversoir à paroi mince**.

Seuils jaugeurs à ressaut

Le plus connu est le seuil Parshall, très largement utilisé aux Etats-Unis notamment pour les canaux d'irrigation (figure 6.7). L'intérêt de ce dispositif est qu'il force l'apparition d'un ressaut, donc un passage en régime torrentiel, garantissant le fonctionnement en régime dénoyé et ce même si la différence de hauteur entre l'amont et l'aval est faible.

Une formule simplifiée donnant le débit est par exemple :

$$Q = C_d \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \cdot \sqrt{g} \cdot b \cdot H_{am}^{3/2} \quad (6.7)$$



FIGURE 6.7 – Seuil Parshall

où b est la largeur du Parshall. C_d est un coefficient proche de 1, qu'il convient de valider sur par mesures de débit. D'autres formules plus complexes permettent de prendre en compte la rugosité des parois.

Il est nécessaire de toute façon d'étalonner le seuil après son installation.

Seuil à mince paroi

Les **seuils à mince paroi** nécessitent une différence de charge un peu plus importante pour fonctionner en régime dénoyé. La mesure de hauteur d'eau se fait à l'amont du seuil, à une distance de 5 à 8 fois la lame d'eau au-dessus de la crête de l'ouvrage (figure 6.8).

Le **seuil triangulaire** est bien adapté pour les débits inférieurs à 30l/s. Citons la formule de Gourley pour un déversoir d'angle d'ouverture a :

$$Q = 1,32 \cdot \tan\left(\frac{a}{2}\right) \cdot h^{2,47} \quad (6.8)$$

et pour une forme simplifiée pour un déversoir à angle droit :

$$Q = 1,4 \cdot h^{5/2} \quad (6.9)$$

Le **seuil rectangulaire**, très courant, a déjà été présenté. En première approximation, on prendra

$$Q = C_d \cdot L \cdot \sqrt{2g} h_{am}^{3/2} \quad (6.10)$$

avec C_d de l'ordre de 0,4 mais variant légèrement en fonction de la pelle de l'ouvrage (hauteur entre le fond du chenal et la crête de l'ouvrage), la longueur de déversement L et la hauteur d'eau h_{am} . Les seuils avec une faible hauteur d'eau (becs de canard, par exemple), ont un coefficient de débit plus faible.

En rivière, des seuils naturels peuvent faire de bonnes sections de contrôle (figure 6.9). En revanche, leur grande longueur de déversement peut rendre les mesures des faibles débits imprécises.

6.2 Mesure de la géométrie

6.2.1 Profils en travers

La mesure des sections en travers permet de connaître la relation $S(h)$ entre section mouillée et hauteur d'eau.

Les profils en travers sont mesurés avec les méthodes classiques des géomètres : niveaux à bulle, tachéomètre. Pour les écoulements profonds, on utilise également des systèmes à ultrasons (échosondeurs) pour avoir l'altitude du fond par rapport à la surface de l'eau. Les altitudes sont repositionnées ensuite dans un référentiel absolu.

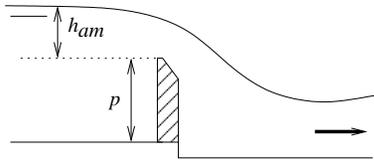


FIGURE 6.8 – Installation d'un limnimètre à l'amont d'un seuil



FIGURE 6.9 – Seuil en rivière (section de contrôle)



FIGURE 6.10 – Topométrie d'un canal d'irrigation, au niveau et à la mire

On ne cherchera pas la géométrie au millimètre. En général, une quinzaine de points par section suffit à connaître la relation $S(h)$ à quelques % près. Les modèles numériques de terrain sont généralement basés sur des informations (points cotés IGN, courbes de niveau...) insuffisamment précises pour représenter correctement le lit d'écoulement (lit mineur notamment). Par contre, ils peuvent être utiles pour caractériser le lit majeur.

6.2.2 Profils en long

Les profils en long sont obtenus par positionnement des profils en travers dans un même repère absolu. Sur les cours d'eau suffisamment profonds, on peut réaliser un profil en long à l'aide d'échosondeurs. Ce profil en long n'apporte pas grand chose d'un point de vue hydraulique.

6.3 Mesure des flux solides et des solutés

6.3.1 Généralités

La mesure des solutés est généralement plus facile que la mesure du transport solide car les concentrations sont en principe homogène dans la section d'écoulement. Les normes actuelles préconisent un prélèvement par pompage à 50cm sous la surface libre, au centre de l'écoulement. Dès lors qu'une analyse fine des concentrations est demandée (notamment pour l'état sanitaire de l'eau) on prendra soin de prendre des bouteilles stérilisées.

La mesure des flux solides est plus complexes et les erreurs d'estimation peuvent être très élevées (jusqu'à un facteur 2), du fait :



FIGURE 6.11 – Système de pompage

- de l'aspect chaotique du transport solide
- des modifications des trajectoires des particules dès lors qu'on place un préleveur dans l'eau
- de la distribution non homogène des sédiments dans un section d'écoulement (stratification verticale par exemple)

Dans les études d'ingénierie, on utilise souvent, faute de mieux, les données de matières en suspension (MES) collectées dans le cadre de l'évaluation de la qualité de l'eau. Il faut être conscient de la limite de ces données (sans pour autant les rejeter) :

- ce sont généralement des données de surface, donc sous-estimant la charge solide (et notamment les sables). Le charriage n'est donc pas inclus, or il est parfois l'unique responsable de l'évolution morphologique des cours d'eau.
- on ne connaît pas la granulométrie des échantillons, or on sait que celle-ci est essentielle pour comprendre les processus de dépôt.
- si le protocole de pompage n'est pas gênant pour les particules très fines (argiles), il peut introduire un biais important sur les concentrations en sable
- la durée entre deux prélèvements successifs est généralement élevée : on est d'une part très sensible aux effets stochastiques, d'autre part on risque de rater des événements hydrologiques importants. En cours d'eau, ce sont généralement les crues qui représentent la majeure partie des flux solides annuels...

6.3.2 Mesure des flux en suspension

Mesures ponctuelles

Actuellement, on ne sait pas bien corréliser l'atténuation de signaux acoustiques aux charges en suspension. C'est une voie de recherche prometteuse car cela permettrait de prélever un nombre réduit d'échantillons, la collecte et l'analyse d'échantillons étant très coûteuse.

Pompage – La technique la plus fiable pour collecter des échantillons en suspension consiste à pomper des volumes d'eau importants, en différents points de la section (comme pour la vitesse). Vu le coût d'analyse et la durée de prélèvement, on se limite généralement à 5 verticales et 4 à 5 points par verticale. Il faut prendre soin de régler la pompe de façon à ce que la vitesse de pompage soit égale à la vitesse locale de l'eau pour éviter de perturber les lignes de courant.

Afin de minimiser les volumes d'eau, on peut pomper à travers un filtre et n'analyser que les sables ; pour les particules plus fines, on suppose que la distribution est homogène et un seul prélèvement sur la section suffit.

Pour estimer le débit solide Q_s , il faudra intégrer sur toute la section en prenant en compte le profil de vitesse. Nous avons alors

$$Q_s = \sum_j \int_{z=0}^h C(y_j, z) u(y_j, z) dz \cdot \delta y_j \quad (6.11)$$

δy_j étant le pas d'échantillonnage en travers de la section. Il est recommandé d'utiliser des distributions types pour les vitesses et concentrations, ce qui permet d'extrapoler les profils de vitesse et concentration au fond pour en déduire le débit total.

Prélèvement intégré – Le mode de prélèvement par pompage suppose un grand nombre d'échantillons (une vingtaine par section de mesure), ce qui en fait un moyen de mesure onéreux. Pour effectuer des observations plus fréquentes, des préleveurs intégrés ont été développés. Ils permettent la mesure du débit solide total dans une section en très peu de temps, de l'ordre de 30 minutes (installation et replis compris). Le modèle présenté en figure 6.12 est adapté aux cours d'eau peu profonds (<1,20m). Pour les profondeurs plus grandes, il existe des modèles suspendus à un câble et manipulés depuis un bateau.

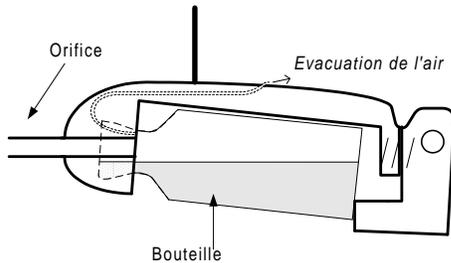


FIGURE 6.12 – Le préleveur intégré US-DH48



FIGURE 6.13 – Prélèvement dans un canal

Le préleveur comporte un orifice suffisamment long et fin pour minimiser les perturbations de l'écoulement. Un tuyau d'évacuation de l'air permet à la bouteille de se remplir proportionnellement à la vitesse du courant. Le volume de la bouteille est de 0,4 litre mais celle-ci ne doit pas être remplie. On collecte 10 à 20 bouteilles par section suivant la largeur mais elles ont rassemblées, conduisant à une seule analyse. Le prélèvement doit être fait en descendant le préleveur sur plusieurs verticales (de la surface vers le fond puis du fond vers la surface), et ce à la même vitesse pour toutes les verticales.

Mesures en continu

On peut être amené à mettre en place un protocole de mesure en continu pour observer des événements rapides : événements pluviaux brusques, petits bassins versants. On aura recours à un préleveur automatique prélevant des échantillons à pas de temps prédéterminé ou à un pas de temps asservi au niveau d'eau. L'inconvénient est qu'on a un prélèvement local.

Les sondes turbidimétriques permettent une mesure en continu de la turbidité. Cette turbidité est reliée à la charge solide par une relation linéaire du type

$$C(\text{mg/l}) = \lambda \text{ NTU} \quad (6.12)$$

avec λ de l'ordre de 0,5 à 1, NTU = «Nephelometric Turbidity Unit». C'est encore une mesure locale... mais le dispositif permet de très bien suivre l'évolution de la concentration en MES lors d'un événement ponctuel.

6.3.3 Charriage

Le charriage est difficile à mesurer, en particulier en milieu naturel. Déjà, la définition même du charriage n'est pas toujours très claire, et il est difficile de distinguer le charriage par saltation de la suspension. De plus, les préleveurs perturbent généralement les phénomènes et donc invalident la mesure. Ce sont généralement des pièges à sédiments, là encore il faut prélever des échantillons et les analyser en laboratoire.

On peut avoir une idée du transport par charriage en utilisant les formules usuelles (type Meyer-Peter).



FIGURE 6.14 – Prélèvement d'une carotte de sédiments fins

6.3.4 Prélèvements d'échantillons du lit

Des dispositifs de carottage sont tout à fait adaptés pour des sédiments fins (Photo 6.14). Pour des chenaux profonds, on utilisera des dispositifs suspendus se refermant lorsqu'ils atteignent le fond. Pour des lits à matériaux grossiers, le carottage sera plus difficile (sauf avec un système de congélation : carottage cryogénique) mais des dispositifs type «benne» seront tout à fait adaptés.

6.3.5 Analyse en laboratoire

Il s'agit d'une part d'estimer les quantités totales, d'autre part de connaître la distribution granulométrique des matériaux. Les méthodes sont soit basées sur la vitesse de chute des particules, soit sur des diamètres de tamisage, soit par diffractométrie laser.

Les méthodes par tamisage sont limitées aux diamètres supérieurs à quelques dizaines de microns.

Bibliographie

- [1] AFNOR. *Hydrométrie, chenaux et réservoirs*. 1994.
- [2] V. T. Chow. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, New York, 1959.
- [3] J. A. Cunge, F. M. Holly, and A. Verwey. *Practical aspects of computational river hydraulics*. Pitman Publishing Ltd, 1980.
- [4] Henderson F.M. *Open channel flow*. Mac Millan Publishing Co. Inc., 1989.
- [5] H. B. French. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, 1985.
- [6] W.H. Graf. and M.S. Altinakar. *Hydraulique Fluviale*, volume 1 et 2. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1993.
- [7] ILRI. *Discharge measurement structures*. M.G. Bos, third edition, 1989.
- [8] Bradley J. *Hydraulics of bridge waterways*. US Department of transportation / Federal Highway Administration, 1978.
- [9] A. Lencastre. *Manuel d'Hydraulique Générale*. Eyrolles, 1986.
- [10] Audinet M. *Hydrométrie appliquée aux cours d'eau*. Collection EDF-DER No 91. Eyrolles, 1995.
- [11] D. Wilkens. Measuring sediment transport in sand-bed rivers. Technical report, Delft Hydraulics, The Netherlands, 1995.
- [12] M. S. Yalin. *Mechanics of sediment transport*. Pergamon Press, 2nd edition, 1977.
- [13] M. S. Yalin. *River Mechanics*. Pergamon Press, 1992.

On a volontairement limité la bibliographie pour ne retenir que quelques ouvrages de références. Pour les cours d'hydraulique, les ouvrages de French [5], Henderson [4] et Ven Te Chow [2] sont les plus connus et font référence pour les pays anglo-saxons. Si on doit en consulter un seul, on prendra le cours de French qui est le plus récent. En français le cours de Graf et Altinakar [6] permet de bien approfondir les connaissances en hydraulique et aborder le transport solide. Le livre de Lencastre [9] est une référence intéressante en particulier pour connaître les coefficients utilisables pour les différents ouvrages ; les ouvrages publiés par Degrémont sont également très utiles pour les écoulements en charge. Le livre de Cunge, Holly et Verwey [3] développe la modélisation pour l'utilisateur et le concepteur de logiciel. C'est la référence à consulter pour ceux qui veulent approfondir les notions introduites dans ce document. Pour revenir aux fondamentaux de la mécanique des fluides, il existe un grand nombre d'ouvrages plus ou moins abordables... Les livres de Yalin [12, 13] sur le transport solide sont très connus ; ils présentent les principaux phénomènes physiques mais abordent peu les problèmes de gestion des sédiments. Pour la mesure des débits liquides en cours d'eau, nous renvoyons à la référence [10] ou aux recueils de normes de l'AFNOR [1]. Pour la mesure du transport solide, un ouvrage très complet a été compilé par Wilkens [11].

Annexe A

Notations

Principales Variables

B	largeur au miroir [m]	a
C_c	coefficient de contraction [-]	c
C	concentration [kg/m^3] (massique) ou [m^3/m^3] (volumique)	C_d
D_e	débitance [m^3/s]	D
E	module d'élasticité d'un matériau [N/m^2]	f
$Fr = \sqrt{\frac{Q^2 B}{g S^3}}$	nombre de Froude [-]	g
h	hauteur d'eau [m]	H
H_s	charge spécifique dans une section [m]	J
k	coefficient de frottement [kg/m^3]	k_d
k_s	hauteur des aspérités du fond [m]	K
K_D	coefficient de diffusion [m^2/s]	L
a_1	coefficient de la formule de Lechapt et Calmon (cf. équation 2.8) [?]	a_2
a_3	coefficient de la formule de Lechapt et Calmon (cf. équation 2.8) [?]	p
P	pression [Pa]	Pe
\mathcal{P}	puissance (hydraulique ou mécanique) [W]	q
Q	débit total dans un canal ou une conduite [m^3/s]	R_h
$Re = \frac{U L}{\nu}$	nombre de Reynolds [-]	S
t	temps [s]	t_v
T	température [Celsius]	U
u^*	vitesse de frottement [m/s]	V
w	vitesse de chute d'une particule [m/s]	W
x	abscisse le long du canal ($x = 0$ en tête du canal) [m]	y
z	abscisse verticale [m]	Z
z_w	cote de l'eau [m]	α
β	coefficient de Bernoulli [-]	ϵ
ζ	module d'élasticité d'un liquide [N/m^2]	η
μ et μ'	coefficients de débit d'un seuil [-]	ν
ξ	coefficient de perte de charge singulière [-]	ρ
ρ_s	masse volumique de particules solides [kg/m^3]	τ_0
$\tau^* = \frac{\rho R J}{(\rho_s - \rho) d}$	contrainte adimensionnelle de Shields	

Autres symboles

av	valeur à l'aval d'un ouvrage	am
		cr

Δ variation (ex : perte de charge ΔH)

Annexe B

Tables de valeurs

Propriétés élémentaires de l'eau

°C	P_{sat} (Pa)	ρ kg/m ³	ν 10 ⁻⁶ m ² /s
0	611	999,82	1,79
5	872	1000	1,52
10	1227	999,77	1,31
15	1704	999,19	1,14
20	2337	998,29	1,00
25	3166	997,13	0,89
30	4242	995,71	0,80
35	5622	994,08	0,72
40	7375	992,25	0,66
45	9582	990,22	0,60
50	12335	988,02	0,55
55	15740	985,65	0,51
60	19919	983,13	0,47
65	25008	980,45	0,44
70	31161	977,63	0,41
75	38548	974,68	0,39
80	47359	971,6	0,37
85	57803	968,39	0,35
90	70108	965,06	0,33
95	84525	961,62	0,31
100	101325	958,05	0,29

Formules d'interpolation

Masse volumique :

$$\rho = -1,40 \cdot 10^{-7} T^4 + 4,45 \cdot 10^{-5} T^3 - 7,86 \cdot 10^{-3} T^2 + 6,21 \cdot 10^{-2} T + 999,86$$

Viscosité de l'eau :

$$\nu = 3,25 \cdot 10^{-14} T^4 - 9,05 \cdot 10^{-12} T^3 + 9,84 \cdot 10^{-10} T^2 - 5,51 \cdot 10^{-8} T + 1,78 \cdot 10^{-6}$$

Pression de vapeur saturante :

$$P_s = 9,68 \cdot 10^{-4} T^4 - 0,0342 T^3 + 3,6384 T^2 + 15,67 T + 674$$

avec T en degrés celcius, variant de 0 à 100.

Conversions

1 foot = 0.3048 mètre

3.28 foot = 1 mètre

1 ft³/s (cfs) = 0.028 m³/s

35.31 ft³/s = 1 m³/s

14.5 psi = 1 bar = 10⁵ Pa

1.00 acre = 0.4 ha

1 mile = 1.613 km

0.62 mile = 1 km

1.00 pound = 0.455 kg

2.20 pounds = 1 kg

1.00 US Gallon = 3.785 litre

0.26 US Gallon = 1 litre

Annexe C

Valeurs de coefficients de Strickler

Valeurs usuelles indicatives. Sources : notice d'utilisation du logiciel Canal9 (CEMAGREF), Abaques de calculs d'hydraulique à surface libre -tome I : texte - tome II : abaques CTGREF (1971)

Type de surface	Coefficient de Strickler K ($m^1/3/s$)
Canaux artificiels, galeries ou conduites a surface libre	
Surfaces très lisses et sans saillies, tracé suffisamment droit ; Ex : verre neuf et net, pyroline-cuivre	100 à 110
Surfaces très lisses, sans saillies ; tracé suffisamment droit - bois net raboté - métal soudé non peint - ciment mortier ou béton bien lissé, bien soigné et sans débris - surfaces très lisses avec courbures moyennes	80-90
Surfaces avec légères aspérités - acier riveté ou peint - fer forgé ou coulé - bois non raboté - ciment et mortier - finition à la truelle - béton coffré avec de l'acier ou du bois lisse sans débris et pas de courbures - canaux en béton très lisse avec joints - tuyau de drainage ordinaire - égout vitrifié sans saillie - brique vernissée, grès - asphalte lisse - moellons dressés avec joints cimentés - surfaces lisses ou très lisses avec fortes courbures	70-80
Surfaces avec aspérités moyennes - métal incrusté - métal riveté avec rivets grossiers - canaux en métal avec larges saillies vers l'intérieur - bois très grossier (madriers) - béton avec bord lisse et fond rugueux - petit canal en béton, assez droit et régulier dont la surface est recouverte d'un léger dépôt - bois ou béton avec développement d'algues et de mousses - égouts avec regards - drains enterrés avec joint ouvert - terre particulièrement régulière	≈ 65

Type de surface	Coefficient de Strickler K ($m^1/3/s$)
- canaux avec plafond en sable fin (surfaces non ridées) - surfaces lisses avec courbes excessives	
surfaces rugueuses - métal très incrusté - béton coulé non lissé - béton coulé aux coffrages en bois rugueux - béton très rugueux ou vieux - maçonnerie vieille ou mal soignée - canaux en maçonneries moyenne avec joints nombreux ou nombreuses courbes - bois ou béton avec développement dense d'algues ou de mousse - canaux en terre très régulière, état neuf, bon alignement - sable moyen - pierres dressées, joints cimentés	55-60
Surfaces très rugueuses - canaux en métal avec très fortes saillies vers l'intérieur ou fortes courbures, ou développement de végétation importante ou débris accumulés - canaux en béton avec maçonnerie en très mauvais état ou très grossière - canaux très larges en gravier fin plus sable ou en terre régulière meuble, sans développement de végétation - radiers pavés - moëllons bruts assemblés au ciment Surfaces à rugosité très importante - lit en gravier fin - canaux avec dépôts ou végétation - canaux en terre moyenne, dimensions modérées - moëllons bruts grossièrement assemblés au ciment	≈ 50 ≈ 45
Surfaces assez grossières - aqueducs métalliques à section semi-circulaire en tôle plissée - terre en mauvais état - graviers moyens - canaux en terre, petites dimensions - canaux en terre, plus larges avec développement de végétation ou gros galets ou pierres dispersées - fossés en bon état - canaux en terre sinueux, sans végétation - blocage cimenté - béton sur roche régulièrement excavée	≈ 40
Surfaces grossières - excavation rocheuse très régulière - gros gravier - pierre sèche - canaux en terre, dragués, sans végétation ou enherbés - chenaux d'évacuation de crue, larges et entretenus - béton sur roche irrégulièrement excavée - canaux et fossés avec nombreuses pierres lisses - canaux et fossés avec pierres rugueuses au fond et végétation sur les bords	35
Surfaces très grossières - excavations rocheuses uniformes - canaux avec développement considérable de végétation - chenaux d'évacuation de crues, larges mais peu entretenus - blocage sec	30

Type de surface	Coefficient de Strickler K ($m^1/3/s$)
- canaux en terre sinueux avec mauvaises herbes plus ou moins denses ou plantes aquatiques - canaux en terre sinueux avec fond en terre et berges en blocage au fond pierreux et berges recouvertes de mauvaises herbes	
Surfaces excessivement grossières - excavation rocheuses irrégulières - canaux en terre en très mauvais état, très sinueux avec pierres rugueuses et végétation importante - lits majeurs d'évacuation de crue dégagés, mais entretenus de façon discontinue	25
Canaux avec végétation dense - canaux non entretenus, mauvaises herbes et broussailles coupées - canaux avec mauvaises herbes denses aussi hautes que la hauteur de l'écoulement - fond net, broussailles sur les berges - broussailles très denses, niveau d'eau élevé	20 12 15-20 10
Cours d'eau naturels	
Petits cours d'eau (largeur maximale inférieure à 30 m) a) cours d'eau de plaine - net, droit, niveau d'eau élevé, peu de variations de la section mouillée - idem, mais pierres et mauvaises herbes plus nombreuses - net, sinueux avec seuils et mouilles - idem, mais avec pierres et mauvaises herbes - idem, mais niveau bas - cours paresseux, mauvaises herbes, trous d'eau profonds - nombreuses mauvaises herbes et nombreux trous d'eau - pente et fond irréguliers, nombreuses souches, arbres et buissons, arbres tombés dans la rivière	30-40 30 25 20 20 15 10 5 à 7
b) cours d'eau de montagne Pas de végétation dans le lit, rives escarpées, arbres et broussailles pour les niveaux élevés - fond en gravier et cailloux, peu de gros galets - fond avec gros graviers	25 20
Plaines d'inondation - pâturages sous broussailles - zones cultivées, absence de récoltes - zones cultivées, récoltes sur pied - broussailles dispersées et mauvaises herbes ou broussailles et quelques arbres en hiver - quelques arbres et broussailles en été ; broussaille moyenne ou dense en hiver - broussaille moyenne ou dense en été - souches d'arbres sans rejet - souches d'arbres avec rejets durs - forêt de hautes futaies ; peu de broussailles - idem, avec niveau d'eau atteignant les branches - souches denses	30 à 35 35 25 à 30 20 15 10 25 16 10 8 7
Grands cours d'eau (largeur maximale supérieure à 30 mètres) La valeur de K est supérieure à celle des petits cours d'eau d'allure analogue, car les rives offrent moins de résistance efficace. - section régulière sans broussailles	25 à 40

<i>Type de surface</i>	<i>Coefficient de Strickler K ($m^1/3/s$)</i>
- section irrégulière et rugueuse	10 à 25

Annexe D

Formulaire

Unités

Unités internationales

- ▷ Masse (m) : kg (*weight*)
 - ▷ Masse volumique (ρ) : kg/m³ (*density*)
 - ▷ Vitesse ($u, v, U, V \dots$) : m/s (*velocity*)
 - ▷ Débit (Q) : m³/s (*discharge or flow rate*)
 - ▷ Section mouillée (S) : m² (*wetted area*)
 - ▷ Vitesse moyenne $U = Q/S$: m/s (*mean velocity*)
 - ▷ Charge (H) : m (*head*)
 - ▷ Pression (p) : Pa – 1 Pa = 1 N/m² (*pressure*)
 - ▷ Puissance (\mathcal{P}) : 1 W = 1 J/s (*power*)
 - ▷ Viscosité cinématique (ν) : m²/s (*kinematic viscosity*)

Autres unités courantes

- ▷ Débit : 1 m³/s = 1000 l/s
 - ▷ Pression : 1 bar = 10⁵ Pa
 - ▷ Energie : 1 kWh = 1 kW dépensé pendant 1 heure = 3,6.10⁶ J

Variables sans unité :

- ▷ Pentes ($I, I_f \dots$) (*slope*)
 - ▷ Gradient hydraulique : $J = -\frac{dH}{dx}$ (*energy slope or hydraulic gradient*)
 - ▷ Coefficient de perte de charge linéaire ou coefficient de friction (λ) (*friction coefficient*)

Quelques grandeurs

- ▷ Masse volumique de l'eau (4°C) : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
 - ▷ Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (*gravitational acceleration*)
 - ▷ Viscosité cinématique de l'eau (15°C) : $\nu \simeq 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
 - ▷ Pression atmosphérique : $p_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} = 101300 \text{ Pa}$

Principales relations

▷ Nombre de Reynolds : $Re = \frac{UL}{\nu}$ (L grandeur caractéristique de la section d'écoulement (diamètre D pour une conduite en charge, diamètre hydraulique $=4R_h$ pour un écoulement à surface libre), U vitesse caractéristique. Caractérise le caractère laminaire (forces de viscosité importantes) ou turbulent (forces de viscosité négligeables devant les forces d'inertie) de l'écoulement.

▷ Relation fondamentale de l'hydrostatique : $p = \rho gh$

▷ Force de pression sur une surface S : $|F_p| = p \times S$

▷ Conservation de la matière (écoulement 1 dimension, régime permanent) : $Q = S \times U = Cste$

▷ Charge en un point : $H = p/(\rho g) + z + \frac{u^2}{2g}$

▷ Relation de Bernoulli : H constante le long d'une ligne de courant (régime permanent). Valable pour un fluide parfait ou lorsqu'on néglige les pertes de charge.

▷ Charge sur une section d'écoulement : $H = z + p/(\rho g) + \alpha \frac{U^2}{2g}$, α de l'ordre de 1 en écoulement turbulent, 2 en laminaire

Écoulements à surface libre

▷ Rayon hydraulique : $R_h = S/P_m$, P_m périmètre mouillé

▷ Nombre de Froude : $Fr = \sqrt{\frac{Q^2 B}{g S^3}}$. Caractérise la nature fluviale ($Fr < 1$, influence possible de l'aval sur l'amont) ou la nature torrentielle ($Fr > 1$, forte énergie cinétique, pas d'influence de l'aval sur l'amont) de l'écoulement. C'est aussi $Fr = U/c$ où c est la célérité des ondes de surface.

▷ Formule de Manning-Strickler : $Q = K.R_h^{2/3} S \sqrt{J}$ ou $J = \frac{U^2}{K^2 R_h^{4/3}}$, K coefficient de Strickler

▷ Loi de débit d'un déversoir dénoyé : $Q = \mu L_{dev} \sqrt{2g} (z_{am} - z_d)^{3/2}$, μ coefficient de débit (de l'ordre de 0,4).

▷ Loi de débit d'un orifice rectangulaire dénoyé : $Q = C_v L W \sqrt{2g} \sqrt{h_{am} - 0,5W}$, W ouverture verticale de l'orifice rectangulaire, C_v coefficient de débit (0,5 à 0,9).

Écoulements en charge

▷ Formule de Darcy-Weisbach (pertes de charge linéaire) : $J = \frac{\lambda}{D} \frac{U^2}{2g}$

▷ Formule de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71.D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right)$ avec λ de l'ordre de 0,01 à 0,05

▷ Perte de charge singulière : $\Delta H = \xi \cdot U^2 / (2g)$

Pompage

▷ Puissance hydraulique utile : $\mathcal{P}_u = \rho g Q H = p \times Q$

▷ Rendement = $\mathcal{P}_u /$ puissance absorbée

▷ HMT (hauteur manométrique totale) = hauteur fournie par la pompe (hauteur de refoulement – hauteur d'aspiration), fonction du débit de pompage

Annexe E

Problèmes

La Vigarde, fleuve côtier méditerranéen, draine un bassin versant de 1500 km² après un parcours de 140 km (figure E.1). La crue décennale atteint 1000m³/s à l'aval, impliquant des évolutions morphologiques importantes dans la plaine aval. Sur le bassin amont, l'érosion superficielle des sols est significative lors des événements pluvieux importants (des intensités de pluie de 100mm/h sont observées en moyenne une année sur deux) ce qui amène à imaginer des stratégies de conservation des terres agricoles. Le barrage du Stoc, à vocation agricole, énergétique et alimentation en eau potable, est ainsi confronté à la sédimentation et sa capacité de stockage a diminué de 10% depuis 15 ans.

D'autre part, les sédiments transportés posent le problème de colmatage des frayères et de dépôts dans les systèmes d'irrigation traditionnels qui sont alimentés par la Vigarde.

Les crues de la Vigarde ont été endiguées à l'aval pour la protection de la ville de Laville-sur-Vigarde. Sur le piémont, d'autres communes plus petites doivent faire face aux débordements lors des crues automnales.

Les étiages posent quant à eux des problèmes de qualité avec une dilution insuffisante de la pollution organique des rejets de stations d'épuration. Un autre problème pour le captage d'eau potable de Laville est la menace de pollution accidentelle dans la Vigarde .

On distingue donc à l'échelle de ce bassin versant plusieurs problèmes de nature hydraulique : la prévision des niveaux atteints lors des crues pour définir les zones inondables et protéger éventuellement des zones menacées par des ouvrages ou des zones de stockage des crues, la prévision des temps de transfert des crues pour l'annonce de crue au niveau de Laville, la prévision des temps de transfert de pollution

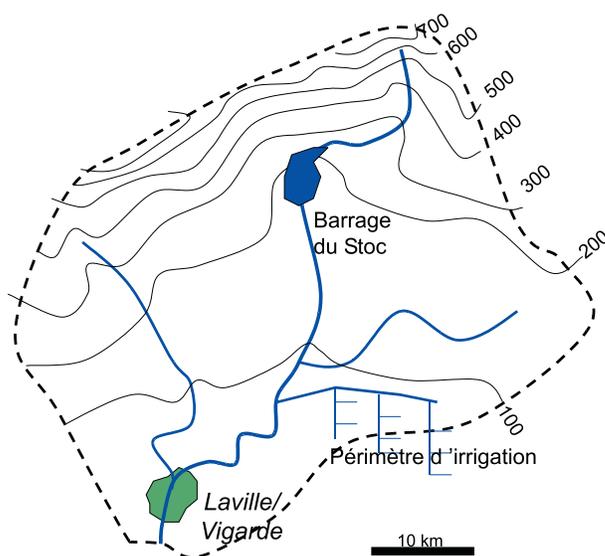


FIGURE E.1 – Le bassin versant de la Vigarde : les courbes cotées correspondent aux courbes de niveau.



FIGURE E.2 – Barrage poids, les contreforts à l'amont assurant la stabilité de l'ouvrage

(arrêt du captage d'eau potable), l'étude du transport, du dépôt et de l'érosion des sédiments dans le cours d'eau, le réservoir et le réseau d'irrigation, le dimensionnement et la gestion des réseaux sous pression (eau potable) et à surface libre (irrigation, assainissement).

E.1 Application des principes généraux

Dans le bassin de la Vigarde, l'eau coule des points hauts vers les points bas : on peut «pompeusement» exprimer ce processus par le principe de conservation de l'énergie : dans son écoulement, l'eau ne peut que perdre de l'énergie, en l'occurrence une goutte d'eau dans un ruisseau à l'amont a principalement perdu de l'énergie potentielle (énergie due à la gravitation) lorsqu'elle arrive à la mer.

Ce même principe permet d'expliquer la distribution des pressions dans le barrage du Stoc (figure E.2) : a priori, toutes les gouttes d'eau du barrage ont la même énergie, simplement certaines gouttes sont en surface et ont principalement de l'énergie potentielle, d'autres sont en profondeur et ont de l'énergie de pression. On pourra à partir de là exprimer la force exercée sur le barrage de façon à le dimensionner correctement, estimer l'énergie qu'on pourra récupérer pour produire de l'électricité ou encore estimer la pression disponible dans les réseaux sous pression alimentés depuis le barrage.

Dans notre exemple de la Vigarde, tous les écoulements étudiés seront turbulents, que ce soient les écoulements dans le fleuve et ses affluents, les réseaux d'eau potable, d'irrigation et d'assainissement. Eventuellement, certains écoulements en charge pourront être laminaires à très faible débit, mais ces plages de fonctionnement ne seront pas pertinentes à étudier car non pénalisantes pour la conception.

Ces principes généraux sont à la base de tous les écoulements que nous avons à étudier sur le bassin de la Vigarde. S'ils s'utilisent directement pour l'étude hydrostatique du barrage du Stoc, d'autres éléments seront nécessaires pour la conception du réseau d'eau potable, du réseau d'irrigation ou pour conduire le diagnostic et proposer des solutions aux problèmes des crues et des transferts de pollutions...

E.2 Réseau en charge

E.2.1 Exemple de calcul n°1 : mise en place d'une adduction d'eau potable

Evaluation des besoins

La ville compte environ 6 000 habitants et quelques petites industries. La consommation par habitant est d'environ 120 l/j et les industries, qui ont fait de gros efforts pour recycler leurs eaux de process, demandent environ 460 m³/j. On estime que la population croît de 2 %/an et on souhaite réserver 400 m³/j pour

l'alimentation de la future Z.A.C. L'investissement est réalisé pour 30 ans. La population à cette échéance sera de 11 000 habitants, et les besoins peuvent être évalués à :

- population : $1\,300\text{ m}^3/j$, soit 15 l/s
- industries : $860\text{ m}^3/j$, soit 10 l/s .

Le rendement global du réseau géré par la régie municipale est assez élevé. Sur les trois dernières années, il a été estimé à 85 %. Le débit continu à mobiliser est donc de $\frac{25}{0,85} = 29,5$ arrondis à 30 l/s .

Ressource

En remplacement d'une adduction à partir de la rivière, on décide d'utiliser le ru de Belle Eau qui sourd à l'est du bassin versant à une altitude de 156 m. Cette source est en effet fiable en débit - de mémoire d'homme, elle ne tarit pas - et des mesures à l'étiage ont révélé un débit minimum de 35 l/s . Sa très bonne qualité, tant chimique que bactériologique, permettra de limiter le traitement à une désinfection.

Avant-projet

Le site de la source ne pouvant être équipé d'un réservoir suffisant, il est décidé de construire le réservoir où sera mise en place la désinfection à environ 1 km. Un petit réservoir de mise en charge est prévu à l'altitude 150 m N.G.F.

L'ingénieur Bill Jaileau estime qu'une conduite de diamètre $D = 150\text{ mm}$, suffira pour alimenter le deuxième réservoir situé à l'altitude 120 m N.G.F., de profondeur 5 m. La longueur de la conduite est $l = 1000\text{ m}$ et elle comprend 5 coudes et débouche perpendiculairement au fond du réservoir. On donne : $\epsilon = 0,05\text{ mm}$.

REMARQUE : Dans les métiers de l'ingénieur, on désigne très fréquemment le diamètre des conduites par l'expression *phi*, notée ϕ . On parle de "phi 150", par exemple.

Calcul du "débit capable" de la conduite

Calcul de la caractéristique de la conduite :

Pertes de charge singulières :

- Coef. de perte charge en entrée de conduite : $\xi_1 = 0,5$
- Coef. de perte de charge dans les coudes : $\xi_2 = 5 \times 0,3 = 1,5$
- Coef. de perte de charge en entrée de réservoir : $\xi_3 = 1$
- Coef. de perte de charge singulière totale : $\xi = \sum_{i=1}^3 \xi_i = 3$

Perte de charge linéaire : deux méthodes sont utilisées ici.

Résolution à l'aide de l'abaque de Moody

- $\frac{\epsilon}{D} = 3,33 \cdot 10^{-4}$
- On fait l'hypothèse : $Re > 10^5$
- Le diagramme de Moody donne : $\lambda \approx 0,017$
- Coef. de perte de charge linéaire : $\frac{\lambda l}{D} = \frac{0,017 \cdot 1000}{0,15} = 113,3$

La perte de charge totale est : $\Delta H = (3 + 113,3) \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$

En remplaçant U par Q/S , on obtient : $\Delta H = 18626 \cdot Q^2$

Résolution numérique : $\Delta H_{possible} = 25m$ (situation la plus défavorable)

D'où : $Q = \sqrt{\frac{25}{18626}} = 0,0366m^3/s = 36,6l/s$

On vérifie l'hypothèse : $Re = \frac{Q \cdot D}{S \cdot \nu} \approx 3 \cdot 10^5$. En toute rigueur, cette méthode nécessiterait d'effectuer des itérations permettant de préciser pas à pas λ , U et Re .

Calcul avec les formules de Lechapt et Calmon

Perte de charge linéaire (en m) :

$$\Delta H = l \cdot a_1 \cdot Q^{a_2} \cdot D^{-a_3}$$

avec :

$$l = 1000m; a_1 = 1,049 \cdot 10^{-3}; a_2 = 1,86; a_3 = 4,93$$

La perte de charge totale peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta H = \frac{3 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot S^2} + 1,049 \cdot \frac{Q^{1,86}}{D^{4,93}}$$

La résolution avec un tableur donne : $Q = 35,6 l/s$. [On peut féliciter l'ingénieur Jaileau, NDLR]
La différence provient, entre autres, de l'imprécision de la lecture de l'abaque de Moody.

Résolution graphique

A partir des formules de Lechapt et Calmon ou de Manning-Strickler qui donnent la caractéristique du réseau, la résolution peut s'effectuer graphiquement.

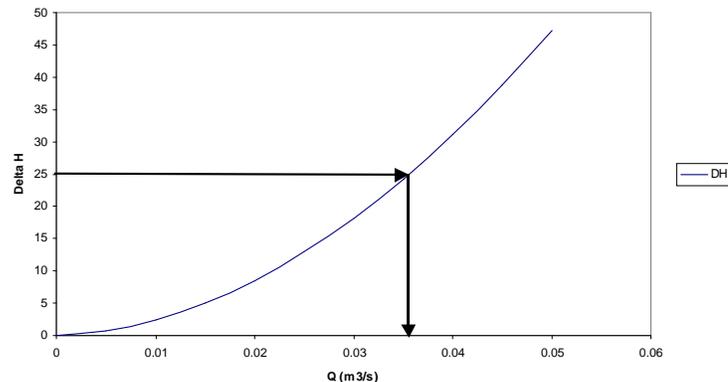


FIGURE E.3 – Détermination graphique d'un débit à partir de la courbe caractéristique d'un réseau



FIGURE E.4 – Pose d'une conduite d'eau potable (Photo Le Bars - Cemagref)

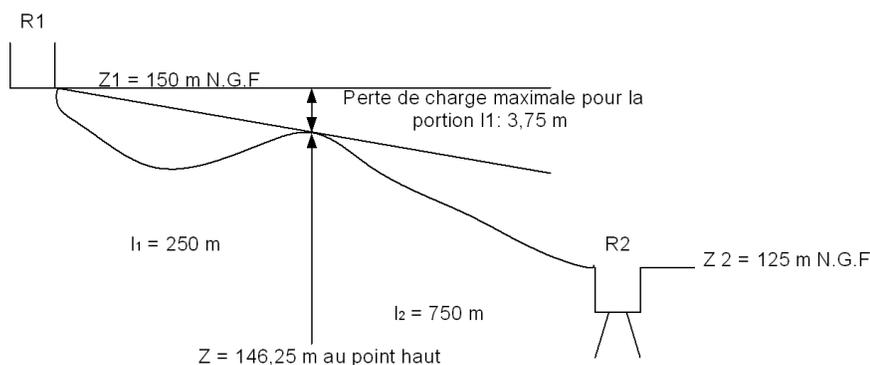
E.2.2 Exemple de calcul n°2

Le problème de l'adduction de la ville est presque résolu. Pour passer de l'avant-projet au projet, l'ingénieur Jaileau a demandé au géomètre Mercator de dresser un profil en long du futur tracé de la conduite. Il s'avère que celui-ci est irrégulier et qu'il présente un point haut. On sait que pour éviter les problèmes de désamorçage ou de contamination, la ligne piézométrique ne doit pas descendre en dessous du point le plus haut de la conduite. Le problème est alors de déterminer le diamètre minimal de la conduite.

REMARQUE : Si la ligne piézométrique passe en dessous du niveau de la conduite, cela signifie que la pression devient inférieure à la pression atmosphérique, *i.e.* que la pression relative est négative. Si la conduite n'est pas parfaitement étanche - ce qui est très souvent le cas - l'air ou l'eau pourront y pénétrer.

Dans un premier temps, on néglige les pertes de charge singulières. Pour le débit de 30 l/s et une conduite de 150 mm, le terme $U^2/2g$ vaut : $\frac{U^2}{2g} = 0,14m$, que l'on négligera en première approximation. Dans ce cas, on peut confondre la ligne de charge et la ligne piézométrique.

Le point haut impose une perte de charge maximale de 3,75 m sur la portion 1, de longueur $l_1 = 250m$, soit une perte de charge linéique maximale de : $J_{max} = \frac{3,75}{250} = 0,015m/m = 15mm/m$

FIGURE E.5 – Tracé de la ligne piézométrique (\approx ligne de charge) sur un profil en long

On lit directement dans la table de Lechapt et Calmon les pertes de charge linéiques (ou pertes de charge linéaires unitaires) pour différents diamètres :

- $D = 150\text{mm} \rightarrow J = 17,787\text{mm/m}$
- $D = 175\text{mm} \rightarrow J = 8,318\text{mm/m}$

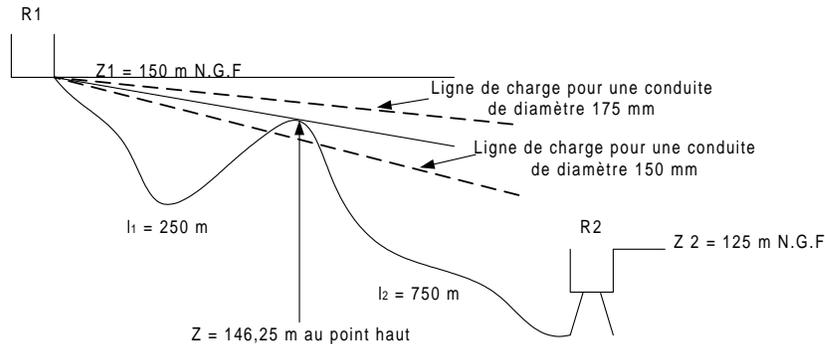


FIGURE E.6 – Détermination graphique du diamètre minimal d'une conduite, à l'aide de tables de perte de charge

Un conduite de diamètre 175 mm est donc nécessaire.

Dans ce cas, le terme $U^2/2g$ vaut : $\frac{U^2}{2g} = 0,077\text{m}$.

On intègre ensuite les pertes de charge singulières (entrée de la conduite + 2 coudes) :

$$\Delta H = l_1 \cdot J + \frac{1,1 \cdot U^2}{2 \cdot g}$$

A.N. :

$$\Delta H = 250 \cdot 8,318 \cdot 10^{-3} + \frac{1,1 \cdot 0,077^2}{20} = 2,08\text{m}$$

La cote piézométrique au point haut est alors :

$$Z_p = Z_1 - \Delta H - \frac{U^2}{2g} = 150 - 2,08 - 0,077 = 147,84\text{m N.G.F.} > Z_{\text{pointhaut}}$$

On vérifie donc *a posteriori* que ce diamètre est suffisant.

On peut de la même manière calculer le diamètre minimal nécessaire sur la deuxième partie de la conduite.

Parte de charge unitaire possible : $\Delta H = Z_p - Z_2 = 147,84 - 125 = 22,84\text{m}$ soit un gradient moyen de : $J_{\text{max}} = \frac{22,84}{750} = 30,45\text{mm/m} \gg J_{150} = 17,787\text{mm/m}$. On voit qu'une conduite de diamètre 150mm est suffisante sur cette portion (en toute rigueur, il est nécessaire d'ajouter les pertes de charge singulières.)

Le débit pourra être limité par un organe de type stabilisateur amont, limiteur de débit ou limiteur de vitesse. Si ce n'est pas le cas, un débit supérieur fera chuter la ligne piézométrique en dessous de l'altitude du point haut. La pression devenant inférieure à la pression atmosphérique, des entrées d'air ou d'eau dans la conduite pourront alors provoquer de graves dysfonctionnements (coups de bélier) ou une contamination de l'eau.

Remarque : Cette méthode présente l'avantage de pouvoir être appliquée directement sur le profil en long de la conduite pour le calcul du diamètre nécessaire.

E.3 Exemples de calculs usuels pour les réseaux

E.3.1 Longueur équivalente

Dans l'exemple précédent, le fait d'avoir deux conduites de diamètres différents rend plus complexes les calculs ultérieurs. Il peut alors être utile de calculer la *longueur équivalente* l_0 en diamètre D_0 d'une conduite réelle de longueur l et de diamètre D . La conduite fictive et la conduite réelle généreront la même perte de charge. Le calcul n'est possible que si les conduites ont la même rugosité.

En utilisant la formulation de Lechapt et Calmon : $\Delta H = l \cdot a_1 \cdot \frac{Q^{a_2}}{D^{a_3}}$.

$$J.l = J_0.l_0 \Leftrightarrow a_1 \cdot \frac{Q^{a_2}}{D^{a_3}} \cdot l = a_1 \cdot \frac{Q^{a_2}}{D_0^{a_3}} \cdot l_0.$$

$$\text{D'où : } l_0 = l \cdot \left(\frac{D_0}{D}\right)^{a_3}$$

A.N. : avec les données de l'exemple, calcul de la longueur équivalente en diamètre :

$$D_0 = 150\text{mm}; l_1 = 250\text{m}; D = 175\text{mm}; l_0 = 250 \cdot \left(\frac{150}{175}\right)^{4,93} = 116,92\text{m}$$

La longueur équivalente de toute la conduite est donc : $l_e = 116,92 + 250 = 366,92\text{m}$

REMARQUE la notion de longueur équivalente est très utile pour des calculs de conduits en série ou en parallèle. Si les rugosités sont différentes, elle n'est pas applicable. Une résolution numérique ou graphique est alors nécessaire.

E.3.2 Calcul de maille

Le problème est de calculer les débits dans une maille, ainsi que la longueur équivalente de la maille l .

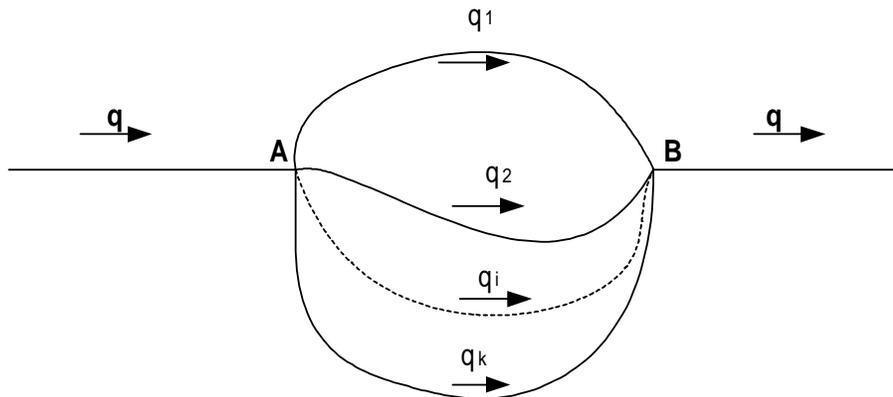


FIGURE E.7 – Débits dans une maille

On remplace tout d'abord chaque tronçon AB par sa longueur équivalente l_i en diamètre D_0 .

Egalité des charges : les valeurs de la charge aux points A et B sont uniques, d'où :

$$\Delta H = l_i \cdot a_1 \cdot \frac{q_i^{a_2}}{D_0^{a_3}}, \text{ d'où : } l_i \cdot q_i^{a_2} = l_j \cdot q_j^{a_2} = X, \forall i, j$$

$$\text{On pose : } Y \text{ tel que } q_i = \left(\frac{X}{l_i}\right)^{\frac{1}{a_2}} = \frac{Y}{l_i^{\frac{1}{a_2}}}$$

Conservation de la masse : $q = \sum q_i = \left(\frac{X}{l}\right)^{\frac{1}{a_2}} = \frac{Y}{l^{\frac{1}{a_2}}}$, si l est la longueur équivalente de l'ensemble de la maille.

Il vient : $\sum \frac{Y}{l_i^{a_2}} = \frac{Y}{l^{a_2}}$ d'où : $\sum \frac{1}{l_i^{a_2}} = \frac{1}{l^{a_2}}$

$$\text{D'où : } l = \left(\frac{1}{\sum \left(\frac{1}{l_i} \right)^{\frac{1}{a_2}}} \right)^{a_2} \text{ et : } q_i = q \cdot \left(\frac{l}{l_i} \right)^{\frac{1}{a_2}}$$

REMARQUE On voit que pour $a_2 = 2$ (utilisation de la formule de Manning-Strickler ou pour une forte rugosité), l'expression devient :

$$l = \left(\frac{1}{\sum \left(\frac{1}{\sqrt{l_i}} \right)} \right)^2 \text{ et : } q_i = q \cdot \sqrt{\frac{l}{l_i}}$$

Cas particulier : la longueur équivalente de deux conduites en parallèle de même longueur l et de même diamètre est, pour $a_2 = 2$: $l_e = \frac{l}{4}$. Cela signifie que le doublement d'une conduite permet de diviser la perte de charge par 4.

E.3.3 Calcul de maille : conduites de diamètres différents

L'alimentation en eau potable d'un hameau, dans lequel des lotissements vont être construits (au point D - cf. figure E.8), rive de poser des problèmes de pression aux heures de pointe. Un renforcement par maillage du réseau doit permettre de remédier à la situation (cf. figure E.9). Le point C est choisi pour des raisons techniques liées aux difficultés de creuser une tranchée entre C et D.

Les canalisations sont en fonte revêtue. Les coefficients de Lechapt et Calmon pour ce matériau sont : $a_1 = 1,4 \cdot 10^{-3}$, $a_2 = 1,96$ et $a_3 = 5,19$

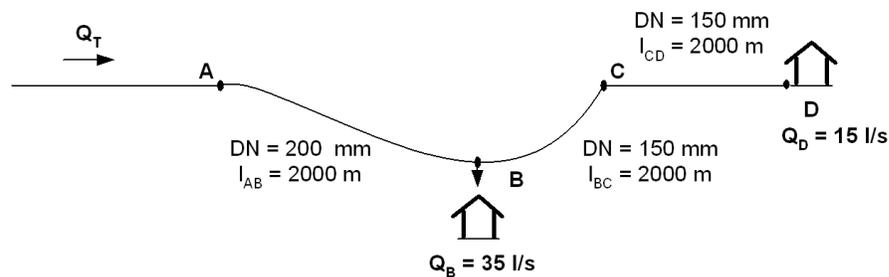


FIGURE E.8 – Situation initiale : réseau avant renforcement

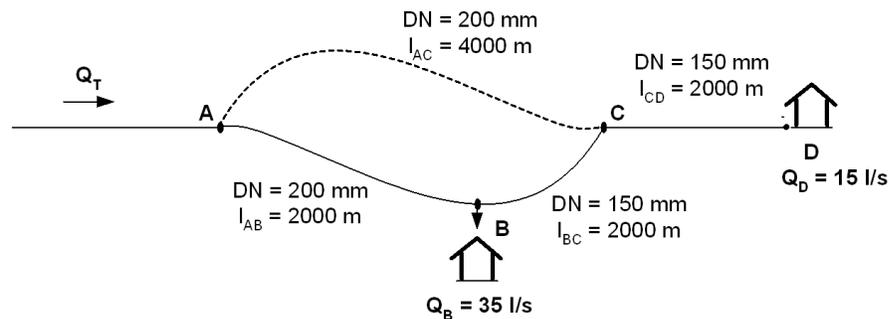


FIGURE E.9 – Situation future : réseau après renforcement

Questions

1. Situation actuelle : calculer les pertes de charge dans les différents tronçons
2. Situation future : en supposant nul le débit de prise en B, calculer les débits dans les deux branches ainsi que les pertes de charges
3. Décrire qualitativement le comportement du réseau si l'on fait augmenter progressivement le débit de prise en B
4. Calculer le débit de prise en B tel que le débit dans la branche BC s'annule
5. Calculer les débits et pertes de charges dans les différents tronçons pour les débits de pointe.



1) Calcul des pertes de charge en situation avant renforcement

Perte de charge dans AB :

$$\Delta H_{AB} = l_{AB} \cdot a_1 \cdot Q_{AB}^{a_2} \cdot D^{-a_3}$$

Avec : $D = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$; $Q_{AB} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$ et $l_{AB} = 2000 \text{ m}$

$$\text{A.N. : } \Delta H_{AB} = 33,5 \text{ m}$$

Perte de charge dans BD : $\Delta H_{BD} = l_{BD} \cdot a_1 \cdot Q_{BD}^{a_2} \cdot D^{-a_3}$

Avec : $D = 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m}$; $Q_{BD} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ et $l_{BD} = 4000 \text{ m}$

$$\text{A.N. : } \Delta H_{BD} = 28,1 \text{ m et } \Delta H_{AD} = 61,6 \text{ m}$$

2) Débit de prise nul en B

Les deux branches participent à l'alimentation vers le point C. Dans ce cas, on écrit l'égalité des pertes de charge dans les branches : $\Delta H_{AC} = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC}$

A l'aide d'un tableur, on trouve :

$$Q_{AB} = Q_{BC} = 0,0042 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } Q_{AC} = 0,0108 \text{ m}^3/\text{s}$$

3) Comportement du réseau

Si l'on fait augmenter progressivement le débit de prise en B, la charge au point B va diminuer, pour arriver à une valeur égale à celle en C. Le débit dans la branche BC va donc s'annuler.

Cette situation n'est possible que sous réserve :

- d'une charge suffisante en A,
- de caractéristiques telles que la perte de charge dans AB soit élevée par rapport à la perte de charge dans AC.

4) Calcul du débit correspondant

Pour calculer le débit correspondant, on écrit l'égalité des pertes de charge dans les branches AC et AB.

On sait que $Q_{AC} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$, donc $\Delta H_{AC} = 6,3 \text{ m}$.

On cherche Q_{AB} tel que $\Delta H_{AB} = 6,3 \text{ m}$. A l'aide d'un tableur on trouve :

$$Q_B = Q_{AB} = 0,0213 \text{ m}^3/\text{s}.$$

5) Débits de pointe

Dans ce cas, on cherche à déterminer la répartition des débits dans les deux branches, avec $Q_B = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ et $Q_D = 0,035 \text{ m}^3/\text{s}$.

On écrit l'égalité des charges en B et la conservation de la masse :

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_{AC} + \Delta H_{BC}$$

N.B. : cette écriture nécessite de connaître *a priori* le sens d'écoulement dans BC.

$$Q_{AB} - Q_{BC} = 0,035 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } Q_{AC} + Q_{BC} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (} Q_{BC} \leq 0 \text{)}$$

A l'aide d'un tableur, on trouve :

$$Q_{AB} = 0,032 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } \Delta H_{AB} = 12,4 \text{ m}$$

$$Q_{AC} = 0,0198 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } \Delta H_{AC} = 10,9 \text{ m}$$

$$Q_{BC} = -0,0048 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } \Delta H_{BC} = 1,5 \text{ m}$$

$$\text{On sait que } Q_{CD} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et donc } \Delta H_{CD} = 14,1 \text{ m}$$

Enfin : $\Delta H_{AD} = 26,5 \text{ m}$. La situation en D est donc nettement plus favorable.

E.3.4 Problème des deux réservoirs

Au nord-ouest du bassin versant, le village de Denbas est actuellement alimenté en eau potable par la source d'Anhaut (A), qui fournit environ $2,5 \text{ l/s}$ même lors d'étiages sévères. Les besoins futurs de la population (550 habitants) et des diverses activités (campings, hôtellerie, bétail) sont estimés à $340 \text{ m}^3/\text{j}$, soit un débit moyen de $3,9 \text{ l/s}$. La source de Bôme (B), avec un débit de $1,5 \text{ l/s}$ à l'étiage, serait susceptible de fournir le complément. Le coefficient de pointe (débit de pointe journalier / débit moyen journalier) observé actuellement est de 3. Le débit de pointe estimé est donc de $3 \times 3,9 = 11,7 \text{ l/s}$.

Le problème est donc de déterminer le comportement du système avec deux réservoirs situés à des cotes différentes et alimentant une conduite commune (figure E.10).

Données : $Z_A = 580 \text{ m}$; $Z_B = 550 \text{ m}$; $Z_D = 480 \text{ m}$; $l_1 = 1000 \text{ m}$; $l_2 = 800 \text{ m}$; $l_3 = 1000 \text{ m}$; Conduite : $D = 80 \text{ mm}$; $\epsilon = 0,025 \text{ mm}$

Le village est en réalité à une altitude de 440 à 450 m, mais on veut garder une piézométrie de 3 bars environ sur le réseau de distribution. Pour ce faire, on considère dans les calculs que le village est à 480 m.

1) Calcul du débit $Q_1 = -Q_2$ si $Q_3 = 0$ (vanne fermée en D)

On écrit que la perte de charge égale la différence d'altitude entre les réservoirs A et B, en appliquant la formule de Lechapt et Calmon ($a_1 = 1,01 \cdot 10^{-3}$; $a_2 = 1,84$; $a_3 = 4,88$)

$$\Delta H_{AB} = Z_A - Z_B = \frac{(l_1 + l_2) \cdot a_1 \cdot Q_1^2}{D^{a_3}} \text{ d'où : } Q_1 = \left(\frac{(Z_A - Z_B) \cdot D^{a_3}}{(l_1 + l_2) \cdot L} \right)^{\frac{1}{a_2}}$$

$$\text{A.N. : } Q_1 = 5,66 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

2) On veut calculer $Q_1 = Q_3$ tel que $Q_2 = 0$

Pour générer cette situation, on crée une perte de charge en D en fermant partiellement une vanne. On écrit que la charge en C égale l'altitude de B, et on en déduit la perte de charge entre A et C. Sur le graphique, cela revient à "remonter" la courbe caractéristique du tronçon CD.

$$H_C = H_B = 550 \text{ m} \text{ d'où : } \Delta H_{AC} = 30 \text{ m} = l_1 \cdot a_1 \cdot \frac{Q_1^2}{D^{a_3}}. \text{ On en déduit } Q_1.$$

$$\text{A.N. : } Q_1 = Q_3 = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

3) On veut déterminer le fonctionnement du système pour avoir une piézométrie résiduelle de 3 bars environ en D.

On fait l'hypothèse que $Q_2 > 0$ (le réservoir B se vide). On écrit :

$$\text{- la conservation des débits : } Q_3 = |Q_1| + |Q_2|$$

$$\text{- l'égalité des charges en C : on obtient 2 équations permettant d'écrire } Q_1 \text{ et } Q_2 \text{ en fonction de } Q_3.$$

En remplaçant dans la première équation, on obtient une équation en Q_3 , que l'on peut résoudre avec un

tableur.

A.N. : $Q_1 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_3 = 11,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Le fonctionnement des deux réservoirs simultanément permettra de faire face à la pointe estivale future. Il est possible de fournir un débit supérieur, mais dans ce cas la pression de 3 bars sur le réseau n'est plus assurée.

Conclusion : On voit qu'en fonction des conditions en D, le réservoir B peut, soit se remplir, soit se vidanger. Bien dimensionné, ce système permet au réservoir B de se remplir pendant les heures creuses, et de contribuer à l'alimentation du village aux heures de pointe. Néanmoins, si la consommation au village est insuffisante, il se peut que le réservoir B ne se vide jamais. Des règles de gestion particulières devront être appliquées pendant les périodes de faible consommation pour assurer un renouvellement de l'eau dans le réservoir B.

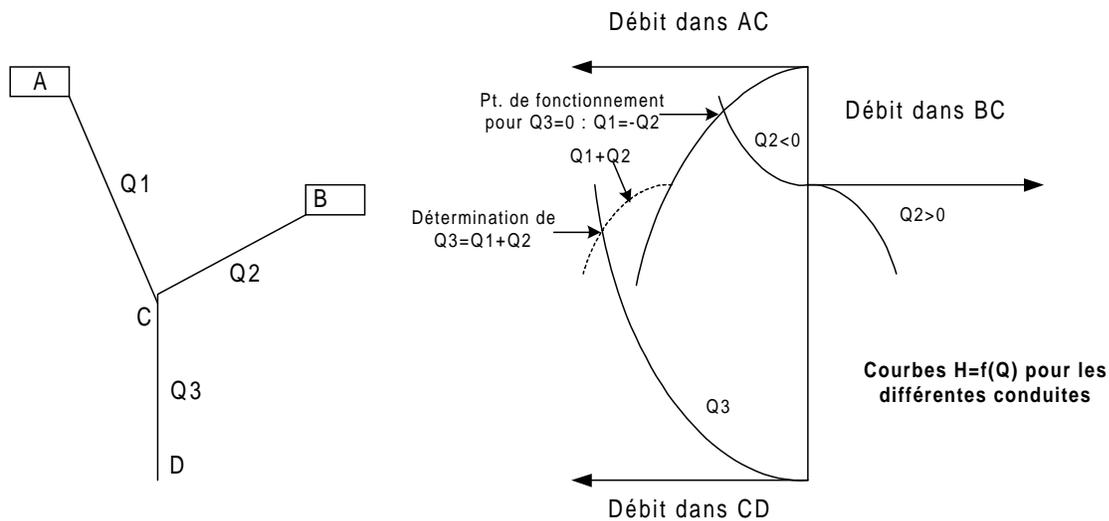


FIGURE E.10 – Problème des deux réservoirs : résolution graphique

Les trois questions peuvent se résoudre graphiquement (seules les solutions pour 1) et 3) sont représentées).



FIGURE E.11 – Réservoir sur tour pour l'eau potable (Photo Le Bars - Cemagref)

E.3.5 Pompage dans un lac

L'alimentation d'un aquarium nécessite un apport d'eau stable en quantité et en qualité ; en particulier, la température doit varier le moins possible. Un pompage est envisagé dans le lac voisin. Des études ont montré que la température variait peu à la profondeur de 40 m (en considérant le niveau le plus bas du plan d'eau). Une étude bathymétrique a permis de tracer un profil en long (cf. figure E.12)

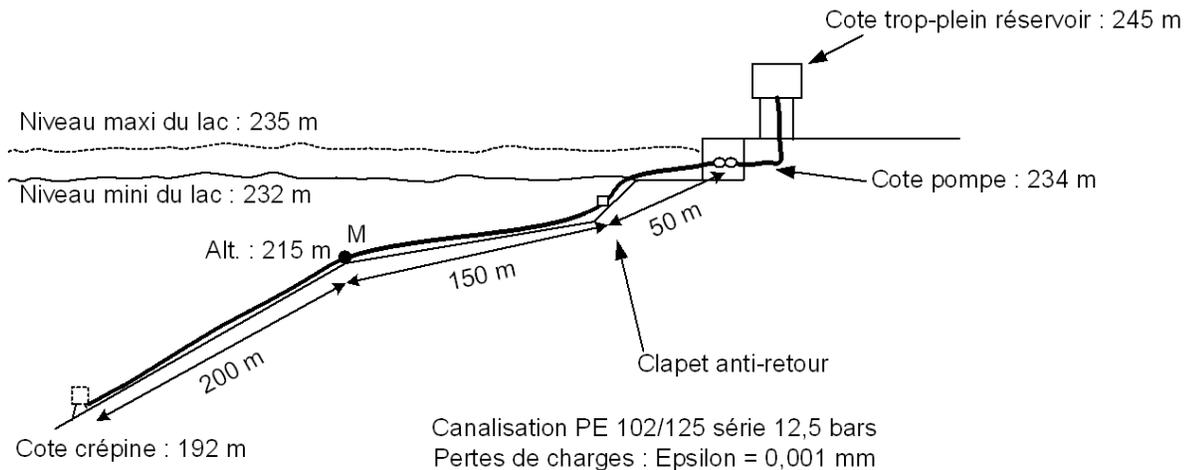


FIGURE E.12 – Pompage dans un lac : profil en long schématique

Données :

- Besoins en eau : $15 \text{ m}^3/\text{h}$, 24h/24
- Conduite PEHD (polyéthylène de haute densité) :
- Diamètres intérieur / extérieur = 102 / 125 mm
- $\epsilon = 10^{-3} \text{ mm}$ et $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- Pertes de charge singulières $\left(\Delta H = \xi \cdot \frac{U^2}{2g}\right)$ avec :
- crépine : DN = 100 mm et $\xi = 0,5$
- clapet anti-retour : DN = 100 mm et $\xi = 2,5$

1. Calculer la courbe caractéristique du réseau (on négligera les pertes de charge à l'intérieur du bâtiment) et donner la valeur de la perte de charge pour le débit nominal
2. Donner deux points d'une courbe caractéristique de pompe permettant le fonctionnement pour les niveaux extrêmes du lac avec une variation totale de débit inférieure à 10 %
3. Calculer les pressions à l'aspiration de la pompe
4. Donner la piézométrie au droit de la crépine, au point M, en amont et en aval du clapet
5. Reprendre la question 3) pour un lac situé à 2000 m d'altitude, où la pression atmosphérique normale est de 81400 Pa, avec une eau saumâtre de densité 1,03 ?
6. Même question pour un jour de mauvais temps où la dépression atmosphérique est de - 4 %



1) Courbe caractéristique du réseau

- Pertes de charge linéaires

$$Q = 15 \text{ m}^3/\text{h} = 4,17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}, \text{ DN} = 102 \text{ mm}, \text{ d'où : } S = \frac{\pi \cdot \text{DN}^2}{4} = 8,17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ et } U = \frac{Q}{S} = 0,51 \text{ m/s}$$

$$\text{Nombre de Reynolds : } Re = \frac{U \cdot D}{\nu} \simeq 52\,000 \text{ et } \frac{\epsilon}{D} = 9,8 \cdot 10^{-3}$$

L'abaque de Moody (cf. figure 2.2) donne : $\lambda \simeq 0,037$

Longueur de la conduite : $l = 400 \text{ m}$

- Pertes de charge singulières : $\xi = \sum \xi_i = 0,5 + 2,5 = 3$

$$\text{Courbe caractéristique : } \Delta H = \frac{l \cdot \lambda \cdot U^2}{2 \cdot g \cdot \text{DN}} + \xi \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$$

En exprimant ΔH en fonction du débit, il vient :

$$\Delta H = \frac{1}{2 \cdot g \cdot S^2} \cdot \left(\frac{l \cdot \lambda}{\text{DN}} + \xi \right) \cdot Q^2$$

A.N. :

$$\Delta H = 113050 \cdot Q^2$$

A.N. avec $Q = 4,17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$:

$$\Delta H = 1,97 \text{ m.c.e.}$$

2) Courbe caractéristique de la pompe

Hauteurs géométriques possibles :

$$\Delta H_{g1} = 245 - 235 = 10 \text{ m et } \Delta H_{g2} = 245 - 232 = 13 \text{ m}$$

$$\text{Débits : } Q_1 = Q + 5\% = 0,00438 \text{ m}^3/\text{s} \text{ et } Q_2 = Q - 5\% = 0,00396 \text{ m}^3/\text{s}$$

Hauteurs manométriques possibles :

$$\Delta H_{m1} = \Delta H_{g1} + \Delta H_{Q1} = 10 + 2,17 = 12,17 \text{ m et } \Delta H_{m2} = \Delta H_{g2} + \Delta H_{Q2} = 13 + 1,47 = 14,77 \text{ m}$$

En supposant que la hauteur géométrique médiane ($\Delta H_g = 11,5 \text{ m}$ et $\Delta H_m = 13,47 \text{ m}$) corresponde au débit nominal, on obtient un troisième point. La caractéristique de la pompe devra donc être proche de la courbe passant par les trois points suivant (cf. figue E.13) :

Débit (l/s)	Hauteur manométrique (m)
3,96	14,77
4,17	13,47
4,38	12,17

TABLE E.1 – Points de la courbe caractéristique de la pompe

3) Pressions à l'aspiration de la pompe

La pression à l'aspiration de la pompe est égale à la pression au droit de la crépine, diminuée des pertes de pression dues à la dénivelée jusqu'à la pompe et aux pertes de charge.

Avec :

- P_{atm} = pression atmosphérique en Pa
- P_c = pression à la crépine en Pa
- P_p = pression en entrée de la pompe en Pa
- Z_w, Z_c et Z_p les altitudes du plan d'eau, de la crépine, de la pompe en m N.G.F.

On a :

- Pression à la crépine :

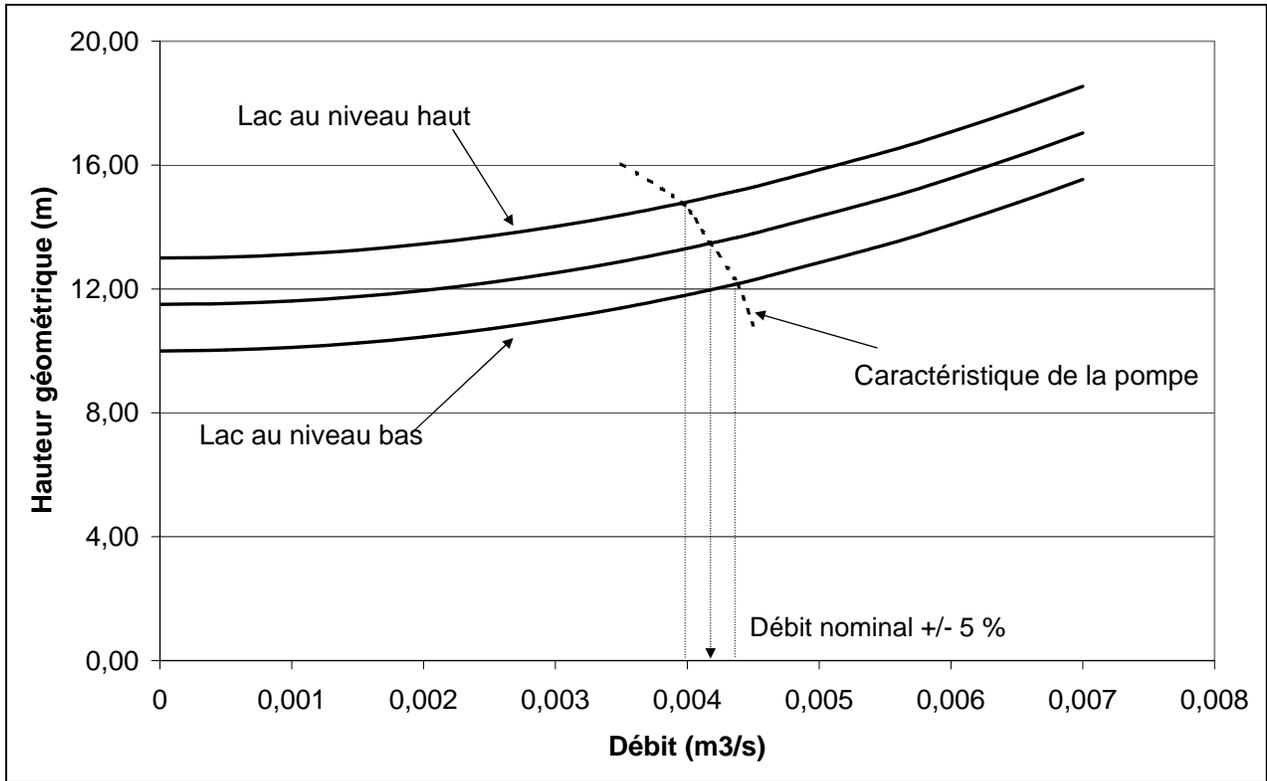


FIGURE E.13 – Courbes caractéristiques réseau/pompe, avec niveau amont variable

$$P_c = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (Z_w - Z_c)$$

- Dénivelée jusqu'à la pompe :

$$\Delta P_Z = \rho \cdot g \cdot (Z_p - Z_c)$$

- Perte de pression due aux pertes des charge :

$$\Delta P_j = \rho \cdot g \cdot \Delta H$$

avec

$$\Delta H = 113050 \cdot Q^2$$

$$\text{D'où : } P_p = P_{atm} - \rho \cdot g \cdot [(Z_p - Z_w) + 113050 \cdot Q^2]$$

A.N. pour les deux valeurs extrêmes du plan d'eau et les débits extrêmes calculés plus haut :

$$\text{- } P_{atm} = 101325 Pa$$

$$\text{- pour } Z_w = 235 \text{ m } Q = 4,37 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} : P_p = 89859 Pa$$

$$\text{- pour } Z_w = 232 \text{ m } Q = 3,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} : P_p = 62420 Pa$$

4) Piézométrie

Les valeurs de la piézométrie sont données dans le tableau E.2. Dans tous les cas, le terme d'énergie cinétique en $\frac{U^2}{2 \cdot g}$, de l'ordre de 10^{-2} m, est négligeable.

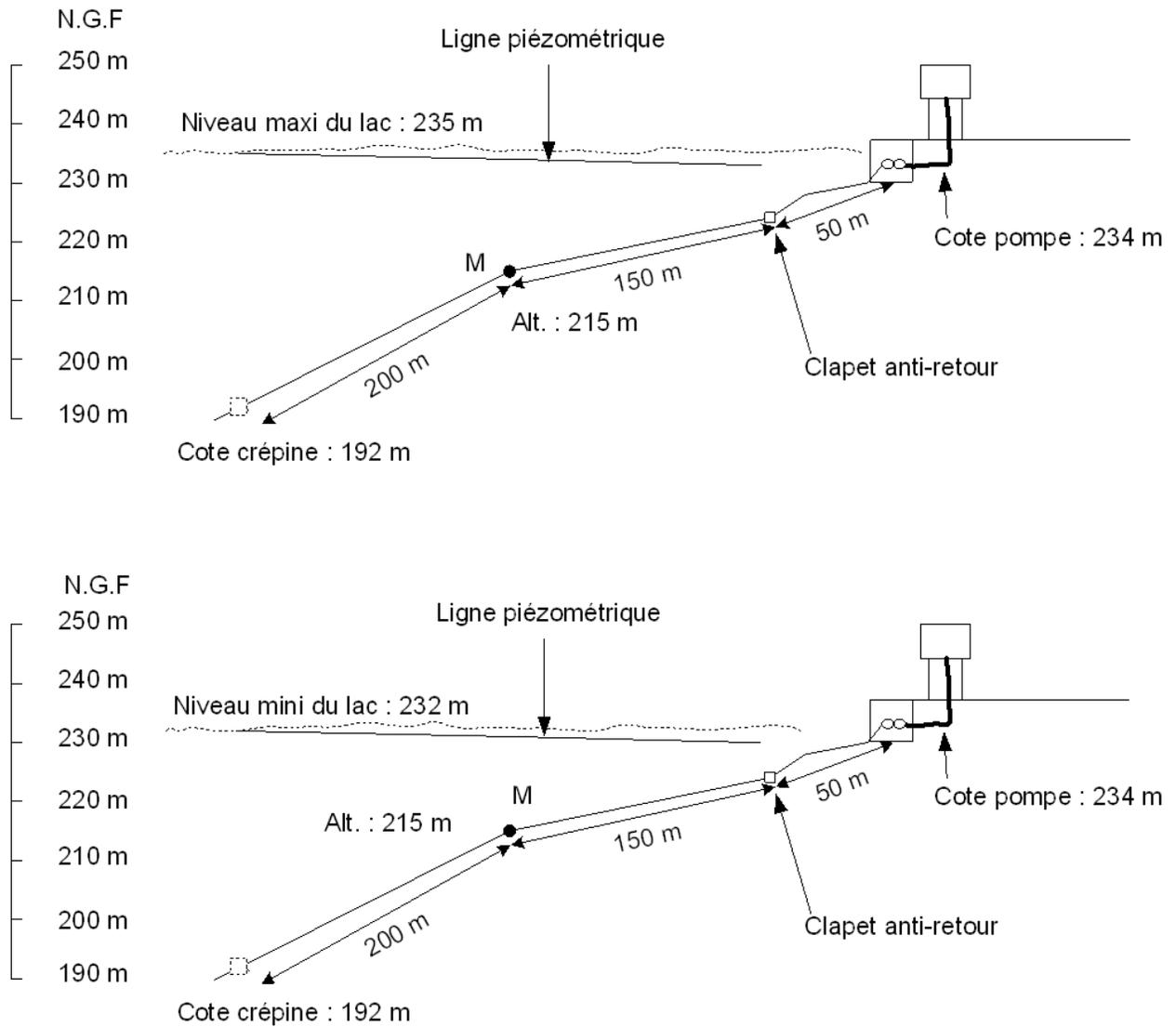


FIGURE E.14 – Tracés de la ligne piézométrique dans les deux cas de figure extrêmes

La ligne piézométrique est donnée également dans le graphique E.14. On voit qu'à l'échelle où l'on travaille, elle reste approximative.

5) Lac situé en altitude

On reprend la formulation du 3) : $P_p = P_{atm} - \rho.g. [(Z_p - Z_w) + 113050.Q^2]$

Avec : $P_{atm} = 81400 \text{ Pa}$, $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$, $Z_p - Z_w = 2 \text{ m}$ dans la situation la plus défavorable

On obtient : $P_p = 43300 \text{ Pa}$. La tension de vapeur saturante t_v de l'eau à 10°C étant environ $1\,660 \text{ Pa}$, le NPSHd vaut $P_p - t_v = 41640 \text{ Pa}$. La pompe risque de caviter (voir chapitre 3).

Point	Piézométrie avec plan d'eau haut	Piézométrie avec plan d'eau bas
Entrée crépine	253	232
Perte de charge linéaire (l=200m)(en m)	1,06	0,87
Perte de charge singulière crépine(m)	7.10^{-3}	6.10^{-3}
Point M (m)	233,9	231,1
Perte de charge linéaire (l=150m)(en m)	0,80	0,65
Amont clapet	233,1	230,5
Perte de charge singulière clapet(m)	$3,66.10^{-2}$	$2,99.10^{-2}$
Aval clapet	233,1	230,4

TABLE E.2 – Piézométrie relative en différents points du système (arrondis à 10^{-1} m près)

E.3.6 Adduction - distribution en montagne

L'alimentation d'un village a été réalisée à partir d'une source par l'intermédiaire de deux réservoirs (R_1 et R_2), situés à des altitudes respectives de 1 100 m et 1 000 m (cf. figure E.15). Ils sont reliés par une conduite en fonte de longueur $l = 5\,000$ m et de diamètre $\phi = 100$ mm. Les coefficients de Lechapt et Calmon pour ce matériau sont : $a_1 = 1,4.10^{-3}$, $a_2 = 1,96$ et $a_3 = 5,19$

Une vidange est installé au point bas de la conduite, situé à 3 000 m de R_1 et à l'altitude 900 m,.

On souhaite alimenter au passage quelques habitations avec une pression minimale de 2 bars. La conduite est vétuste et la pression en tout point ne doit pas dépasser 16 bars.

Le débit de la source est de 6 l/s, mais il peut varier de 3 l/s en étiage à 12 l/s en période de hautes eaux.

1. Calculer la capacité de transit de la conduite en considérant un écoulement à gueule bée dans R_2
2. Décrire le fonctionnement pour les différents débits de la source
3. Imaginer des dispositifs pour maintenir la pression à l'arrivée et pour limiter la pression sur le tracé



1) Capacité de transport

L'écoulement à gueule bée a pour conséquence la perte de l'énergie cinétique à l'arrivée au réservoir R_2 . En négligent le terme $\frac{U^2}{2.g}$, on écrit que la perte de charge entre R_1 et R_2 est égale à la différence des altitudes :

$$\Delta H = \Delta Z$$

d'où :

$$\Delta Z = l.a_1.Q^{a_2}.D^{-a_3}$$

La solution est obtenue avec un tableur :

$$Q_c = 9,79\text{l/s}$$

On vérifie que le terme d'énergie cinétique est négligeable devant la différence d'altitude :

$$\frac{U^2}{2.g} \approx 8.10^{-2} \ll \Delta Z = 100\text{m}$$

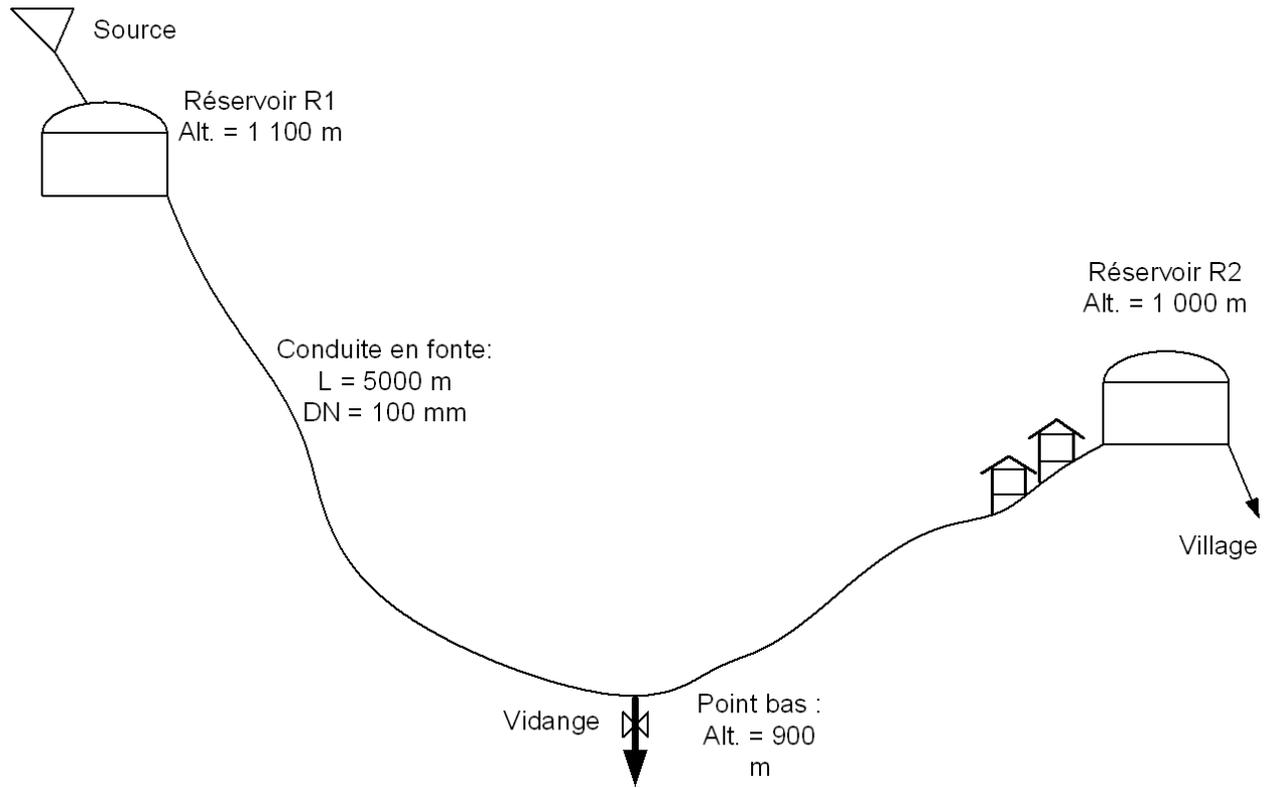


FIGURE E.15 – Adduction - distribution en montagne

2) Fonctionnement

- Débit 12 l/s : la conduite véhicule 9,79 l/s et la différence est évacuée par le trop-plein du réservoir R1.
- Débit 6 et 3 l/s : la conduite véhicule le débit de la source. La partie amont de la conduite fonctionne à surface libre. La localisation des points de mise en charge peut être déterminée graphiquement sur le profil en long de la conduite en traçant les lignes piézométriques pour les deux débits considérés. Ces lignes ont pour pente la perte de charge et passent par l'extrémité aval de la conduite (cf. figure E.16). Les pentes des lignes piézométriques sont données par les abaques ou les tables de pertes de charge, ou par la formule de Lechapt et Calmon.

Exemple pour $Q = 6$ l/s = $1,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$: $J = \frac{\Delta H}{\Delta l} = a_1 \cdot Q^{a_2} \cdot DN^{-a_3}$

A.N. : $J = 9,58 \cdot 10^{-3}$ mm/m ou m/km

3) Stabilisation des pressions

Maintien de la pression à l'arrivée : un stabilisateur amont situé à R2, réglé à 1020 m, permet de maintenir une pression d'environ 2 bars sur les maisons voisines.

La capacité de transport de la conduite est diminuée et vaut :

Même calcul qu'en 1) avec $\Delta Z = 60$ m. On trouve : $Q = 7,54$ l/s.

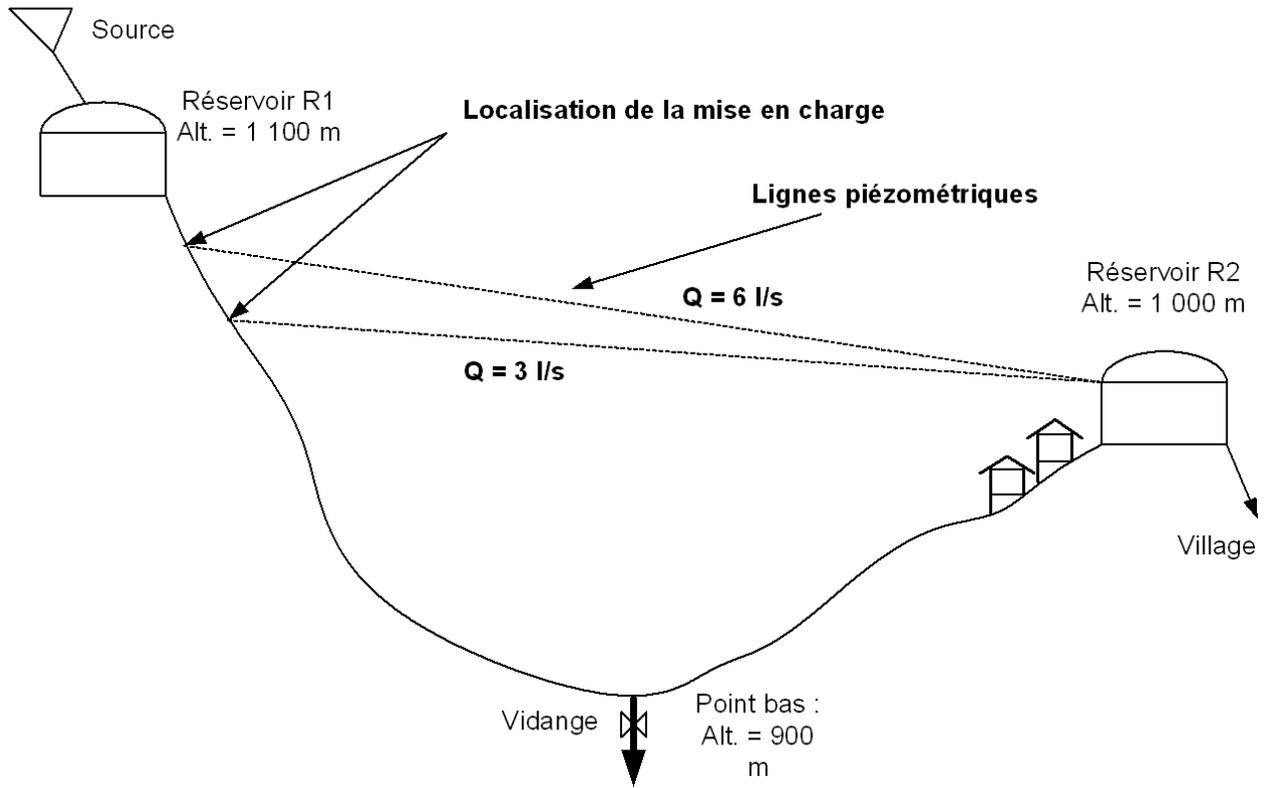


FIGURE E.16 – Adduction - distribution : détermination graphique des points de mise en charge

Dans ce cas, la piézométrie à la vidange est égale à l'altitude de régulation $Z_0 = 1020 \text{ m}$, augmentée de la perte de charge entre R2 et la vidange pour ce débit.

$$\left[Z + \frac{P}{\rho \cdot g} \right]_V = Z_0 + J \cdot L$$

A.N. : $Z_0 = 1020 \text{ m}$, , $J = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/m}$, $L = 2000 \text{ m}$, $J \cdot L = 30 \text{ m}$

$$\left[Z + \frac{P}{\rho \cdot g} \right]_V = 1050 \text{ m}$$

Compte tenu de l'altitude le la vidange : $Z_V = 900 \text{ m}$, cette piézométrie, correspondant à une pression de $P_V = \rho \cdot g \cdot \Delta Z$, avec $\Delta Z = 150 \text{ m}$: $P_V = 14700 \text{ Pa}$, soit 14,7 bars. La pression est acceptable au regard de la limite fixée (cf. figure E.17).

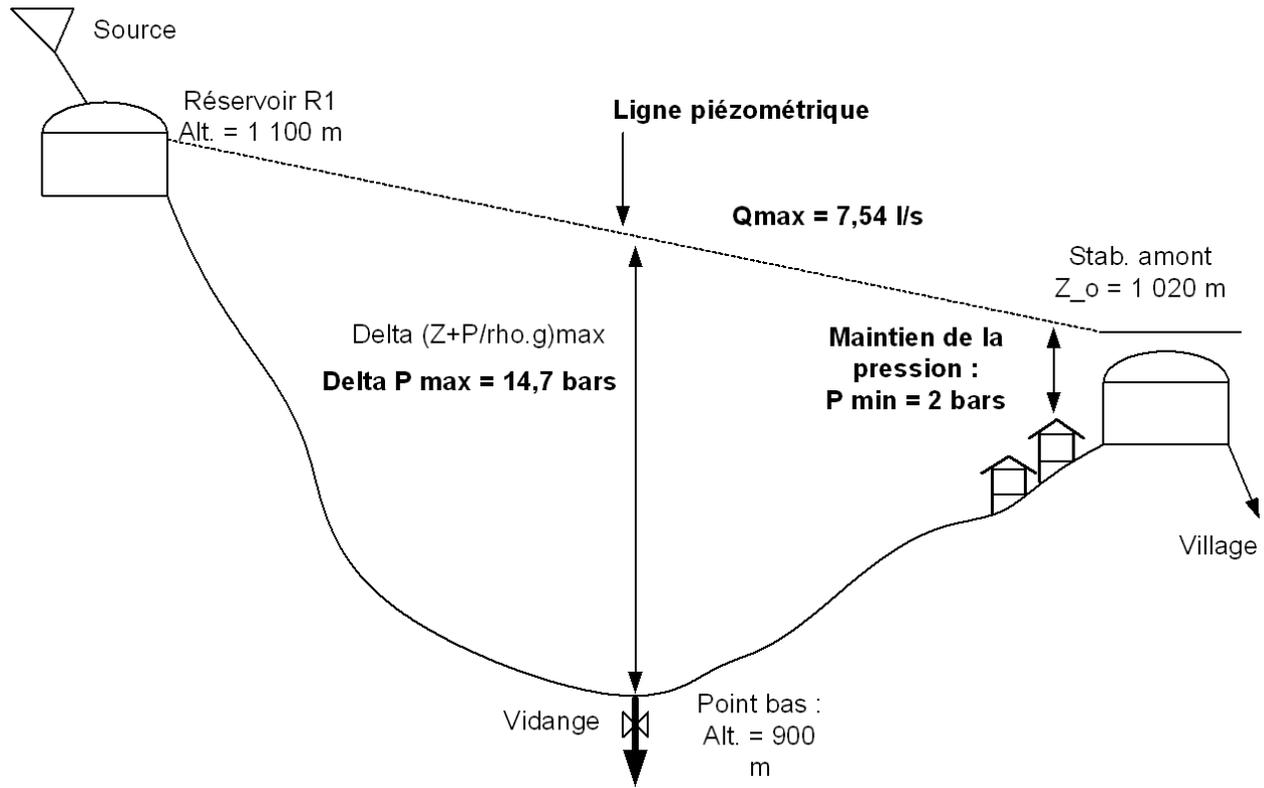


FIGURE E.17 – Adduction-distribution : stabilisation des pressions

E.4 Problèmes à surface libre

E.4.1 Principes généraux

Si les écoulements à surface libre sont plus simples d'un point de vue technologique, ils sont beaucoup plus complexes pour l'hydraulicien... Et pourtant, il va bien falloir étudier les crues de la Vigarde, dimensionner correctement le réseau d'assainissement de Laville et gérer au mieux la distribution de l'eau dans le réseau d'irrigation!

EXEMPLE : Dans le cas de la Vigarde, c'est près de l'embouchure qu'on rencontrera les plus faibles vitesses. En étiage, on pourra descendre à des vitesses moyennes de l'ordre de 0,5m/s et des profondeurs de l'ordre de 2m.

Considérant que le lit est beaucoup plus large que long, on a $R \sim h$. On a ainsi $Re = U \cdot h / \nu = 10^6$. On est donc très largement dans le domaine turbulent, et il est très facile de le constater en observant la trajectoire de débris végétaux à la surface.

Prenons maintenant une rigole d'irrigation, débit 30l/s, section 30cm de large sur 20cm de profondeur. On trouve alors $S=0,06\text{m}^2$, $R=0,09\text{m}$, $U=0,5\text{m/s}$ et $Re=45000$. On est encore largement turbulent.

EXEMPLE – Le canal primaire d'irrigation est traversé par une route et passe ainsi par un siphon. A l'amont et à l'aval, l'écoulement se fait à surface libre, le passage à travers le siphon étant lui en charge.

La ligne de charge diminue avec les pertes de charge linéaires et singulières (entrée et sortie du siphon). La ligne piézométrique est simplement la surface libre lorsque celle-ci existe. Pour la déterminer dans le siphon, il faut reporter la quantité $U^2/2g$ à partir de la ligne de charge. Cette ligne piézométrique peut éventuellement passer sous le niveau de l'eau de la surface libre.

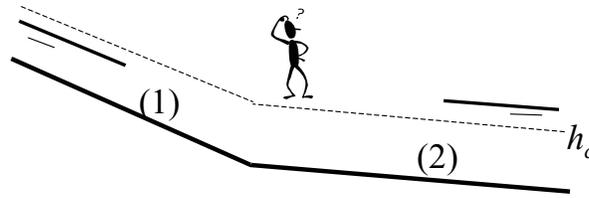


FIGURE E.19 – Positionnement de la ligne d'eau du Sauvageon, régime uniforme

On remarque aussi que la perte de charge linéaire est d'autant plus grande que l'énergie cinétique est élevée. Notons aussi que la perte de charge singulière est plus forte à l'élargissement (sortie siphon) qu'au rétrécissement (entrée siphon).

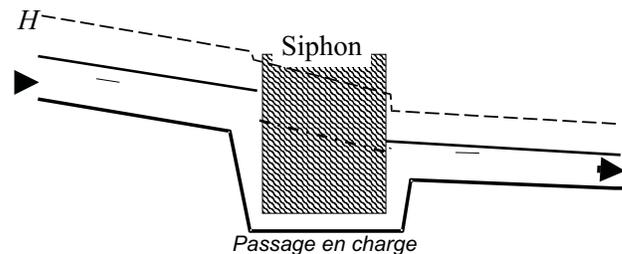


FIGURE E.18 – Passage d'un siphon.

E.4.2 Aménagement du cours d'eau

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS – Le ruisseau le Sauvageon traverse le village de Peyre-le-bas situé au pied du Puech de Peyre. Le village a décidé de procéder à un nettoyage et un léger recalibrage du ruisseau pour permettre une meilleure évacuation des crues. Le but de l'étude hydraulique est de déterminer la ligne d'eau dans le village pour une crue décennale et de voir quelles sont les marges de sécurité vis à vis du débordement dans le village. Le problème de la détermination du débit décennal est du ressort des hydrologues et n'est pas abordé dans ce cours.

De la description précédente, on va formuler le problème précis à résoudre par l'hydraulicien. On veut faire transiter un débit maximum de $50 \text{ m}^3/\text{s}$ dans un chenal trapézoïdal dont les caractéristiques sont les suivantes : largeur au plafond¹ $L=10\text{m}$, fruit des berges $m=1,5$. Ce chenal est composé de 2 tronçons de pentes différentes. Le tronçon amont (1) a une pente de 0,05, une longueur de 500m et un coefficient de Strickler $K=30 \text{ (m}^{1/3}/\text{s)}$. Le tronçon aval (2) a une pente de 0,003, une longueur de 1000m et un coefficient de Strickler $K=35 \text{ (m}^{1/3}/\text{s)}$. La question posée est : quelle doit être la profondeur du chenal si on se fixe une revanche de 0,30m ?

De plus, on veut connaître le débit au débordement pour chaque tronçon, ceci afin de savoir quelles sont les marges de sécurité en débit.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, PREMIERS ÉLÉMENTS DE RÉPONSES – On commence par critiquer les données du cahier des charges de l'étude.

On veut faire transiter un débit maximum de $50 \text{ m}^3/\text{s}$ correspondant à un débit décennal. Connaissant l'imprécision de cette valeur fournie par les hydrologues pour un ruisseau non jaugé², il est important de vérifier que l'aménagement peut supporter des débits plus importants. C'est le rôle de la revanche³ et donc du calcul du débit de plein bord pour nous rassurer sur ce point.

¹ paradoxalement, le terme «**plafond**» désigne le fond du cours d'eau (ou radier pour une structure de maçonnerie)

² Voir chapitre 6

³ différence d'altitude entre les berges et la surface libre

La description de la géométrie du chenal n'appelle pas de commentaire particulier si ce n'est que les valeurs fournies sont un gabarit moyen dans la zone. La longueur des tronçons étudiés délimite la zone de l'aménagement projeté mais pas forcément la zone d'étude pour l'hydraulicien. On a déjà cité le fait, et on le reverra, qu'un ouvrage peut avoir une influence très loin à son amont.

Le coefficient de Strickler est fourni ; dans la réalité il faut être capable de l'estimer à partir de tables, par exemple, et se poser la question de sa validité dans le temps : il risque notamment d'évoluer avec la végétation dans le cours d'eau.

La première question posée est : quelle doit être la profondeur du chenal si on se fixe une revanche de 0,30m ? Le premier réflexe est de calculer les hauteurs normales et critiques pour les deux tronçons. Le tirant d'eau critique ne dépend pas de la pente et donc on ne le calcule qu'une fois (résolution numérique), la relation $B(h)$ étant la même dans les deux cas : on trouve $h_c = 1,28m$. Le tirant d'eau normal est fonction de la pente, pour la zone (1) $h_{n1} = 0,83m$ pour la zone (2) $h_{n2} = 1,71m$. On constate donc que la zone (1) est avec une hauteur normale torrentielle et la zone (2) avec une hauteur normale fluviale.

Suffisamment loin des extrémités des deux zones, on peut espérer être en régime uniforme et donc on a ainsi la position de la ligne d'eau pour les deux tronçons au niveau normal. Dans ces parties de l'écoulement on pourra donc donner une profondeur au chenal de $1,13m = 0,83m + 0,30m$ dans la zone (1) et de $2,01m = 1,71m + 0,30m$ dans la zone(2). Les vitesses et les nombres de Froude sont respectivement : $U_1 = 5,36m/s$, $U_2 = 2,33m/s$, $Fr_1 = 1,98$, $Fr_2 = 0,62$. Au vu de ces valeurs on peut se poser des questions quant à la tenue du lit.

De plus, on veut connaître le débit au débordement pour chaque tronçon, ceci afin de savoir quelles sont les marges de sécurité en débit. Cela revient à calculer le débit pouvant être transité pour une hauteur normale de 1,13m dans le tronçon (1) et de 2,01m dans le tronçon (2). On trouve alors un débit au débordement de $85 m^3/s$ dans le tronçon (1) et de $66,2 m^3/s$ dans le tronçon (2). On constate que la marge de sécurité est beaucoup plus forte dans la zone(1) que dans la zone (2). Une revanche de 0,30m n'a pas la même efficacité dans les deux cas. Si on a choisi une marge de 0,30m dans la partie amont c'est certainement pour prendre en considération le fait que les écoulements torrentiels ont une surface libre beaucoup plus perturbée que les écoulements fluviaux lents.

Au point où nous en sommes, il est difficile de donner plus d'éléments de réponses à cette étude. On voit qu'au niveau du changement de pente on va avoir un problème pour raccorder nos lignes d'eau uniformes ; de même, près des extrémités que se passe-t-il ?

La section 4.3 traitant des écoulements graduellement variés va nous permettre de répondre à la question en nous donnant le moyen de calculer la ligne d'eau quand on perturbe un écoulement uniforme.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS

On précise le cahier des charges de l'étude en indiquant que le seuil du moulin Levêque est situé à l'aval du tronçon (2) et impose un tirant d'eau de 2,32m pour un débit de $50 m^3/s$. On voit donc que l'on est 0,61m plus haut que la hauteur normale à l'aval. **AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, COMPLÉMENTS DE RÉPONSES**

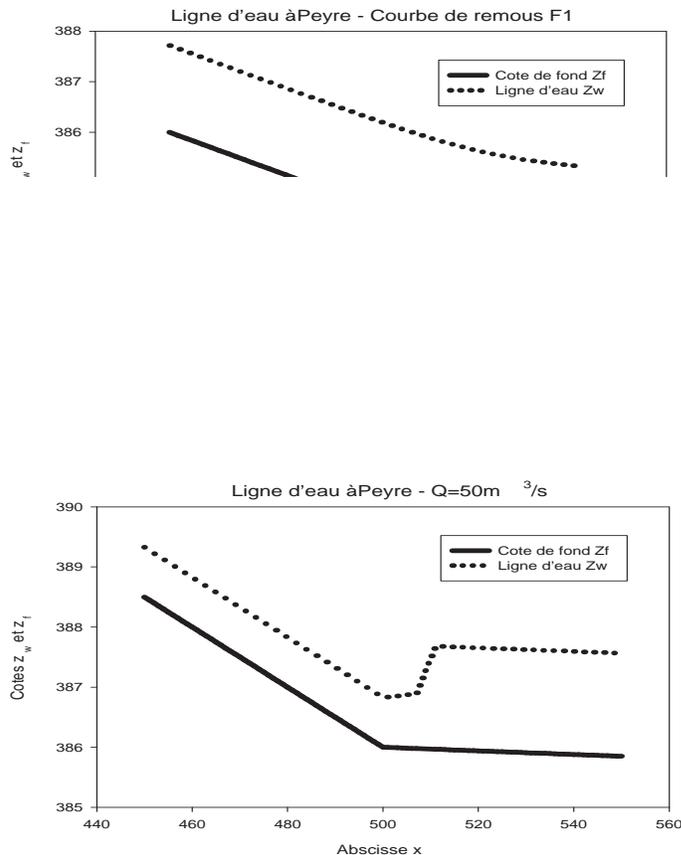
Le seuil du moulin Levêque impose un tirant d'eau supérieur à h_n . Comme $h_n > h_c$, on est en écoulement normal fluvial. Dans le catalogue des courbes de remous on va donc aller chercher dans les courbes F et, plus précisément dans notre cas, ce sera une courbe F1 qui peut remonter très loin à l'amont.

Pour le tronçon (2), on va donc calculer en remontant de l'aval une courbe fluviale F1 par intégration numérique des équations présentées précédemment. On constate sur la figure E.20 que le remous ne remonte pas jusqu'au changement de pente. Le raccordement entre cette F1 et la zone (1) est dû à un conflit de contrôle. D'un côté l'écoulement torrentiel amont impose un tirant d'eau de 0,83m, de l'autre côté le tirant d'eau imposé par l'aval à 1,71m. Il nous faut progresser encore un peu dans le cours pour résoudre ce problème.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, COMPLÉMENTS DE RÉPONSES –

Au raccordement de la zone(1) et (2), on est bien dans les conditions d'apparition d'un ressaut. Le problème est de déterminer si le ressaut a lieu dans la partie amont ou dans la partie plus plate à l'aval afin de protéger la zone contre les érosions.

On peut raisonner en partant de l'amont ou de l'aval. Supposons que l'on parte de l'aval, quand on arrive à la rupture de pente on a un tirant d'eau de $h_v = 1,71m$. Calculons le conjugué de ce tirant d'eau par un ressaut : on trouve $h_{vc} = 0,92m$ qui est plus grand que le tirant d'eau du tronçon amont ($h_m = 0,83m$). Cela veut donc dire que le ressaut aval n'est pas capable de repousser un écoulement aussi torrentiel que celui-ci, donc le ressaut est situé à l'aval de la rupture de pente. Un raisonnement similaire depuis l'amont nous conduit à calculer le conjugué de 0,83m par un ressaut, soit 1,85m. Cela veut dire que le ressaut peut repousser un tirant d'eau aval plus fort que les 1,71m et donc il est bien situé à l'aval de la rupture de pente. Regardons qualitativement quelle va être l'allure de la ligne d'eau. La

FIGURE E.21 – Ligne d'eau à Peyre pour $50\text{m}^3/\text{s}$

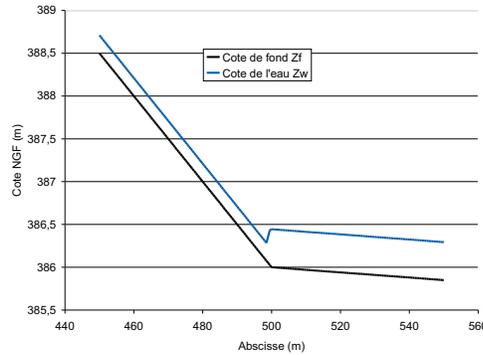
ligne d'eau torrentielle uniforme amont continue jusqu'à la rupture de pente. Après la rupture de pente, la ligne d'eau va continuer en torrentiel. Dans le catalogue des courbes F, la seule courbes torrentielle est la F3. Cette F3 s'arrête quand elle rencontre le conjugué du tirant d'eau uniforme du tronçon aval par le ressaut, soit pour un tirant d'eau de 0,92m. L'amont du ressaut sera donc positionné par le calcul de cette courbe F3 en torrentiel à partir d'une condition amont à 0,83m. On obtient la ligne d'eau de la figure E.21.

La courbe F3 est relativement courte ici : l'amont du ressaut est situé à 7m de la rupture de pente. Le ressaut étant bien établi, on peut estimer sa longueur à $5 \cdot (1,71 - 0,92) = 3,95\text{m}$. Il faut donc protéger cette zone contre l'érosion, mais que se passe-t-il si le débit est plus faible ? Le ressaut existe-t-il toujours et est-il situé dans la même zone sur le ruisseau ? On va regarder le comportement du Sauvageon pour un débit de $5\text{m}^3/\text{s}$.

Le premier réflexe est de calculer pour chaque zone le tirant d'eau normal et critique. Le tirant d'eau critique ne dépend pas de la pente donc on le calcule qu'une fois et on trouve $h_c = 0,29\text{m}$. Le tirant d'eau normal est fonction de la pente, pour la zone (1) $h_{n1} = 0,21\text{m}$ pour la zone (2) $h_{n2} = 0,44\text{m}$. On constate donc que la zone (1) est avec une hauteur normale torrentielle et la zone (2) avec une hauteur normale fluviale. On va donc calculer comme pour $50\text{m}^3/\text{s}$ la partie fluviale de la zone (2). Pour ce faire il faut être capable de calculer la condition à la limite aval au seuil du moulin Levêque. Ce seuil a une largeur de 11,5m et une pelle (hauteur par rapport au fond) de 0,50m. Le paragraphe 4.4.2 du document donne des éléments pour répondre à cette question.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, COMPLÈMENTS DE RÉPONSES

Pour calculer la condition aval pour un débit de $5\text{m}^3/\text{s}$, il faut calculer la cote à l'amont du seuil du moulin Levêque. Pour savoir si le seuil est noyé ou pas, il faut connaître une cote à l'aval du seuil. Comme on n'a pas d'information particulière sur cette zone, on va faire l'hypothèse que le chenal continue à l'identique et donc que le tirant d'eau doit être voisin du tirant d'eau normal 0,44m. On suppose que le coefficient de débit est de l'ordre de 0,4 correspondant à un seuil bien profilé. Sous ces hypothèses, on obtient un tirant d'eau amont du seuil de 0,89m et le seuil fonctionne en dénoyé car le niveau aval est inférieur à celui du seuil.

FIGURE E.22 – Ligne d'eau à Peyre pour $5m^3/s$

Le seuil du moulin Levêque impose un tirant d'eau supérieur à h_{n2} . Comme $h_{n2} > h_c$, on est en écoulement normal fluvial. Dans le catalogue des courbes de remous, on va donc aller chercher dans les courbes F ; plus précisément, dans notre cas, ce sera une courbe F1, tout comme pour le débit de $50m^3/s$. Pour le tronçon (2), on va donc calculer en remontant de l'aval une courbe fluviale F1 par intégration numérique des équations de la ligne d'eau. On constate sur la figure E.22 que le remous ne remonte pas jusqu'au changement de pente.

Le raccordement entre cette F1 et la zone (1) est dû à un conflit de contrôle. D'un côté l'écoulement torrentiel amont impose un tirant d'eau de 0,21m, d'un autre côté le tirant d'eau imposé par l'aval est de 0,44m. Au raccordement de la zone(1) et (2) on est bien dans les conditions d'apparition d'un ressaut. Le problème est de déterminer si le ressaut a lieu dans la partie aval comme pour $50m^3/s$ ou dans la partie plus pentue à l'amont afin de vérifier si la zone protégée contre les érosions est bien positionnée.

On peut raisonner en partant de l'amont ou de l'aval. Supposons que l'on parte de l'aval : quand on arrive à la rupture de pente, on a un tirant d'eau de $h_v=0,44m$. Calculons alors le conjugué de ce tirant d'eau par un ressaut : on trouve $h_{vc}=0,18m$ qui est plus petit que le tirant d'eau du tronçon amont ($h_m=0,21m$). Cela veut donc dire que le ressaut aval est capable de repousser un écoulement encore plus torrentiel que celui-ci, donc le ressaut est situé à l'amont de la rupture de pente. Un raisonnement similaire depuis l'amont nous conduit à calculer le conjugué de 0,21 par un ressaut, soit 0,39m. Cela veut dire que le ressaut ne peut repousser qu'un tirant d'eau aval plus faible que les 0,44m et donc il est bien situé à l'amont de la rupture de pente contrairement au cas du débit de $50m^3/s$.

Regardons qualitativement l'allure de la ligne d'eau. Pour raccorder la F1 aval au ressaut, il va y avoir une courbe de remous fluviale. Comme dans le tronçon (1), on est en écoulement normal torrentiel : cette courbe est du type T, plus précisément une T1 qui est une courbe en fluvial. Cette T1 va donc permettre de passer de 0,44m à l'aval à 0,39m qui est la conjuguée de l'écoulement uniforme amont par un ressaut. L'aval du ressaut sera donc positionné par le calcul de cette courbe T1 en fluvial à partir d'une condition aval à 0,44m. La courbe T1 est très courte ici : l'aval du ressaut est situé à 0,5m de la rupture de pente. Le ressaut étant bien établi, on peut estimer sa longueur à $5*(0,39-0,21)=0,90m$. Il faut donc protéger une zone plus importante ou faire des aménagements pour obliger le ressaut à rester dans une zone donnée.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, CONSTRUCTION DU PONT NEUF

Pour améliorer la desserte d'un nouveau lotissement, il faut construire un pont au milieu du tronçon (1). Le Pont Neuf est prévu d'une largeur de 6m pour permettre un accès plus facile aux camions.

Pour des raisons de coût, l'ingénieur du Génie Rural Yvon Viherpie propose un pont rectangulaire de 6m d'ouverture. Un calcul hydraulique est effectué pour voir l'influence de ce pont sur la ligne d'eau dans le tronçon (1).

On examine tout d'abord qualitativement l'influence de ce pont sur la ligne d'eau pour le débit décennal de $50m^3/s$. L'écoulement amont est en régime torrentiel uniforme. L'énergie spécifique de cet écoulement uniforme de 0,83m de tirant d'eau est $H_{scn}=2,30m$. Le minimum d'énergie sous le pont est l'énergie critique qui est de $H_{sc} = 2,88m$. L'énergie amont est donc inférieure à l'énergie minimum qu'il faut pour couler sous le pont. Que peut-il se passer ? Il faut que l'écoulement récupère de l'énergie pour pouvoir passer sous le pont. On va avoir formation d'un ressaut à l'amont du pont, l'écoulement va passer en fluvial et donc perdre moins d'énergie par frottement car à ce moment les vitesses sont

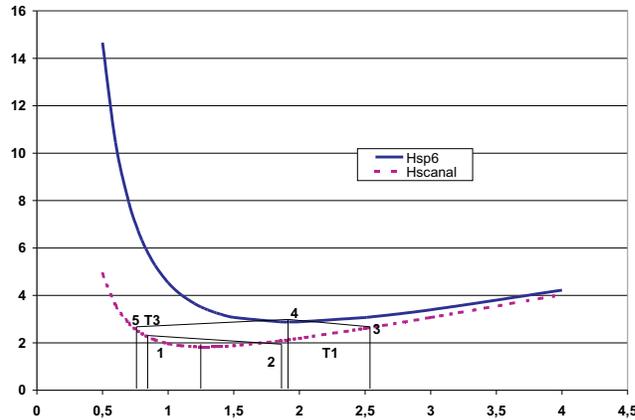


FIGURE E.23 – Courbes d'énergie spécifique pour le pont de 6m

plus faibles. L'ensemble perte d'énergie dans le ressaut et par frottement dans l'écoulement fluvial sera inférieur aux pertes dans l'écoulement torrentiel et permettra de passer l'obstacle. L'eau finit toujours par passer ! (M. Viherpie, il faut voir plus grand ! [NDLR]) On aura donc une T1 fluviale contrôlée par l'aval qui s'arrêtera au conjugué du tirant d'eau uniforme amont, soit 1,85m. Le pont est donc un contrôle pour l'écoulement. On aura donc le tirant d'eau critique en sortie du pont. A l'aval on aura une T2, courbe torrentielle contrôlée par l'amont qui permet de retrouver le tirant d'eau uniforme torrentiel de 0,83m.

Sous le pont, ce n'est pas une courbe de remous mais un raccordement court. Les formules de la littérature pour les pertes de charge aux ponts ne sont en général valables que pour un écoulement fluvial. Il faut donc estimer la perte de charge due au pont par une formule de perte de charge à l'élargissement du type 4.45 :

$$\Delta H = k'' \frac{U_c^2}{2g}$$

Si on prend $k'' = 0,2$, $U_c = 4,34\text{m/s}$, on a $\Delta H = 0,19\text{m}$. L'énergie critique est $H_{sc} = 2,88\text{m}$ et donc l'énergie à l'amont du pont est de 3,07m, ce qui correspond à un tirant d'eau fluvial de 2,51m : ce sera le contrôle aval de la T1.

Si on calcule cette T1, on constate qu'elle fait 11m de long, donc l'aval du ressaut est situé relativement loin à l'amont du pont. Comme on peut le voir sur la figure E.23, on a le circuit suivant entre les courbes $H_s(h)$: du point 1 on passe au point 2 par un ressaut, du point 2 on passe au point 3 par une T1, du point 3 on passe à h_c sur la courbe du pont par un raccordement court. Du point 4 on revient au point 5 sur le canal et on rejoint 1 par une T2 ou une T3 en fonction de l'importance de la perte de charge. La hauteur h_5 est calculée en supposant une perte à l'élargissement vers l'aval avec $k'' = 0,4$, soit $\Delta H = 0,38\text{m}$ et donc $H_{sc5} = 2,88 - 0,38 = 2,50\text{m}$, ce qui donne un tirant d'eau torrentiel de $h_5 = 0,77\text{m}$. On revient donc par une T3.

Tout ce raisonnement n'a qu'un intérêt pédagogique car on ne va pas faire un ouvrage qui occasionne un ressaut aussi loin en amont et qui est à l'évidence sous-dimensionné.

Il est intéressant de bien garder à l'esprit cette spécificité des écoulements à surface libre qui permettent par modification de la surface libre et donc par une répartition différente entre énergie potentielle et cinétique de franchir un obstacle en passant toujours le même débit. Ce phénomène n'est pas possible en charge : ainsi, la variable d'ajustement est le débit, quand le tuyau est trop étroit le débit diminue !

Les considérations hydrauliques nous indiquent de demander à l'ingénieur Viherpie de revoir sa copie. On va regarder ce qu'il se passe pour une ouverture de 10m. On constate que l'énergie critique sous le pont est de 2,05m et donc l'écoulement peut passer en torrentiel sauf si les pertes à l'entrée sous le pont sont trop fortes (plus de 0,25m) ce qui n'est pas le cas.

On veut faire transiter un débit de 200l/s dans un caniveau couvert en béton ($K=60$, pente 0,0001), rectangulaire de 1m de large et 0,5m de profondeur sur une distance de 500m. Quel est le tirant d'eau maximum pouvant être atteint à l'aval de ce conduit, sans que l'écoulement ne soit en charge ?

Comme toujours on commence par calculer les tirants d'eau normal et critique pour voir quel catalogue de ligne d'eau est à notre disposition. On trouve $h_n=0,75\text{m}$ et $h_c=0,16\text{m}$. On voit que l'écoulement uniforme n'est pas possible car on serait en charge. On va donc avoir une courbe de type F2, contrôlée par l'aval. L'idée est de choisir des conditions aval comprises entre h_c et 0,50m et de calculer chaque fois la F2 pour voir celle qui nous donne un tirant d'eau amont de 0,50m au bout de 500m. Ce n'est pas une bonne idée ! Il est possible avec un seul calcul de ligne d'eau de trouver la solution.

Pour ce faire, il suffit de remarquer que pour une géométrie et un débit donné il n'existe qu'une courbe de remous d'un type donné et qu'en fonction de la condition à la limite en cote on n'en parcourt qu'une partie. On va donc calculer la F2 en partant de h_c (juste un peu au dessus pour ne pas avoir une dérivée infinie) et on prendra la portion de courbe de remous qui va de 0,50m de tirant d'eau à 500m à l'aval, ce qui nous donnera la valeur de la condition aval cherchée.

Faisons le calcul sur 1000m en partant de $h=0,165$ à l'aval. On trouve un tirant d'eau de 0,5m au bout de 545m. Il suffit donc de voir quel est le tirant d'eau à 45m, soit 0,30m. Si le tirant d'eau est inférieur à cette valeur, on ne passera pas en charge. Donc en utilisant l'unicité de la courbe de remous on a une méthode élégante pour répondre au problème.

Le caniveau se jette à 1,80m du fond dans le tronçon (2). On veut calculer à quelle distance minimum du seuil doit se jeter le caniveau pour ne pas être en charge pour la crue décennale. Le tirant d'eau dans le canal ne doit pas dépasser $1,80\text{m}+0,30\text{m}=2,10\text{m}$. Si on regarde les valeurs de la courbe F1 du tronçon (2), on constate que cette valeur est atteinte à 110m en amont du seuil.

AMÉNAGEMENT DU SAUVAGEON À PEYRE-LE-BAS, PRISE D'IRRIGATION

A l'amont du seuil, une prise d'irrigation de type vanne de fond prend l'eau dans le canal et alimente un canal rectangulaire ($B=1\text{m}$) de 40m de longueur, $K=50\text{ m}^{1/3}/\text{s}$, pente du fond $I=5\%$. A l'aval, le canal débouche dans un réservoir qui permet le stockage de l'eau pendant la nuit, période de faible utilisation de l'eau. Ce réservoir se remplit progressivement pendant la nuit. Le problème est de connaître le débit s'écoulant vers le réservoir en fonction de l'ouverture de la prise et du niveau du réservoir et quelle est la ligne d'eau.

Le niveau du réservoir est donc variable en fonction du temps, on a un écoulement transitoire. L'ingénieur Vipère va essayer de donner les premiers éléments de réponse en utilisant ses connaissances des écoulements permanents.

Supposons que le tirant d'eau imposé à l'aval du bief soit de 1m. Le débit dans le tronçon (2) est supposé de $5\text{m}^3/\text{s}$ et l'ouverture de la prise de 0,20m pour une largeur de 0,50m. On va calculer le débit et la ligne d'eau dans le canal pour ces conditions.

On voit apparaître une nouveauté par rapport à tous les problèmes traités précédemment : on ne connaît pas le débit. C'est le problème classique de la **diffluence**. Il faut donc trouver la répartition des débits entre le tronçon (2) et le canal, telle que la somme des débits soit de $5\text{m}^3/\text{s}$ et que l'on ait égalité des cotes en amont du seuil et de la prise.

On va faire l'hypothèse que le débit pris par la prise étant faible par rapport au débit du tronçon (2), le tirant d'eau à l'amont du seuil est toujours voisin de 0,89m. Si on suppose que la prise fonctionne en dénoyé et que son coefficient de débit est de 0,6, on trouve un débit de $0,230\text{m}^3/\text{s}$. Il faut regarder si nos hypothèses sont bien vérifiées. Pour ce qui concerne la cote à l'amont du seuil pour un débit de $4,767\text{m}^3/\text{s}$ le tirant d'eau est de 0,88m, donc la variation est faible.

Pour analyser ce qui se passe dans le bief, on commence par calculer les tirants d'eau uniforme et critique. On trouve $h_n = 0,11\text{m}$ et $h_c=0,18\text{m}$. Comme le tirant d'eau aval est de 1m, on a une courbe de type T1. Il faut vérifier que cette courbe T1 ne vient pas noyer la prise. Si on calcule le conjugué de h_n par un ressaut, on trouve 0,27m. La T1 va nous faire passer de 1m à cette valeur en 26m donc on est en écoulement uniforme à l'aval de la prise, et donc notre hypothèse dénoyé est bien vérifiée : on a la solution.

Que se passe-t-il quand le réservoir se remplit et que le tirant d'eau aval est de 2,60m ?

On constate que la ligne d'eau fluviale remonte jusqu'à la prise avec un tirant d'eau à ce niveau de 0,59m. Avec ce tirant d'eau, la vanne est noyée et donc le débit est plus faible que $0,230\text{m}^3/\text{s}$. Pour déterminer le débit il faut donc faire des itérations. Par exemple, on calcule le débit avec un tirant d'eau à l'aval de la prise de 0,59m, on trouve $0,186\text{m}^3/\text{s}$ et on recommence le processus jusqu'à avoir un débit cohérent avec le tirant d'eau à l'aval de la prise. Le débit solution est d'environ $0,180\text{m}^3/\text{s}$. Tant que le réservoir à une cote assez basse et ne vient pas noyer la vanne on a le débit de $0,230\text{m}^3/\text{s}$ puis celui-ci baisse progressivement. Si on veut savoir se qui se passe plus précisément, il faut faire un calcul en transitoire.

Annexe F

Calculs annexes

F.1 Profil minimisant la section d'écoulement

Le problème consiste à faire passer un débit Q , fixé, en minimisant la section d'écoulement. On suppose celle-ci rectangulaire pour simplifier. On cherche alors la largeur (B) de la section.

On écrit donc d'une part que $S = B \times h$. D'autre part, on utilise la formule de Manning-Strickler, $Q = KR_h^{2/3} S \sqrt{I_f}$, I_f et K étant des données constantes. Dans ce problème, nous avons deux variables B et h à déterminer. Pour exprimer que S est minimum, on écrit sa différentielle en fonction des différentielles dB et dh , ce qui nous donne un système de 2 équations à 2 inconnues :

$$dS = h.dB + B.dh \quad (F.1)$$

$$dQ = (\partial Q/\partial B)dB + (\partial Q/\partial h)dh \quad (F.2)$$

En utilisant la formule de Manning-Strickler, l'expression de $R_h = B.h/(B+2h)$, $dQ = 0$ (débit fixé) et $dS = 0$ (on cherche le minimum de S en fonction de B et h), on obtient la solution du système :

$$B = 2.h \quad (F.3)$$

F.2 Equation du ressaut

Comme on ne sait pas exprimer les diverses pertes d'énergie intervenant dans le ressaut, on utilise le théorème de quantité de mouvement qui permet un traitement global entre l'amont et l'aval du ressaut. Le théorème de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{d\vec{m}\vec{U}}{dt} = \sum \vec{F}_e \quad (F.4)$$

En projection sur l'axe du canal on obtient pour la variation de quantité de mouvement :

$$\frac{dmU}{dt} = \frac{(\rho U_2 S_2 dt)U_2 - (\rho U_1 S_1 dt)U_1}{dt} \quad (F.5)$$

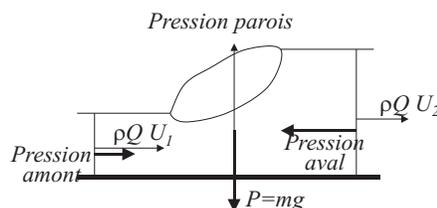


FIGURE F.1 – Théorème de la quantité de mouvement appliqué au ressaut, section uniforme

$$\frac{dmU}{dt} = \rho Q(U_2 - U_1) \quad (\text{F.6})$$

Les forces extérieures peuvent être décomposées en force de gravité, force de frottement contre les parois et forces de pression. Comme la pente est faible on néglige la composante du poids. Les frottements sont négligés car les sections amont et aval du ressaut sont proches. La résultante des forces extérieures se réduit donc à la projection des forces de pression sur l'axe du canal. Pour un canal uniforme les forces de pression exercées par les parois sont nulles en projection selon x . On a donc l'équation du ressaut qui prend la forme :

$$\rho Q(U_2 - U_1) = \rho g S_1 \bar{h}_1 - \rho g S_2 \bar{h}_2 \quad (\text{F.7})$$

\bar{h} est la distance du centre de gravité de la section à la surface libre. On peut réarranger l'équation sous la forme :

$$\rho Q U_1 + \rho g S_1 \bar{h}_1 = \rho Q U_2 + \rho g S_2 \bar{h}_2 \quad (\text{F.8})$$

On fait ainsi apparaître l'**impulsion** qui est la somme de la quantité de mouvement et de la résultante de la force de pression dans la section. Donc dans le ressaut on conserve l'impulsion mais certainement pas la charge ! Dans le cas d'une section rectangulaire $\bar{h} = h/2$ et on a donc :

$$\rho Q(U_2 - U_1) = \rho g S_1 h_1/2 - \rho g S_2 h_2/2 \quad (\text{F.9})$$

Après quelques manipulations calculatoires on obtient :

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1}{2} \quad (\text{F.10})$$

ou

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1}{2} \quad (\text{F.11})$$

On examine à présent comment évoluent ces hauteurs conjuguées par un ressaut. L'équation générale d'un ressaut en canal uniforme s'écrit :

$$\rho Q U_1 + \rho g \int_0^{h_1} (h_1 - y) B(y) dy = \rho Q U_2 + \rho g \int_0^{h_2} (h_2 - y) B(y) dy \quad (\text{F.12})$$

Si on différencie cette équation on a :

$$\rho Q dU_1 + \rho g d\left(\int_0^{h_1} (h_1 - y) B(y) dy\right) = \rho Q dU_2 + \rho g d\left(\int_0^{h_2} (h_2 - y) B(y) dy\right) \quad (\text{F.13})$$

Ce qui donne (théorème de Leibniz) :

$$\left[\frac{-\rho Q^2 B_1}{S_1^2} + \rho g S_1\right] dh_1 = \left[\frac{-\rho Q^2 B_2}{S_2^2} + \rho g S_2\right] dh_2 \quad (\text{F.14})$$

En introduisant les nombres de Froude amont et aval on obtient :

$$S_1(1 - Fr_1^2) dh_1 = S_2(1 - Fr_2^2) dh_2 \quad (\text{F.15})$$

Les variations de h_1 et h_2 sont de signes contraires car $Fr_1 > 1$ et $Fr_2 < 1$. Les ressauts sont donc emboîtés comme représenté sur la figure 4.24 : plus le niveau est haut à l'aval, plus le ressaut est important et donc plus le niveau amont conjugué est bas.

F.3 Equations des ouvrages

▷ Equation du seuil dénoyé

On considère un seuil de largeur L dans un canal rectangulaire de même largeur. On cherche à exprimer la relation entre le débit Q et la hauteur d'eau à l'amont du seuil. La charge au niveau du seuil dénoyé est la charge critique, puisque c'est l'énergie minimale pour faire passer le débit Q .

On a $H_{sc} = h_c + \frac{Q^2}{2gL^2h_c^2}$ où H_{sc} est la charge par rapport au seuil (charge spécifique). Or, au régime critique, $Fr^2 = \frac{Q^2L}{gS^3} = 1$ donc : $\frac{Q^2}{gL^2h_c^2} = h_c$ et $H_{sc} = 3h_c/2$.

Le débit peut donc s'écrire : $Q = Lh_c\sqrt{gh_c}$. Soit en fonction de H_{sc} :

$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}}L\sqrt{2g}H_{sc}^{3/2} \quad (\text{F.16})$$

Comme l'écoulement est contracté, on peut supposer que les pertes de charges sont négligeables entre l'amont du seuil et la section critique. L'énergie critique sur le seuil est donc égale à la charge amont par rapport au seuil. Ainsi, en notant z_d la cote du seuil, $Q = \frac{2}{3\sqrt{3}}L\sqrt{2g}(H_{am} - z_d)^{3/2}$, que l'on écrit sous la forme suivante pour tenir compte des pertes d'énergie en fonction du type de seuil :

$$Q = \mu L\sqrt{2g}(H_{am} - z_d)^{3/2} \quad (\text{F.17})$$

Pour un seuil épais, μ , appelé **coefficient de débit**, est de l'ordre de $2/(3\sqrt{3}) = 0,385$ mais il varie en fonction de la charge et de la forme du seuil. Comme cette expression est implicite en débit (H_{am} dépend de Q), on l'exprime souvent sous la forme :

$$Q = \mu L\sqrt{2g}(z_{am} - z_d)^{3/2} \quad (\text{F.18})$$

Ceci revient à négliger l'énergie cinétique devant la cote dans l'expression de la charge amont. Le coefficient de débit μ est de l'ordre de 0,4.

▷ Equation du seuil noyé

Si on suppose que la perte de charge est négligeable entre l'amont et l'aval du seuil, on a : $H_{am} = H_{av} = z_{av} + \frac{U_{av}^2}{2g}$.

On a donc : $U_{av} = \sqrt{2g(H_{am} - z_{av})}$ d'où le débit en multipliant par la section mouillée aval. De la même manière que précédemment, on écrira de façon générale :

$$Q = \mu' L(z_{av} - z_d)\sqrt{2g(z_{am} - z_{av})} \quad (\text{F.19})$$

ou :

$$Q = \mu' L(H_{av} - z_d)\sqrt{2g(H_{am} - z_{av})} \quad (\text{F.20})$$

Si on considère que le passage noyé-dénoyé a lieu quand le niveau d'eau à l'aval du seuil est égal au tirant d'eau critique sur le seuil (soit $z_{av} - z_d = 2(z_{am} - z_d)/3$) on peut exprimer μ' en fonction de μ par continuité des débits entre les formulations noyé et dénoyé. Pour un seuil épais on a $\mu' = \mu \times \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

▷ Equation de la vanne noyée

On utilise les notations de la figure 4.33. Entre la section amont et la section contractée (section 2), on suppose que la perte de charge est négligeable car l'écoulement est contracté. On a : $H_{am} = H_2$

Soit :

$$z_{am} + \frac{Q^2}{2gL^2h_{am}^2} = z_2 + \frac{Q^2}{2gL^2W^2}$$

On a donc :

$$Q = LW\sqrt{2g(h_{am} - h_2)}\sqrt{\frac{h_{am}^2}{h_{am}^2 - W^2}}$$

Si $h_{am} \gg W$ on a :

$$Q = LW \sqrt{2g(h_{am} - h_2)}$$

Pour calculer le passage de la section 2 à la section aval, on utilise le théorème de quantité de mouvement : $\rho Q \left(\frac{Q}{LW} - \frac{Q}{Lh_{av}} \right) = \sum F_{ext}$ qui peut se mettre sous la forme : $h_2^2 = h_{av}^2 + \frac{2Q^2}{gLW} \left(\frac{W}{h_{av}} - 1 \right)$

Donc, connaissant h_{am} et h_{av} , il est ainsi possible de calculer Q . Si on fait l'hypothèse que $h_{am} \gg W$ et $h_{av} \gg W$ alors

$$Q = C'_d LW \sqrt{2g} \sqrt{h_{am} - h_{av}} \quad (F.21)$$

▷ Elargissement

Pour établir ce type de formule, on applique le théorème de quantité de mouvement entre les sections 1 et 2, les forces extérieures ayant une projection non nulle selon x étant la pression au niveau des sections amont et aval : $\rho Q(U_2 - U_1) = \rho g \frac{L_2}{2} (h_1^2 - h_2^2)$.

Or par continuité du débit on a :

$$U_2 - U_1 = Q \left(\frac{1}{L_2 h_2} - \frac{1}{L_1 h_1} \right)$$

En combinant ces équations et en introduisant le nombre de Froude amont, après quelques manipulations algébriques, on obtient :

$$Fr_1^2 \left(\frac{L_1 h_1}{L_2 h_2} - 1 \right) = \frac{L_2}{2L_1} \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 \right)$$

Si on combine les deux équations et si on suppose que le nombre de Froude amont est faible et que les tirants d'eau amont et aval sont voisins alors on a : $\Delta H \approx \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g}$, d'où la formulation du type 4.43.

F.4 Equations du régime transitoire

F.4.1 Equation de l'onde cinématique

La relation $I_f = J$ donne (formule de Manning-Strickler) $Q = K S R_h^{2/3} I_f^{1/2}$, dans laquelle les variables géométriques (S et R_h) sont des fonctions du niveau d'eau. Ainsi, Q n'est fonction que de h ou S (mais pas explicitement de t). On peut écrire :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dS} \frac{\partial S}{\partial t}$$

Or, d'après l'équation de continuité, $\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$
et

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{dS}{dQ} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$$

ou

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

avec $c_c = \frac{dQ}{dS}$.

On différentie maintenant la fonction $Q(x, t)$:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial t} dt + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$

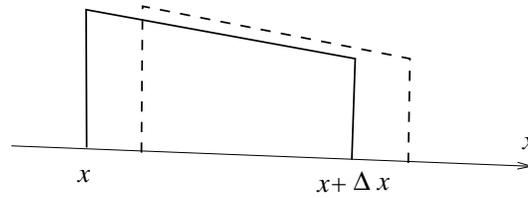


FIGURE F.2 – Evolution onde diffusive

Le long de la courbe d'équation $\frac{dx}{dt} = c_c$, appelée courbe caractéristique, on a :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + c_c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Donc $Q = cte$ le long de la caractéristique.

Ordre de grandeur de c_c

Par définition, $c_c = \frac{dQ}{dS}$

Or, $Q = KSR^{2/3}I_f^{1/2} = D_e I_f^{1/2}$, $D_e = KSR^{2/3}$ étant la débitance.

$$\frac{c_c}{U} = \frac{I_f^{1/2}}{B} \frac{dD_e}{dh} \frac{S}{D_e I_f^{1/2}}$$

$$\frac{c_c}{U} = \frac{S}{BD_e} \frac{dD_e}{dh}$$

Pour une section rectangulaire large on obtient :

$$Q = KLh^{2/3}I_f^{1/2} = KLh^{5/3}I_f^{1/2}$$

$$c_c = \frac{dQ}{dS} = \frac{dQ}{Ldh} = \frac{5}{3}h^{2/3}I_f^{1/2}$$

soit

$$c_c = \frac{5}{3}U$$

F.4.2 Equations de l'onde diffusante

On considère une portion d'écoulement entre deux sections distantes de Δx et on suit la variation de quantité de mouvement de cette portion de canal pendant un temps Δt comme illustré sur la figure F.2. On a une simple translation si on suppose que la pente de la ligne d'eau évolue peu. Là encore la variation de quantité de mouvement de cette portion de fluide est nulle : $\Delta mU = 0$.

Examinons les résultantes des diverses forces s'exerçant sur ce volume de fluide.

Comme $S(x)$ est variable, le calcul est un peu plus compliqué.

Pour la gravité on a :

$$\int_t^{t+\Delta t} F_g dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S I_f dx dt$$

Pour le frottement on a :

$$\int_t^{t+\Delta t} F_f dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S J dx dt$$

Pour la résultante des forces de pression, on va faire le raisonnement dans le cas rectangulaire (le cas général est expliqué plus bas).

Dans une section on a : $f_P = \rho g \int_0^{h(x)} (h(x) - y)L(y, x)dy$ Pour un rectangle : $f_P = \rho g L \frac{h(x)^2}{2}$ La résultante des forces de pression est donc :

$$F_P = f_P(x) - f_P(x + \Delta x) = \frac{\rho g L}{2}(h(x)^2 - h(x + \Delta x)^2)$$

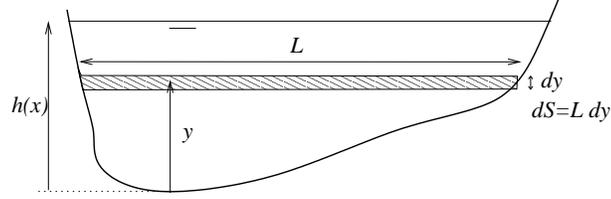


FIGURE F.3 – Force de pression dans une section

$$F_P = - \int_x^{x+\Delta x} \rho g L h \frac{\partial h}{\partial x} dx = - \int_x^{x+\Delta x} \rho g S \frac{\partial h}{\partial x} dx$$

$$\int_t^{t+\Delta t} F_P dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S \frac{\partial h}{\partial x} dx dt$$

POUR ALLER PLUS LOIN On écrit l'intégrale suivante sous la forme : $\int_t^{t+\Delta t} F_P dt = \int_t^{t+\Delta t} f_P(x) - f_P(x + \Delta x) dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial f_P}{\partial x} dx dt$

On utilise alors le théorème de Leibnitz :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{A(x)}^{B(x)} f(x, y) dy = \int_{A(x)}^{B(x)} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dy + f(x, B(x)) \frac{\partial B}{\partial x} - f(x, A(x)) \frac{\partial A}{\partial x}$$

donc :

$$\frac{\partial f_P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\rho g \int_0^{h(x)} (h(x) - y) L dy] = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^{h(x)} y L dy = \rho g S \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\int_t^{t+\Delta t} F_P dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S \frac{\partial h}{\partial x} dx dt$$

Le théorème de quantité de mouvement s'écrit donc :

$$\Delta m U = 0 = \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S I_f dx dt - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S J dx dt - \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \rho g S \frac{\partial h}{\partial x} dx dt$$

Ceci est vrai quel que soit Δx et Δt donc :

$$\rho g S I_f - \rho g S J - \rho g S \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

soit :

$$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x}$$

d'où le système d'équations :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{F.22})$$

$$J = I_f - \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{F.23})$$

Or $J = \frac{Q^2}{K^2 S^2 R^{4/3}} = \frac{Q^2}{D_e^2} (D_e \text{ débitance})$.

Si on dérive l'équation de continuité par rapport à x et l'équation dynamique par rapport à t on obtient :

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} = 0$$

$$\frac{2Q}{D_e^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{D_e^3} \frac{dD_e}{dS} \frac{\partial S}{\partial t} = - \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t}$$

Or $\frac{dS}{dy} = B$, donc :

$$\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} = - \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

$$\frac{2Q}{D_e^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{D_e^3} \frac{dD_e}{dS} \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

$$\frac{2Q}{D_e^2} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q^2}{D_e^3} \frac{dD_e}{dS} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

Qui est de la forme :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c_d \frac{\partial Q}{\partial x} = k_d \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

Avec : $c_d = \frac{Q}{D_e} \frac{dD_e}{dS}$ et $k_d = \frac{D_e^2}{2QB}$

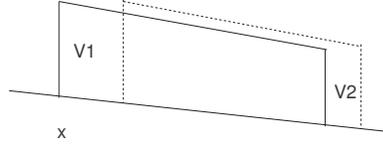


FIGURE F.4 – Dynamique

F.4.3 Equations de Saint-Venant

Equation dynamique

On applique le théorème de quantité de mouvement à un volume de particule d'eau compris entre deux sections distantes de Δx que l'on suit pendant un temps Δt (figure : F.4).

On examine la projection sur l'axe de l'écoulement.

La quantité de mouvement gagnée est celle relative au volume V_2 : $\int_t^{t+\Delta t} \rho(UUS)_{x+\Delta x} dt$. La quantité de mouvement perdue est celle relative au volume V_1 : $\int_t^{t+\Delta t} \rho(UUS)_x dt$. La variation de quantité de mouvement pour la partie commune est : $\int_x^{x+\Delta x} (\rho(U S)_{t+\Delta t} - \rho(U S)_t) dx$.

Donc :

$$\Delta mU = \int_t^{t+\Delta t} \rho(UUS)_{x+\Delta x} dt - \int_t^{t+\Delta t} \rho(UUS)_x dt + \int_x^{x+\Delta x} (\rho(U S)_{t+\Delta t} - \rho(U S)_t) dx$$

$$\Delta mU = \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial SU^2}{\partial x} dx dt + \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial SU}{\partial t} dx dt$$

$$\Delta mU = \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial QU}{\partial x} dx dt + \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial t} dx dt$$

Donc :

$$\rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial QU}{\partial x} dx dt + \rho \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial t} dx dt = \rho g S \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} (I_f - J) dx dt - \rho g S \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial h}{\partial x} dx dt$$

Ceci est vrai quel que soit x, t et donc on obtient l'équation dynamique sous la forme dérivée : $\frac{\partial Q}{\partial t} +$

$$\frac{\partial QU}{\partial x} - gS(I_f - J - \frac{\partial h}{\partial x}) = 0$$

ou :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} + gS \frac{\partial Z_w}{\partial x} = -gSJ \tag{F.24}$$

En faisant apparaitre la vitesse on obtient :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial US}{\partial t} = U \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial U}{\partial t} \text{ et en utilisant l'équation de continuité :}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -U \frac{\partial Q}{\partial x} + S \frac{\partial U}{\partial t}$$

$$\frac{\partial QU}{\partial x} = U \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} = S \frac{\partial U}{\partial t} + Q \frac{\partial U}{\partial x}$$

F.5 Méthode des caractéristiques

F.5.1 Présentation de la méthode

On reprend les équations 4.63 et 4.64 que l'on peut écrire sous forme matricielle :

$$M \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} + N \frac{\partial \vec{X}}{\partial x} = \vec{X} \tag{F.25}$$

avec :

$$M = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{F.26}$$

$$N = \begin{pmatrix} UB & S \\ g & U \end{pmatrix} \tag{F.27}$$

$$\vec{C} = \left(\begin{array}{c} q - U \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{h=cte} \\ g(I - J) + (k - 1) \frac{qU}{S} \end{array} \right) \quad (\text{F.28})$$

$$\vec{X} = \left(\begin{array}{c} h \\ U \end{array} \right) \quad (\text{F.29})$$

Dans le plan (x,t), on considère une trajectoire d'équation :

$$t = f(x). \vec{X}(x, t) = \vec{X}(x, f(x)) = \vec{X}_0(x)$$

On a donc : $d\vec{X}_0 = \frac{\partial \vec{X}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} dt$.

On peut donc écrire : $\frac{\partial \vec{X}}{\partial x} = \frac{d\vec{X}_0}{dx} - \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} \frac{dt}{dx}$.

En remplaçant $\frac{\partial \vec{X}}{\partial x}$ par sa valeur dans F.25, on obtient : $(M - N \frac{dt}{dx}) \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} = \vec{C} - N \frac{d\vec{X}_0}{dx}$ qui sont les équations de Saint Venant le long de la courbe $t = f(x)$. On va chercher les courbes $t = f(x)$ particulières qui sont les trajectoires des perturbations. Quand une perturbation passe la dérivée à gauche et à droite est différente. Ceci signifie que le système précédent est indéterminé, donc son déterminant et son déterminant adjoint sont nuls : $\det(M - N \frac{dt}{dx}) = 0$ et $\overline{\det}(M - N \frac{dt}{dx}) = 0$.

$$\det(M - N \frac{dt}{dx}) = \left(\begin{array}{cc} B(1 - U \frac{dt}{dx}) & -S \frac{dt}{dx} \\ -g \frac{dt}{dx} & 1 - U \frac{dt}{dx} \end{array} \right) \quad (\text{F.30})$$

$\det(M - N \frac{dt}{dx}) = B(1 - U \frac{dt}{dx})^2 - gS(\frac{dt}{dx})^2 = 0$ On obtient donc : $\frac{dx}{dt} = U \pm \sqrt{\frac{gS}{B}}$. Si on pose $C^2 = \frac{gS}{B}$ on a alors :

$$\frac{dx}{dt} = U + \epsilon C \quad (\text{F.31})$$

avec $\epsilon = \pm 1$. On a donc deux familles de courbes appelées respectivement : caractéristiques positives $\frac{dx}{dt} = U + C$ et caractéristiques négatives $\frac{dx}{dt} = U - C$. Ces courbes sont les trajectoires des ondes dans le plan (x, t). C est la célérité des ondes dans le liquide au repos.

On utilise maintenant le fait que le déterminant adjoint doit être nul.

$$\overline{\det} \left(\begin{array}{cc} B(1 - U \frac{dt}{dx}) & -BU \frac{dh}{dx} - S \frac{dU}{dx} \\ -g \frac{dt}{dx} & g(I - J) + (k - 1) \frac{qU}{S} - g \frac{dh}{dx} - U \frac{dU}{dx} \end{array} \right) = 0 \quad (\text{F.32})$$

On obtient :

$$B(dx - U dt)[g(I - J)dx + (k - \epsilon) \frac{qU}{S} dx - g dy - U dU] + g dt [q dx - U \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{y=cte}] = 0$$

En utilisant les équations des caractéristiques F.31 et la définition de C et après quelques calculs algébriques, on peut écrire :

$$dU + \epsilon \frac{g}{C} dy = [g(I - J) + \frac{g}{S}((k - 1)U + \epsilon C) - \epsilon \frac{UC}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{y=cte}] dt \quad (\text{F.33})$$

Ces équations sont les relations caractéristiques correspondant aux deux caractéristiques définies précédemment. Ce sont des équations différentielles qui décrivent les conditions de propagation des perturbations. On a donc remplacé les équations de Saint Venant F.25 par la résolution des relations caractéristiques F.33 sur les caractéristiques F.31.

F.5.2 interprétation physique –

Écrivons les équations des caractéristiques F.31 en fonction du nombre de Froude :

$$\frac{dx}{dt} = C(F_r \pm 1) \quad (\text{F.34})$$

On examine l'allure de ces courbes en fonction du type d'écoulement, fluvial ou torrentiel. Pour un écoulement fluvial $F_r < 1$, donc la caractéristique positive a une pente positive et la caractéristique négative a une pente négative, comme indiqué figure F.5.

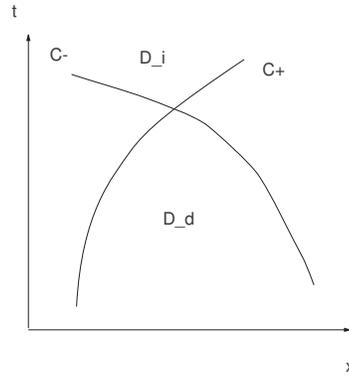


FIGURE F.5 – Caractéristiques en écoulement fluvial

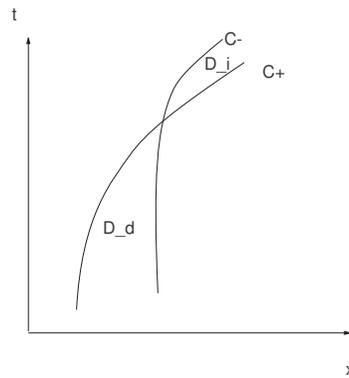


FIGURE F.6 – Caractéristiques en écoulement torrentiel

Pour un écoulement torrentiel, $Fr > 1$, donc les caractéristiques positive et négative ont une pente positive, comme indiqué figure F.6.

Que l'on soit en fluvial ou en torrentiel, les variations de U et h en M peuvent être calculées à partir des valeurs connues dans le domaine D_d que l'on appelle domaine de dépendance, le domaine D_i est le domaine d'influence. Connaissant les valeurs de U et h le long de la C^+ et de la C^- , en intégrant les équations F.33 on peut calculer U et h en M .

F.5.3 conditions initiales et conditions aux limites –

Pour pouvoir démarrer le calcul, que l'on soit en fluvial ou en torrentiel, il faut connaître les conditions initiales en U et h pour tout x . On examine tout d'abord les conditions aux limites dans le cas fluvial.

Si on considère un point M sur la frontière amont en $x = 0$ comme indiqué sur la figure F.7, on connaît la C^- pour $t < t_M$. Par contre on ne connaît rien sur la C^+ : il nous faut donc une condition à la limite amont de la forme $adU + bdh = cdt$. Si on considère un point N sur la frontière aval en $x = X$, on connaît la C^+ pour $t < t_N$. Par contre on ne connaît rien sur la C^- : il nous faut donc une condition à la limite aval de la forme $a'dU + b'dh = c'dt$.

On examine maintenant les conditions aux limites dans le cas torrentiel.

Si on considère un point M sur la frontière amont en $x = 0$ comme indiqué sur la figure F.8, on ne connaît pas la C^+ et la C^- pour $t < t_M$. Il nous faut donc deux conditions à la limite amont de la forme $dU = a(t)dt$ et $dh = b(t)dt$. Si on considère un point N sur la frontière aval en $x = X$, on connaît la C^+ et la C^- pour $t < t_N$, on n'a pas besoin de condition aval. En résumé, on a donc besoin de deux conditions amont en torrentiel et d'une condition amont et aval en fluvial.

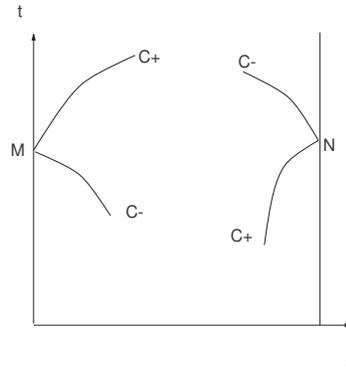


FIGURE F.7 – Condition à la limite en fluvial

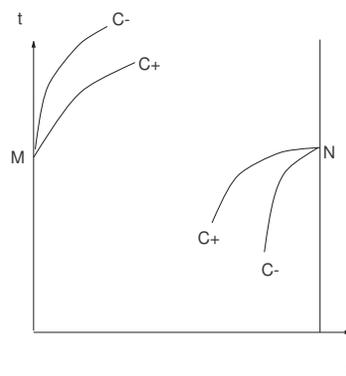


FIGURE F.8 – Condition à la limite en torrentiel

Les conditions à la limite les plus classiques en torrentiel sont $Q(t)$ et $h(t)$ donnés à l'amont. Pour le cas fluvial, on donne le débit amont $Q(t)$ et le tirant d'eau aval $h(t)$ ou une courbe de tarage $Q(h)$.

F.5.4 Etude d'un cas simple

On examine le cas d'un canal rectangulaire uniforme sans frottement et de pente nulle. On a alors une forme très simple pour les équations caractéristiques : $dU + \epsilon \frac{g}{C} dh = 0$; mais dans ce cas $C = \sqrt{gh}$, on a donc :

$$dU + \epsilon \frac{g}{C} \frac{2C}{g} dC = 0$$

soit :

$$d(U + 2\epsilon C) = 0 \tag{F.35}$$

Le long des caractéristiques F.31 $\frac{dx}{dt} = U + \epsilon C$.

On considère le cas fluvial décrit sur la figure F.9. On suppose que tout est constant dans le canal jusqu'au temps T (point a). Si h et U sont constants, cela implique que les caractéristiques dans cette zone ($t < T$) sont des droites. Après le temps T , on suppose que l'on modifie la condition amont. La droite ab, caractéristique positive de pente $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{U_0 + C_0}$, est la limite de la zone perturbée. En effet, la perturbation va se propager de l'amont le long de la C^+ . Donc toute la zone à droite de ab est non influencée et reste en stationnaire avec des caractéristiques droites.

Si on prend un point d sur la condition à la limite amont tel qu'il existe une C^- venant de la zone stationnaire, on saura calculer U_d et C_d en combinant la condition à la limite (par exemple $U(t)$ donné) avec

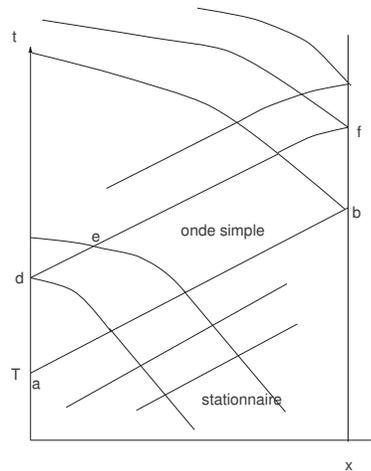


FIGURE F.9 – Caractéristiques d'une portion de canal

la relation sur la caractéristique négative : $U_d - 2C_d = U_0 - 2C_0$. Jusqu'au point c, on sait donc calculer les valeurs de U et C sur la limite amont.

Regardons ce qui se passe pour un point e dans cette zone abc. Sur la C^+ venant de d on a : $U_e + 2C_e = U_d + 2C_d$. Sur la C^- venant de la zone stationnaire on a : $U_e - 2C_e = U_0 - 2C_0$.

En combinant ces deux équations avec $U_d - 2C_d = U_0 - 2C_0$ on obtient donc : $U_e = U_d$ et $C_e = C_d$.

Cela veut donc dire que la perturbation générée à la limite amont se propage inchangée vers l'aval et donc que la C^+ venant de d est droite dans cette zone (par contre la C^- n'est pas droite). C'est une zone d'onde simple qui ne peut exister que près d'une zone stationnaire. Pour obtenir le temps correspondant au point e, il suffit d'utiliser l'équation de la C^+ qui est une droite. On a supposé dans tout ce raisonnement que la condition aval n'avait pas bougé. Mais quand on arrive au point b, U et C ne vont pas pouvoir rester à la valeur stationnaire du fait de l'arrivée de la perturbation amont. Pour calculer ce qui se passe en f sur la condition aval on écrit que sur la C^+ , $U_f + 2C_f = U_d + 2C_d$. En combinant cette équation avec la condition à la limite aval (par exemple $h(t)$ donc $C(t)$ donné) on peut calculer U_f et C_f . Il faut pour cela avoir aussi le temps où on est en f. On n'aura pas ce temps de façon explicite comme dans la zone abc car la C^+ n'est pas droite dans cette zone. On pourra obtenir une approximation de la pente de la C^+ par exemple en écrivant :

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2}{(U_f + C_f) + (U_d + C_d)}$$

De manière générale, dans la zone au-dessus de bc, il y a des interactions d'ondes et il faudra construire le réseau de caractéristiques courbes et donc les approcher pour pouvoir continuer le calcul. C'est cette méthode de calcul que nous allons présenter.

F.5.5 Résolution par la méthode des caractéristiques

Quand les caractéristiques ne sont pas droites, même dans un cas simple comme précédemment, on ne peut obtenir qu'une approximation de ces courbes. On rentre donc naturellement dans les méthodes numériques de résolution des écoulements transitoire, en utilisant la théorie des caractéristiques. On cherche donc à résoudre les équations F.33 le long des caractéristiques F.31.

On considère le cas fluvial décrit figure F.10.

On suppose connus deux points M et N. On veut calculer ce qui se passe en T, intersection des caractéristiques passant par ces deux points. On va utiliser une méthode de différence finie en supposant que dans les équations F.31 et F.33 les différentielles totales peuvent être approchées par des variations finies (par exemple $dx = \Delta x$). Cela revient à chercher une approximation des portions de caractéristiques par des droites et à intégrer les relations sur les caractéristiques par une méthode numérique plus ou moins

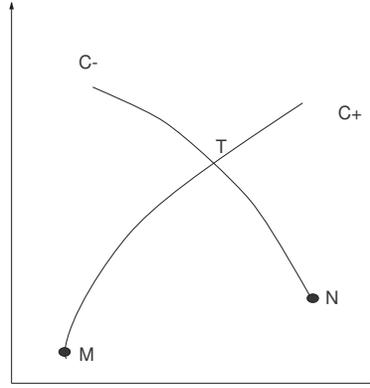


FIGURE F.10 – Résolution par la méthode des caractéristiques

complexe (par exemple la méthode des trapèzes). Il faut bien entendu que les points M, N et T ne soient pas trop éloignés.

On obtient alors : $x_T - x_M = (U_M + C_M)(t_M - t_T)$ et $x_T - x_N = (U_N - C_N)(t_N - t_T)$ qui permettent de calculer x_T et t_T . On peut alors discrétiser les relations caractéristiques :

$$U_T - U_M + (h_T - h_M) \frac{g}{c} = (t_T - t_M) \left[g(I - J) - \frac{UC}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{h=cte} \right]_M$$

et

$$U_T - U_N - (h_T - h_N) \frac{g}{c} = (t_T - t_N) \left[g(I - J) + \frac{UC}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{h=cte} \right]_N$$

ce qui permet de calculer h_T et U_T . On est limité par des conditions de **stabilité**. Si $t_M = t_N = t_0$, et si on écrit $\Delta x = (x_N - x_M)$ et $\Delta t = (t_T - t_0)$ alors on doit respecter : $\Delta t < \frac{\Delta x}{U+C}$. Que l'on peut écrire sous la forme $Cr < 1$ avec

$$Cr = \frac{\Delta t(U + C)}{\Delta x} \quad (\text{F.36})$$

Ce nombre sans dimension Cr est appelé le **nombre de Courant**, et la condition de stabilité précédente est connue sous le nom de condition de «Courant, Fredrich, Lévy».

Annexe G

Ouvrages

G.1 Seuils

l'équation classique du seuil dénoyé est :

$$Q = \mu \sqrt{2g} L h_{am}^{3/2} \quad (\text{G.1})$$

G.1.1 Seuil rectangulaire, paroi mince

On parle aussi de seuil de Bazin. Formule de Rehbock :

$$\mu = \frac{2}{3} \left(0,6034 + \frac{1}{1050 h_{am} - 3} + 0,08 \frac{h_{am}}{p} \right) \quad (\text{G.2})$$

G.1.2 Seuil triangulaire

Formule de Gourley et Crimp :

$$Q = 1,32 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) h_{am}^{2,47} \quad (\text{G.3})$$

avec α angle d'ouverture du seuil triangulaire, soit 90° pour le seuil le plus courant.

G.1.3 Seuil circulaire

On trouve ce type de situation à l'amont d'une buse, par exemple. La procédure est un peu complexe. Elle est établie à partir de l'hypothèse que la buse se comporte comme un seuil épais, avec un passage par l'état critique.

1. Calculer θ tel que $H_{am}/D = \sin^2(\theta/4) + \frac{\theta - \sin \theta}{16 \sin(\theta/2)}$, avec D diamètre de la buse ;
2. Calculer $h_c = D \sin^2(\theta/4)$
3. Calculer $S = \frac{1}{8} D^2 (\theta - \sin \theta)$
4. Calculer $Q = S C_d \sqrt{2g(H_{am} - h_c)}$, avec C_d coefficient de débit proche de 1.

G.1.4 Seuil Parshall

On peut utiliser l'équation standard d'un seuil :

$$Q = 2/(3\sqrt{3}) \sqrt{(2g)} L h_{am}^{3/2} \quad (\text{G.4})$$

dans laquelle on pourra introduire un coefficient correctif.

G.2 Chute

La mesure de la hauteur d'eau au-dessus d'une chute (h_e) peut être reliée de la même manière au débit. Diverses hypothèses amènent à la relation $h_e \approx 0,7h_c$ lorsque la marche à l'amont de la chute est horizontale et que cette marche se comporte comme un seuil épais, ce qui est le cas classique. On rappelle que le seuil est considéré comme épais s'il est suffisamment large pour permettre le passage par le régime critique.

D'autres relations existent pour des formes plus complexes de section à la chute ainsi que pour des marches inclinées (l'écoulement est alors torrentiel sur la marche).

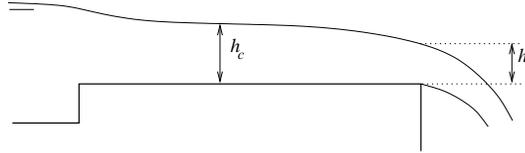


FIGURE G.1 – Mesure de la hauteur d'eau h_e à la chute

Annexe H

Formules de transport solide

Engelund-Hansen

$$q_s = \frac{0,05U^5}{(s-1)^2 \sqrt{g} d Ch^3} \quad (\text{H.1})$$

Ch étant ici le coefficient de Chézy. Cette formule, établie à partir de considérations énergétiques et empiriques, est souvent recommandée pour le transport total de sables avec présence de suspension, voire de dunes ou rides. Elle a toutefois été calée sur des sables de diamètre 190-930 μm .

Ackers-White

$$M = \frac{u^{*C_1}}{\sqrt{gd}(s-1)} \left[\frac{u}{\sqrt{32} \log(10h/d)} \right]^{1-C_1}$$
$$q_s = u h d s C_1 \left(\frac{M}{C_3} - 1 \right)^{C_4} \left(\frac{u}{u^*} \right)^{C_1} \quad (\text{H.2})$$

avec C_1, C_2, C_3, C_4 variables dépendant du diamètre sédimentologique $d^* = d \left(\frac{g(s-1)}{\nu^2} \right)^{1/3}$. La formule d'Ackers-White semble souvent donner des résultats satisfaisants. On remarquera toutefois qu'elle diverge au voisinage de $d = 40\mu\text{m}$; on évitera de l'utiliser pour des diamètres proches de cette valeur.

Bagnold

Bagnold établit sa formule à partir de considérations énergétiques. Il considère que l'énergie disponible pour le transport solide est une fraction de l'énergie totale de l'écoulement. Il distingue les parties charriage et suspension :

$$q_s = q_{s,ch} + q_{s,sus} \quad (\text{H.3})$$

avec

$$q_{s,ch} = \beta_1 \frac{\tau_0 u}{\rho_s g} \quad (\text{H.4})$$

$$q_{s,sus} = \beta_2 \frac{\tau_0 u}{\rho_s g} \frac{u}{w} \quad (\text{H.5})$$

La formule semble donner de bons résultats lorsque la suspension est présente (Yalin, 1977). Les auteurs donnent des abaques pour estimer les coefficients β_1 et β_2 pour $d \in [30\mu\text{m}; 1000\mu\text{m}]$; pour simplifier, on peut dans la plupart des cas raisonnablement poser $\beta_1 = 0,17$ et $\beta_2 = 0,01$. Bagnold a également réfléchi au problème des cours d'eau de faible largeur, en reliant la contrainte efficace au rapport largeur sur profondeur de l'écoulement.

Van Rijn

Van Rijn a proposé en 1984 deux approches nouvelles et intéressantes, basées sur la théorie de la diffusion turbulente. Les formules qu'il établit pour le charriage et la suspension sont toutefois sensibles à l'estimation de certains paramètres, comme la hauteur de référence a . Il propose une simplification valide dans le domaine $[100\mu m; 2000\mu m]$:

$$q_{s, ch} = 0,005uh \left[\frac{u - u_{cr}}{\sqrt{gd(s-1)}} \right]^{2,4} \left(\frac{d}{h} \right)^{1,2} \quad (H.6)$$

$$q_{s, sus} = 0,012uh \left[\frac{u - u_{cr}}{\sqrt{gd(s-1)}} \right]^{2,4} \left(\frac{d}{h} \right)^{1,2} d^{*-0.6} \quad (H.7)$$

Il estime les vitesses critiques de mise en mouvement u_{cr} à partir des diamètres d_{50} et d_{90} du lit. Cette formule semble donner également des résultats satisfaisants et présente l'avantage, comme celle de Bagnold, de distinguer charriage et suspension.

Karim Kennedy

Karim et Kennedy ont d'abord proposé en 1982 une formule empirique reliant quatre nombre adimensionnels :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{q_s}{\sqrt{g(s-1)d^3}} \\ X_2 &= \frac{u}{\sqrt{g(s-1)d}} \\ X_3 &= \frac{u^* - u_{cr}^*}{\sqrt{g(s-1)d}} \\ X_4 &= \frac{h}{d} \\ \log X_1 &= -2,279 + 2,972 \log X_2 + 1,060 \log X_2 \log X_3 + 0,299 \log X_3 \log X_4 \end{aligned} \quad (H.8)$$

En 1990 ils proposent une forme simplifiée de leur formule :

$$X_1 = 0.00151 X_2^{3,369} X_3^{0,840} \quad (H.9)$$

La vitesse de frottement u_{cr}^* peut être déterminée à partir des abaques de Shields.

Yang

De la même manière que Karim et Kennedy, Yang identifie des paramètres physiques du transport solide et en déduit sa formule par régression sur un grand nombre de données :

$$\begin{aligned} \log C &= 5,435 - 0,286 \log \frac{wd}{\nu} - 0,457 \log \frac{u^*}{w} + \\ &+ \left[1,799 - 0,409 \log \frac{wd}{\nu} - 0,314 \log \frac{u^*}{w} \right] \log \left[\frac{uJ}{w} - \frac{u_{cr}J}{w} \right] \\ q_s &= huC \end{aligned} \quad (H.10)$$

Il propose une détermination de la vitesse critique en fonction du diamètre des particules.

Meyer-Peter

Lorsqu'il y a que du charriage (donc lorsque les matériaux du lit sont trop gros pour être mis en suspension), on utilise fréquemment la formule de Meyer-Peter (1948) :

$$q_s^* = 8 \sqrt{\frac{\rho_s - \rho}{\rho}} g d^3 (\tau^* - \tau_{cr}^*)^{3/2} \quad (H.11)$$

avec τ_{cr} la contrainte minimale pour la mise en mouvement (de l'ordre de 0,045), pas trop grande non plus (sinon il y a aussi suspension). Les contraintes utilisées sont des contraintes efficaces, un peu plus faibles que les contraintes de cisaillement totales.

Index

- Ackers-White, formule d'–, 171
- adduction d'eau potable, 132
- adsorption, 92
- AEP, 132
- alimentation en eau potable, 132
- Alliévi
 - équations d', 44
- aménagement de rivière, 151
- auto-épuration, 95
- autosuspension, 99

- Bagnold, formule de –, 171
- barrage, 7, 14
- Barré de Saint-Venant, 86
- bec de canard, 77
- Begemann, 77
- Bergeron
 - épures de, 45
- Bernoulli
 - théorème de, 11, 14
- Blasius
 - formule de, 20
- Borda
 - formule de, 24

- Calage, 59
- canalisation, 7
- caractéristiques
 - méthode des, 44, 163
- cavitation, 30
- célérité, 55
- charge, 8, 11, 54–55
- charge critique, 54
- charge spécifique, 54
- charriage, 117, 171, 172
- Chézy, 58
- circuit hydraulique, 25
- cisaillement, 6, 98
- coefficient d'énergie cinétique, 12
- coefficient de Chézy, 58
- coefficient de contraction, 14
- coefficient de Coriolis, 12
- coefficient de débit, 71, 73, 159
- coefficient de Manning, 58
- coefficient de Strickler, 58, 59
- Colebrook
 - formule de, 20
- concentration, 92
- profil vertical, 99–100
- conduite
 - hydrauliquement lisse, 20
 - rugueuse, 20
 - semi-rugueuse, 20
- Conflit de contrôle, 67
- contraction, 14
- contrainte, 6
- contrainte adimensionnelle de Shields, 98
- contrainte de cisaillement, 60, 98
- contrainte de cisaillement à la paroi, 60
- contre-pente, 64
- contrôle hydraulique, 66
- convection, 93
- cote, 51
- couche limite, 10
- coude, 7
- coup de bélier, 38
- courbe caractéristique, 84
 - de pompe, 29
 - de réseau, 25
- courbe de tarage, 113
- courbes de remous, 63
- critique, 55, 63
- crue, 81, 82, 151

- débit, 10
- dénoyé, 71, 72, 114
- déversoir à paroi mince, 113
- déversoir latéral, 76
- diagnostic, 59
- diamètre, 97
- diamètre médian, 59, 97
- diffluence, 156
- diffusion, 93
- diffusion moléculaire, 93
- diffusion turbulente, 93
- dilution, 94
- dispersion, 93
- débit unitaire, 110
- débitance, 62

- échange, 93
- échelle limnimétrique, 113
- écoulement
 - en charge, 18
 - laminaire, 19
 - turbulent, 19
- écoulement graduellement varié, 62
- écoulement lisse, 11
- écoulement noyé, 72
- écoulement rapidement varié, 68

- écoulement transitoire, 81
- élargissement, 74
- énergétique
 - approche –, 101, 171
- énergie de pression, 8
- énergie potentielle, 8
- Engelund-Hansen, formule d'–, 171
- équation de continuité, 13
- équation dynamique, 14
- érosion, 92
- étalonnage, 113
- Euler
 - théorème d', 14
- explicite, 88

- fluide, 4
- fluide parfait, 5
- fluvial, 55
- formule de Chézy, 58
- Froude
 - nombre de, 55
- fruit, 52

- gaz, 4
- gradient hydraulique, 13, 19

- hauteurs conjuguées, 68
- hauteur critique, 55
- hauteur d'eau, 52
- hauteur de référence, 100
- hauteur manométrique d'élévation, 29
- hauteur normale, 57
- hauteurs correspondantes, 68
- Hjulstrom
 - diagramme de, 98
- hydrogramme, 81
- hydrostatique, 6

- implicite, 88
- impulsion, 158

- jaugeage, 112, 113
- Joukowski
 - équation de, 44

- Karim-Kennedy, formule de –, 172

- Lacey, 102
- laminage, 81
- laminaire, 12
- largeur au miroir, 51
- Lechapt et Calmon
 - formule de, 21
- ligne
 - piézométrique, 135
 - de charge, 135
- ligne d'eau, 61
- ligne de charge, 13, 54
- ligne de courant, 11
- ligne piézométrique, 13, 54

- liquide, 4
- loi de chargement, 102
- longueur équivalente, 25

- maillage, 50
- Manning-Strickler, 58
 - formule de (en charge), 21
- masse volumique, 4
- matières en suspension, 92
- Meyer-Peter, formule de –, 172
- module à masques, 76
- monodimensionnel, 9
- Moody
 - abaques de, 21

- newtonien, 5
- Nikuradsé
 - formule de, 20
- niveau piézométrique, 15
- nombre de Courant, 168
- nombre de Froude, 55
- normal, 63
- noyé, 71
- NPSH
 - disponible, 34
 - définition, 30
 - requis, 34

- onde cinématique, 82, 83
- onde diffusante, 82, 85, 161
- ondes
 - célérité, 55
- orifice, 72
- ouverture, 73

- parallèle, 25
- Parshall, 113
- pente faible, 64
- pente forte, 64
- pente nulle, 64
- permanent, 57
 - régime, 50
- perte de charge linéaire, 13
- perte de charge singulière, 13
- pertes de charge, 13, 18
 - linéaires, 19
 - singulières, 19
- Pitot
 - tube de, 16
- piézométrique, 13, 15, 54
- plafond, 151
- point de fonctionnement, 31
- pollution, 92
- Pompage – , 116
- pompe, 29
 - centrifuge, 29
 - mono- et multi- cellulaire, 31
 - vitesse fixe, 30
 - vitesse variable, 30
- pompes

- en parallèle, 33
 - en série, 32
- poussée d'Archimède, 8
- préleveur
 - carottier, 118
- pression, 4
 - absolue, 5
 - atmosphérique, 5
 - distribution hydrostatique, 8, 54
 - relative, 5, 135
- pression d'arrêt, 16
- profil en long, 115
- profil en travers, 114
- profondeur, 52
- profondeur normale, 57
- propagation, 82
- Prélèvement intégré – , 117
- périmètre mouillé, 51

- qualité, 92

- ramifications, 50
- rayon hydraulique, 51
- recalibrage, 151
- régime, 102
- rendement
 - de pompe, 29
- réseau d'assainissement, 92
- réseau d'irrigation, 92
- ressaut, 157
- ressaut hydraulique, 68
- retenue, 14, 81
- revanche, 151
- Reynolds
 - nombre de , 19
- rugosité de forme, 59
- rugosité de peau, 59
- régime permanent, 13
- régulation manométrique, 36
- réservoir hydrophore, 37

- Saint-Venant
 - équations de, 86
 - équations de Saint-Venant, 82
- Schmidt-Rouse, 99
- schéma de Preissmann, 89
- section de contrôle, 70, 71
- section mouillée, 9
- série, 25
- seuil jaugeur à ressaut, 113
- seuil Parshall, 113
- seuil rectangulaire, 114
- seuil triangulaire, 114
- seuils à mince paroi, 114
- Shields, 98
 - contrainte critique, 172
- singularité, 13, 74
- siphon, 150
- stabilité, 168

- Stokes
 - loi de, 97
- Strickler
 - coefficient de, 58
 - subcritique, 55, 66
 - supercritique, 55, 66
 - suspension, 92, 171, 172

- tenseur des contraintes, 6
- terme d'échange, 94
- théorème d'Euler, 14
- théorème de Bernoulli, 11, 14
- tirant d'eau, 52
- torrentiel, 55
- transitoire
 - régime, 50
- transport solide, 92
- tri granulométrique longitudinal, 104
- turbulent, 12

- une courbe granulométrique, 97
- uniforme, 57

- Van Rijn, formule de –, 172
- vanne, 72
- vanne à glissières, 73
- vannes à flotteur, 77
- viscosité, 5
- vitesse, 9
- vitesse de chute, 97
- vitesse de cisaillement, 52, 99
- vitesse de frottement, 52, 99
- Von Karman
 - formule de, 20

- wash load, 99

- Yang, formule de –, 172

