

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
D'HYDRAULIQUE ET DE MECANIQUE
DE GRENOBLE**

P.H. BOIS

HYDROLOGIE GENERALE

Attention ce document ayant été scanné à partir de 2 originaux,
la numérotation des pages dans le texte n'est pas exacte
Par ailleurs il ne s'agit que d'un document destiné à aider les
élèves qui suivaient ce cours

2000

**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE**

I N T R O D U C T I O N

Ce polycopié n'est pas un cours complet d'hydrologie générale ; il contient simplement un certain nombre de données sur les phénomènes physiques intervenant dans le cycle de l'eau.

Nous nous sommes limités à une définition restreinte de l'hydrologie : l'analyse et la prévision des débits des cours d'eau.

L'aspect méthodologique y est peu développé ; car il est présenté au cours de travaux dirigés en 2ème année puis en 3ème année en Hydrologie Approfondie ; toutefois, nous avons voulu insister sur la critique des données, étape importante de tout travail quantitatif.

Le chapitre "Hydrométrie" est indiqué pour mémoire car il était peu intéressant de résumer en 10 à 20 pages l'ouvrage récent consacré à cette question et indiqué en bibliographie. Nous conseillons aux utilisateurs de se reporter à ce document. Toutefois, un exposé sera fait en cours sur ce sujet.

Il me reste à remercier M. REMENIERAS et la Météorologie Nationale qui m'ont autorisé à reproduire certaines des figures contenues dans l'hydrologie de l'ingénieur et dans le cours de Météorologie.

S O M M A I R E

I) RAPPELS DE METEOROLOGIE ET DE CLIMATOLOGIE	
- Sommaire du chapitre	1
- Rappels de météorologie	3
- La circulation atmosphérique	17
- Le bilan énergétique de la terre	29
- Le cycle hydrologique	35
- Bibliographie	41
II) PARAMETRES LOCAUX ET SAISONNIERS	
- Sommaire	43
- Le complexe physique du bassin versant	45
- Le régime des cours d'eau	53
- Bibliographie	64
III) LES PRECIPITATIONS	
- Sommaire	65
- Types de précipitations	66
- Mesures	67
- Présentation et analyse des données	70
- Précipitations et probabilités	72
- Analyse spatiale des pluies	73
- Analyse des précipitations de courte durée	75
- Vérification et extension de données	76
- Annexe : Corrélation simple	85
IV) EVAPORATION ET INFILTRATION	
- Sommaire et bibliographie	91
- Notions sur l'infiltration	92
- L'évaporation	95
- L'évapotranspiration	98
- Déficit d'écoulement	103
V) HYDROMETRIE (pour mémoire)	
VI) CRITIQUE DES DONNEES	
- Sommaire	107
- Introduction	108
- Données unidimensionnelles	109
- Données chronologiques multidimensionnelles	114
- Données multidimensionnelles	123
- Données spatiales	127
- Conclusions	129

.../...

VII) LES ETIAGES	
- Schéma physique	131
- Quelques données	133
- Prédétermination	133
- Prévision à court terme	134
VIII) LES CRUES	
- Données de base	143
- Méthodes empiriques de prédétermination	145
- Méthodes probabilistes	146
- Méthodes hydrométéorologiques	149
- Prévision à court terme	153
IX) HYDROLOGIE ANALYTIQUE	156
- Description d'un hydrogramme en période de crue	157
- Hauteur nette de pluie ou pluie efficace	159
- Crues des petits bassins	160
- Hydrogramme unitaire	161
- Hydrogramme synthétique	163
- Méthode EDF-DUBAND	164
- Modèles mathématiques	167

S O M M A I R E

I) Rappels de météorologie et de climatologie à l'intention des hydrologues.

Introduction

I-1) Phénomènes fondamentaux

- 1) la vapeur d'eau
- 2) le champ vertical des pressions
- 3) le champ vertical des températures

I-2) L'eau dans l'atmosphère

- 1) Formation des précipitations
- 2) Hauteur d'eau condensable

I-3) Mesures courantes en météorologie

II) La circulation atmosphérique.

II-1) La circulation générale

- 1) Profil méridien de température
- 2) Profil méridien de pression
- 3) Classification climatique
- 4) Influence de la rotation de la terre
- 5) Influence de la répartition des terres et des mers.

II-2) Les masses d'air

- 1) Identification des masses d'air
- 2) Evolution des masses d'air
- 3) Principales masses d'air en Europe

II-3) Les fronts

III) Le bilan énergétique de la terre.

- 1) Caractéristiques du rayonnement
- 2) Le rayonnement solaire
- 3) Le rayonnement terrestre et son absorption par l'atmosphère
- 4) Le rayonnement atmosphérique
- 5) Le bilan
- 6) Autres échanges de chaleur
- 7) Bilan quantitatif moyen

IV) Le cycle hydrologique

- 1) Schématisation du cycle hydrologique
- 2) Bilan du cycle hydrologique
- 3) Ordre de grandeur des différentes composantes.

Conclusions des chapitres III et IV

Bibliographie

I RAPPELS DE METEOROLOGIE ET DE CLIMATOLOGIE A L'INTENTION DES HYDROLOGUES

Introduction :

Les notes qui suivent ne constituent pas un cours de météorologie ou de climatologie ; le lecteur pourra s'il le désire consulter des ouvrages de connaissance générale ou les cours de la Météorologie Nationale. Toutefois, l'hydrologue étant amené à étudier les effets de certains phénomènes naturels ainsi qu'à utiliser des résultats de mesures, il lui est indispensable de connaître les éléments essentiels de météorologie et de climatologie.

L'atmosphère constitue, du point de vue qui nous intéresse :

- un collecteur de chaleur émise par le soleil (radiation de faibles longueurs d'onde), ainsi que par la surface du sol.

- une énorme masse d'air et d'eau ; cette dernière se trouvant, selon les conditions locales, sous forme de vapeur d'eau, de cristaux de glace ou de gouttelettes.

- un réseau complexe de transport des masses d'air.

I-1) Phénomènes fondamentaux

I-1-1) La vapeur d'eau

La pression partielle engendrée par la vapeur d'eau dans un mélange de gaz, appelée "tension de vapeur", ne peut dépasser une certaine valeur dite "tension de vapeur saturante" ; la tension de vapeur saturante est indépendante de la pression mais fonction de la température. S'il s'agit d'air contenant de la vapeur d'eau à une pression égale à la tension de vapeur saturante on dira que l'on est en présence d'air saturé. Le tableau I donne les valeurs de tension vapeur saturante de l'air en présence de glace ou d'eau liquide selon que la température est négative ou positive.

Température en degrés celsius	- 20	- 10	0	10	20	30
Tension de Vapeur saturante (en mm Hg)	0,78	1,96	4,58	9,21	17,5	31,8
Masse d'eau sous forme de vapeur en g/m ³	0,89	2,16	4,85	9,42	17,3	30,4

Tableau I : tension de vapeur saturante

.../...

Donc, à quelques exceptions près, l'air ne peut contenir plus d'une certaine masse d'eau sous forme de vapeur ; il y aura au delà formation de gouttelettes. Notons que cette quantité d'eau est assez élevée : à 10°, elle représente une lame d'eau liquide équivalente de 10 mm pour une hauteur de 1000 m, ce qui est supérieur dans la plupart des cas à la masse de l'eau sous forme de gouttelettes contenues dans un nuage.

La condensation libère 600 calories environ par gramme d'eau condensée; c'est-à-dire est capable d'élever de 2°C la température d'un m³ à la pression normale.

L'humidité

La composition du mélange air + eau est caractérisée par diverses expressions :

- l'humidité absolue : masse de vapeur d'eau par unité de volume (en général en g/m³). En partant de l'équation des gaz parfaits, on trouve que :

$$h_a = 217 \frac{e}{T} \quad \text{où} \quad h_a = \text{humidité absolue en g/m}^3$$

$$e = \text{tension de vapeur en millibars}$$

$$T = \text{Température absolue}$$

- l'humidité relative : rapport de la tension de vapeur réelle e à la tension de vapeur saturante e_s , à la même température ; c'est également le rapport des humidités absolues observées et saturantes.

- le rapport de mélange : (r) c'est le rapport de la masse de vapeur d'eau à la masse d'air sec ; on l'exprime en grammes par kilogramme d'air sec -
 $r = 622 \frac{e}{P_a - e}$ en g/kg

Il varie de 0,5 à 25 g/Kg (air arctique - air tropical maritime).

- Le point de rosée : C'est la température à laquelle une masse d'air de rapport de mélange r , à la pression p , doit être refroidie pour devenir saturée, r et p restant constants.

I-1-2) Champ vertical des pressions.

Rappelons que la pression atmosphérique décroît avec l'altitude sur une verticale suivant une loi exponentielle; ce qui a permis de définir une atmosphère standard voisine des conditions moyennes :

Altitude en m	Pression en mb
0	1013,2
1000	898,7
2000	794,8
3000	701,0
4000	616,2
5000	540,0
10000	264,3

Nous verrons que la variation selon la verticale de la pression est responsable de nombreux phénomènes météorologiques ; ceci est dû au fait que l'air, en montant ou en descendant, subira une détente ou une compression et verra sa température varier, d'où des possibilités de condensation.

I-1-3) Champ vertical des températures

Les variations verticales de température revêtent une grande importance en ce qui concerne notamment la formation des nuages.

- Gradient vertical moyen. Gradient vertical instantané.

En moyenne, c'est à dire si l'on compare des moyennes de températures prises à des altitudes différentes, la température décroît d'environ $0,5^{\circ}\text{C}$ par 100 m jusqu'à 10000-12000 m (limite de la troposphère) ; Mais en un point donné et à un instant donné, la variation verticale de la température peut être en général très différente de la moyenne ; la température peut même croître avec l'altitude (ce qu'on appelle une inversion) sur une certaine tranche de hauteur. C'est pourquoi certaines stations météorologiques procèdent 1 ou 2 fois par jour à des lâchers de ballons qui leur permettent de connaître le profil instantané de température.

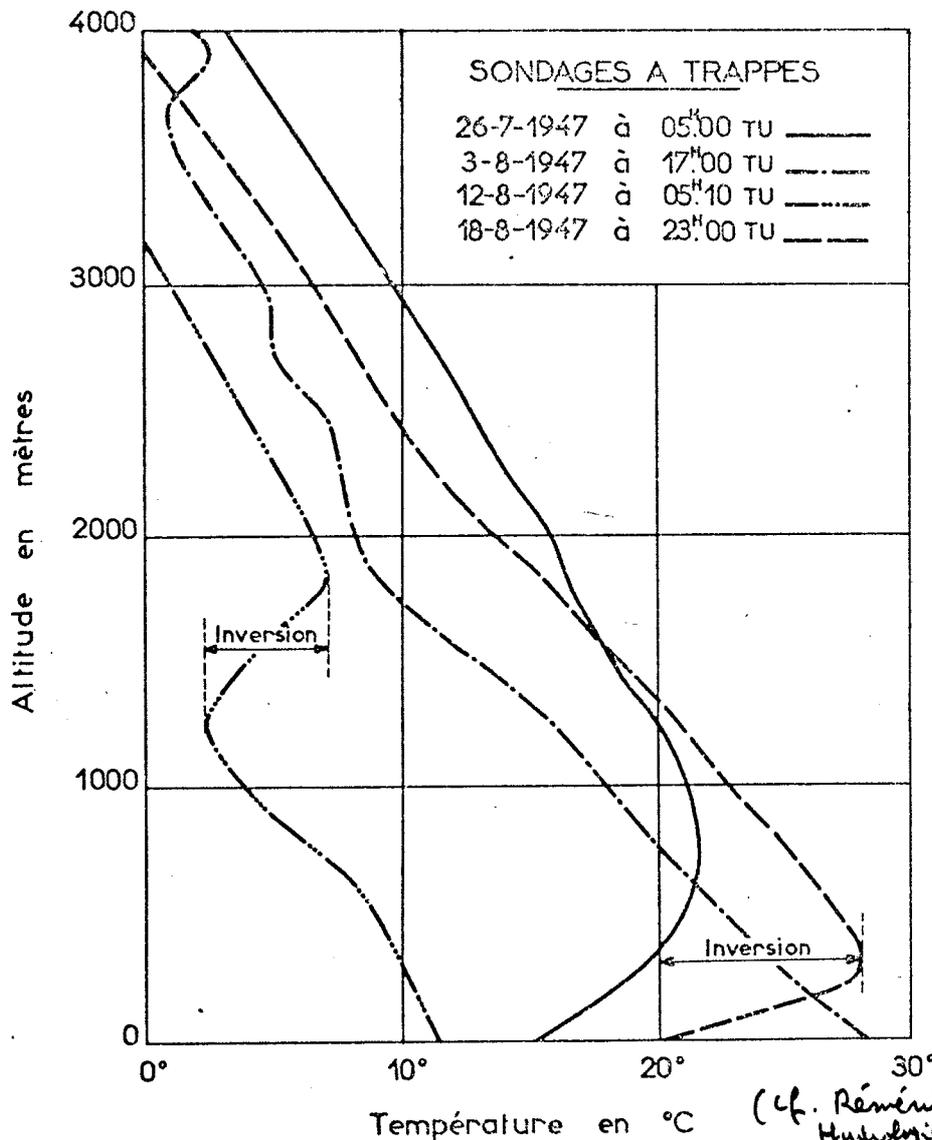


FIG. I. — Exemples d'inversions de températures d'après des sondages effectués à Trappes

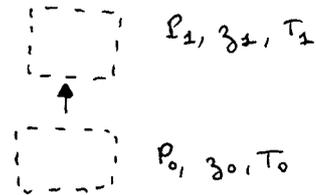
.../...

- Gradient vertical de l'"adiabatique sèche"

Considérons une particule d'air sec que l'on oblige à monter dans le champ de la pesanteur.

état initial : P_0, T_0, z_0

état final : P_1, T_1, z_1



Supposons que cette transformation soit adiabatique, c'est à dire que la particule n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur (par exemple cas d'un mouvement rapide). Rappelons que l'on établit en thermodynamique l'expression suivante :

$$dT = \frac{R}{C_p} \cdot \frac{T}{P} dP + \frac{1}{C_p} dQ \quad \text{donnant l'expression de la variation}$$

de température au cours d'une transformation où $R = C_p - C_v$

C_p = chaleur massique à pression constante

C_v = " " " volume constant

dQ = échange de chaleur avec l'extérieur

$$\text{Donc dans notre cas : } \frac{dT}{T} = \frac{R_a}{C_{pa}} \frac{dP}{P} \quad (1) \quad R_a = 287 \text{ J.Kg}^{-1} \cdot \text{°K}^{-1}$$

$$C_{pa} = 1005 \text{ J.Kg}^{-1} \cdot \text{°K}^{-1}$$

$$\frac{R_a}{C_{pa}} = \frac{2}{7}$$

Il y a donc refroidissement ; cherchons l'ordre de grandeur de celui-ci au voisinage du sol : $P = 1000 \text{ mb}$ $T = 273 + 15 = 288 \text{ °K}$ $dT = 1 \text{ °K}$

$$d'où \quad dP = \frac{7}{2} \frac{1000}{288} dT = 12 \text{ mb} \quad \text{or} \quad \frac{dP}{dz} \simeq 1 \text{ mb}/8 \text{ m}$$

si z est l'altitude ; si bien que 12 mb correspondent à 100 m environ.

Si on intègre la relation (1), on aboutit à :

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{R_a/C_{pa}}, \text{ ce qui permet de définir :}$$

la température potentielle : C'est la température de la particule d'air sec amené adiabatiquement au niveau de pression 1000 mb

$$\theta = T_0 \left(\frac{1000}{P_0} \right)^{R_a/C_{pa}} \quad T_0, P_0 = \text{conditions initiales}$$

D'autre part, on peut écrire $\frac{dP}{dz} = - \frac{gP}{RT}$ (2) où est l'accélération de la pesanteur ; si bien que les relations (1) et (2) fournissent :

$$\frac{d\theta}{dz} = - \frac{g}{C_p} = - \frac{10}{1000} = - 1 \text{ °}/100 \text{ m}$$

La température d'une particule d'air sec varie d'environ 1°C/100 m dans une transformation adiabatique.

Ce résultat reste valable pour l'air non saturé.

- Gradient vertical de "l'adiabatique humide"

Si l'on considère une particule d'air saturé, il y aura évaporation ou condensation d'eau au cours de la transformation ; le gradient est plus faible que celui de l'adiabatique sèche et varie avec la pression (cf tableau 2).

Température :	- 20	- 10	0	10	20	30
Pression : (mb)						
1000	.86	.77	.65	.53	.43	.35
800	.84	.73	.60	.48	.39	.32
600	.80	.68	.54	.43	.35	.29
400	.73	.59	.46	.36	.30	.26

Tableau 2 : Gradient de l'adiabatique saturé (en °C/100 m)

- Stabilité d'une masse d'air

Considérons une particule d'air que l'on oblige à monter ou à descendre de façon rapide ; elle va subir une transformation adiabatique. Nous dirons que cet air est stable si cette particule a tendance à revenir à son état initial. Cette stabilité va dépendre :

- de l'état atmosphérique environnant, donnée par la répartition verticale des températures.
- de l'humidité de cette particule.

En effet, considérons la particule à l'état initial P_1, T_1

$$z_1 \rightarrow z_2 = z_1 + \Delta z_1$$

(soit un léger déplacement vers le haut) ; $T_1 \rightarrow T_2 = T_1 - \Delta T_1$

-si la particule est saturée (wet) : $T_1 = \left(\frac{dT}{dz}\right)_w \Delta z_1$

$$\simeq -0,5^\circ\text{C}/100 \text{ m} \cdot \Delta z_1$$

où $\left(\frac{dT}{dz}\right)_w$ est le gradient de l'adiabatique saturée.

- si la particule est non saturée (dry) $\Delta T_1 = \left(\frac{dT}{dz}\right)_d \Delta z_1$

où $\left(\frac{dT}{dz}\right)_d \simeq -1^\circ\text{C}/100 \text{ m}$ gradient de l'adiabatique non saturée.

Si T_2 est supérieure à la température de l'air ambiant, la particule, moins dense va continuer à monter. Il suffit donc de comparer le gradient vertical instantané au gradient de l'adiabatique correspondante. Trois cas sont possibles:

.../...

- gradient vertical instantané $> \left(\frac{dT}{dz}\right)_w \approx -0,5^\circ\text{C}/100\text{ m}$ Zone ③
Stabilité

c'est le cas notamment si la température augmente avec l'altitude.

- gradient vertical instantané $< \left(\frac{dT}{dz}\right)_d \approx -1^\circ\text{C}/100\text{ m}$ Instabilité Zone ①

- gradient vertical instantané $\in \left[\left(\frac{dT}{dz}\right)_d \approx -1^\circ\text{C}/100\text{ m} \quad \left(\frac{dT}{dz}\right)_w \approx -0,5^\circ\text{C}/100\text{ m} \right]$:

instabilité si l'air est saturé } Zone ②
stabilité " " " sec

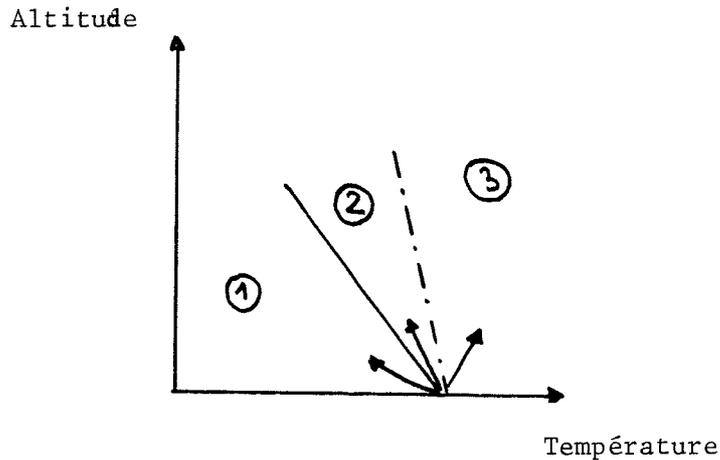


Fig. 2 : Les 3 zones du gradient vertical instantané

Nota : En pratique les météorologues raisonnent plus à l'aide de la température potentielle définie précédemment et utilisent non pas les courbes altitudes - température mais pression - température potentielle (émagramme)

- Gradient du point de rosée

Si on considère une particule d'air en mouvement vertical rapide, le point de rosée de cette particule varie avec l'altitude de l'ordre de $-0,2^\circ\text{C}/100\text{ m}$.

Exemple : Formation de nuages convectifs.

Supposons qu'à un instant donné, on ait procédé aux mesures suivantes pour définir la masse d'air au voisinage d'une station météorologique :

- Température à 1 m du sol : 16°C
- Point de rosée : 8°C
- Sondage : gradient vertical

- $1,0^\circ\text{C}/100\text{ m}$ de 0 à 1200 m
- + $1,0^\circ\text{C}/100\text{ m}$ de 1200 à 2000 m
- $1^\circ\text{C}/100\text{ m}$ à partir de 2000 m

.../...

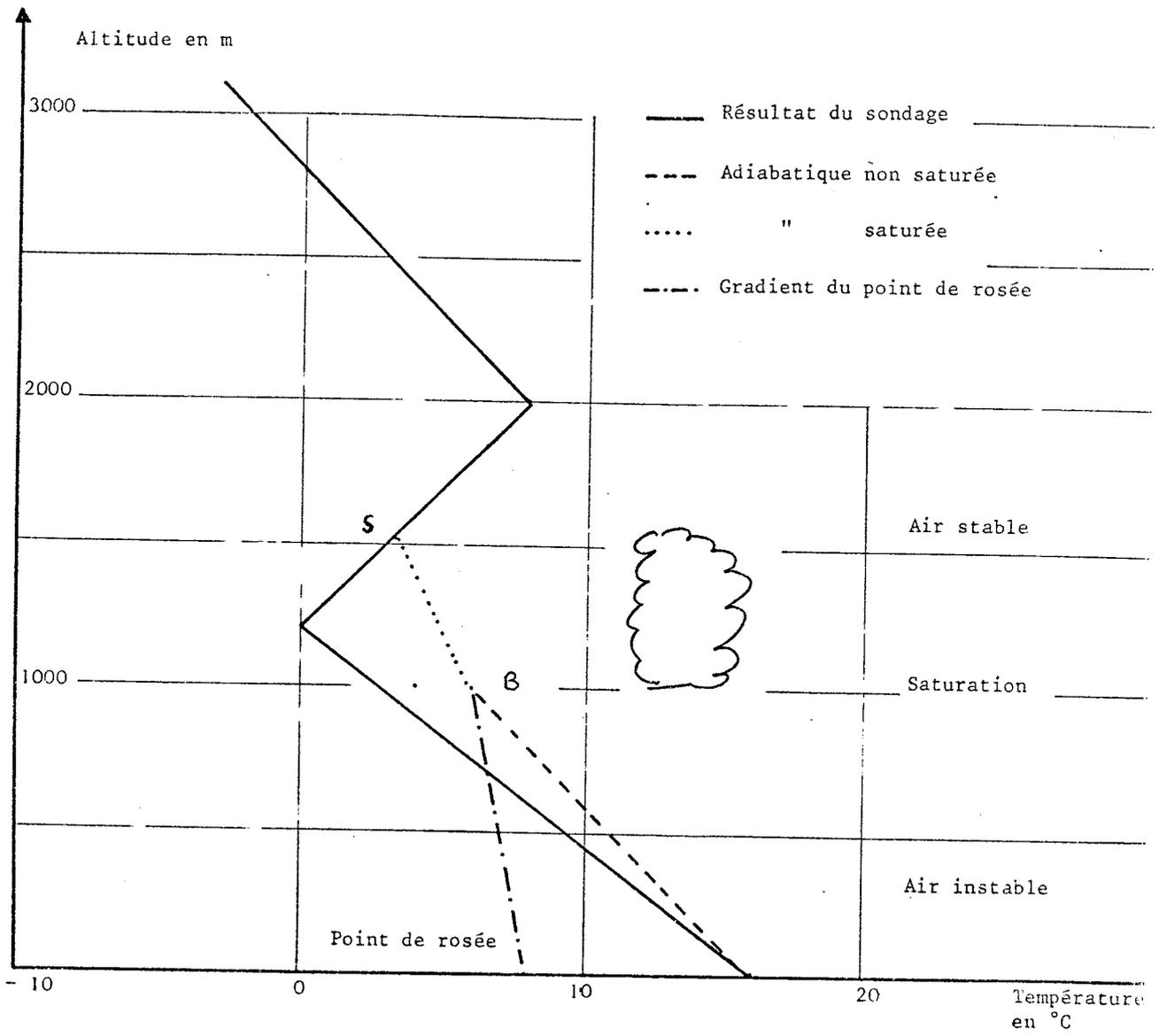


Fig. 3 : Schématisation de la formation de nuages convectifs.

- L'air est-il stable au niveau du sol ?

- S'il y a formation de courants de convection, et si celui-ci est susceptible de créer un nuage, déterminer les altitudes de la base et du sommet du nuage.

Réponse : - L'air n'est pas saturé car le point de rosée est inférieur à la température.
 - l'air est instable puisque le gradient vertical de l'adiabatique sèche est supérieur au gradient vertical de la masse d'air.
 - la base du nuage se trouve à l'intersection de l'adiabatique sèche et de la courbe du point de rosée ; notons qu'il y a formation de nuages convectifs car cette intersection est plus basse que celle de l'adiabatique sèche avec le gradient vertical instantané (dans le cas contraire, il y aurait courant ascendant sans nuage).

• Altitude de la base des nuages: H_B en 10^2 m ; soit T_B la température de l'air ascendant à la base des nuages.

$$T_B = 16 + \left(\frac{dT}{dz}\right)_d H_B \quad \text{d'une part avec } \left(\frac{dT}{dz}\right)_d \simeq -1^\circ\text{C}/100 \text{ m}$$

$$T_B = 8 + \left(\frac{dPR}{dz}\right) H_B \quad \text{où } \frac{dPR}{dz} \simeq -0,2^\circ\text{C}/100 \text{ m gradient du point de rosée}$$

$$\text{soit } 16 - 1 \cdot H_B = 8 - 0,2 H_B \Rightarrow H_B = \frac{8}{0,8} = 10 \cdot 10^2 \text{ m} = 1000 \text{ m}$$

$$T_B = 16 - 10 = 6^\circ\text{C}$$

• Altitude du sommet des nuages. A partir du point B (cf. figure 2) l'air ascendant est saturé et sa température varie selon le gradient adiabatique saturé ; l'air montera tant qu'il sera à une température supérieure à la température ambiante.

$$\text{à } 1200 \text{ m} \quad T(\text{air ambiant}) = 0^\circ$$

$$T(\text{air ascendant}) = 6 - 0,5 \cdot 2 = 5^\circ\text{C}$$

soit T_S la température au sommet du nuage ; à une altitude de $1200 + \Delta H$, ΔH en centaines de mètres.

$$T_S = 0 + 1 \Delta H \quad (\text{air ambiant})$$

$$T_S = 5 + \left(\frac{dT}{dz}\right)_w \Delta H \quad \text{avec } \frac{dT}{dz} = -0,5^\circ\text{C}/100 \text{ m}$$

$$\text{d'où } 1,5 \Delta H = 5 \quad \Delta H = 333 \text{ m}$$

$$H_S = 1533 \text{ m}$$

A partir de cette altitude l'air est stable ; on aura apparition de nuages convectifs, type cumulus entre 1200 et 1500 m.

I-2) L'eau dans l'atmosphère

Après avoir précisé dans le paragraphe précédent les notions de vapeur d'eau et d'instabilité, nous allons examiner schématiquement comment se forment les précipitations.

1) Formation des précipitations

- Constitution des nuages

Les nuages sont formés :

+ de gouttelettes d'eau de cinq à dix microns espacées d'environ 1 mm (pour fixer les idées), de vitesse de chute faible (qq mm/s en air calme).

Environ 500 à 1000 gouttelettes par cm^3 soit une masse en eau liquide d'environ 0,3 à 5 g/m^3 . Ces gouttelettes peuvent être en surfusion jusque vers -40°C

+ ou de cristaux de glace (aux altitudes supérieures, nuages du type cirrus) de 0,01 à 4 mm et même parfois plus. Leur vitesse de chute est très faible et ils sont très espacés les uns des autres.

+ de vapeur d'eau : quantité en général beaucoup plus importante que l'eau sous forme liquide et solide.

Ainsi un cumulus en voie de développement de 1 Km^2 de base de 2000 m de développement contient plusieurs milliers de tonnes d'eau ; un cumulonimbus de quelques Km^2 de base peut contenir jusqu'à 300 000 tonnes d'eau ; notons que si ces quantités d'eau précipitaient, cela ne donnerait au sol que quelques cm d'eau : les précipitations importantes sont dues au renouvellement des masses d'air.

Les précipitations ne sont possibles que si la vitesse de chute des particules est bien supérieure à la vitesse des courants ascendants or le tableau suivant montre qu'il faut que les gouttelettes aient un diamètre voisin de 0,5 mm au moins pour avoir une vitesse de chute suffisante.

<u>Diamètre</u>	<u>Vitesse de chute</u>	<u>Remarques</u>
1 μ	30 μ /s	
10 μ	3 mm/s	gouttelettes des nuages sauf cumulonimbus
100 μ	30 cm/s	
1 mm	4 m/s	
5 mm	9 m/s	diamètre maximum des gouttes de pluie

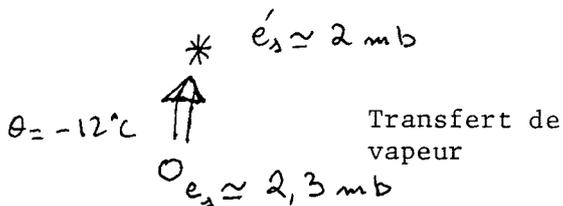
↳ Déclenchement des précipitations

Pour qu'il y ait précipitation, il faut donc que les gouttelettes puissent grossir, c'est à dire que leur volume soit multiplié par 100 000 au moins.

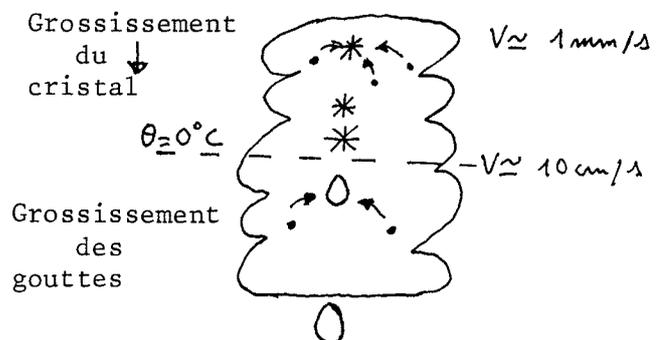
Deux explications :

- Grossissement par condensation de vapeur d'eau

Dans les régions tempérées, les nuages à développement vertical coupent la plupart du temps l'isotherme 0°C , si bien qu'il existe des cristaux de glace. Or la tension de vapeur saturante autour du cristal est plus faible, pour une même température, que celle à l'interface liquide vapeur ; il y a donc transfert d'eau des gouttelettes d'eau en surfusion vers le cristal qui grossit.



Grossissement d'un cristal



Le cristal grossit et sa vitesse de chute augmente; par fusion il se transforme en goutte d'environ 0,1 mm de diamètre suffisamment grosse pour capter lors de sa chute des gouttelettes et grossir encore jusqu'à former une goutte de pluie.

Dans les nuages d'averses à température positive le processus est voisin : l'atmosphère contient en proportions très faibles des noyaux de condensation géants de plusieurs microns de diamètre composés de sels marins. La présence d'un noyau par m³ suffit à expliquer la formation de ces précipitations. Certains auteurs pensent que des gouttelettes d'eau de températures différentes voisinent sous l'action des courants et qu'ainsi il y a condensation et transfert de vapeur d'eau de la plus chaude à la plus froide.

2) Hauteur d'eau condensable

Si on considère un élément de surface horizontale, on appelle hauteur d'eau condensable, l'équivalent en lame d'eau liquide, de la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère au dessus de cette surface.

Soit h_a l'humidité absolue dans la tranche d'épaisseur dz à l'altitude z et dm la masse de vapeur d'eau dans le volume de base unité d'épaisseur dz .

$$dm = h_a dz \quad \text{or} \quad h_a = 217 \frac{e}{T} \quad \text{si } e \text{ est la tension de vapeur.}$$

d'où $m = 217 \int \frac{e}{T} dz$ Si on connaît ou si l'on fait une hypothèse sur les fonctions $e(z)$ et $T(z)$ (on connaît les valeurs au sol et les sondages permettent de les avoir en altitude), on peut calculer m .

Pour le globe la hauteur d'eau condensable serait de 25 mm si elle était répartie ; en Europe elle est de l'ordre de 15 mm en moyenne annuelle.

I-3) Mesures courantes en météorologie

Nous rappellerons essentiellement les mesures courantes en météorologie en relation avec l'hydrologie.

A) Observations au sol

Sont installés en France :

- une centaine de stations où les mesures sont faites par des météorologues.
- 3 à 4000 postes "climatologiques" tenus par des observateurs bénévoles (souvent 1 seule mesure de pluie par jour)
- 300 pluviographes
- 7 stations de radio sondages

Dans les postes "climatologiques" on mesure en général :

- les précipitations à 8:00 du matin, en notant s'il s'agit de neige ou de pluie.
- les températures minima et maxima
- l'humidité

Dans les stations synoptiques, on ajoute à ces mesures :

- la pression atmosphérique
- la nébulosité
- l'insolation
- le vent (vitesse et direction)
- les caractéristiques de la couverture nuageuse
- la visibilité
- l'évaporation à l'évaporomètre Piche
- Mesure des précipitations

L'appareil le plus simple est le pluviomètre relevé 1 ou 2 fois par jour. La difficulté de mesure vient du fait que cet appareil perturbe

l'écoulement lorsqu'il y a du vent ; il faut placer les pluviomètres dans des sites abrités du vent. Notons que des recherches sur des pluviomètres inclinés (pour tenir compte de la pente du terrain), ainsi que sur des écrans n'ont pas donné des résultats très probants. La fig. 4 montre les résultats de mesures journalières de précipitations entre 2 pluviomètres séparés de 50 m, l'un à l'abri du vent, l'autre sur une légère butte (campagne 1974 au îles Kerguelen : les vents ont souvent dépassé 60 km/h en moyenne ou 150 km/h en rafales).

- Mesure de la température

Les abris sont standardisés ; la température moyenne est définie à partir des minimas et maximas ou des moyennes des 8 observations journalières.

- Mesure de l'insolation

On emploie un héliographe constitué d'un papier qui brûle sous l'action des rayons du soleil concentrés par une sphère.

- Mesure de l'humidité

L'appareil employé est constitué d'un thermomètre normal donnant T_s et d'un thermomètre dont le bulbe est entouré d'un linge humide dont la température s'équilibre à T_h .

Soit e la tension de vapeur

$e_w(T)$ " " saturante à la température T . On écrit que la quantité de chaleur due à l'évaporation, soit E est :

- proportionnelle à $T_s - T_h$ $E = b(T_s - T_h)$

- proportionnelle à la différence des tensions de vapeur $e_w(T_h) - e$

$$E = a (e_w(T_h) - e)$$

soit $e = e_w(T_h) - A (T_s - T_h)$ A dépend de l'appareil

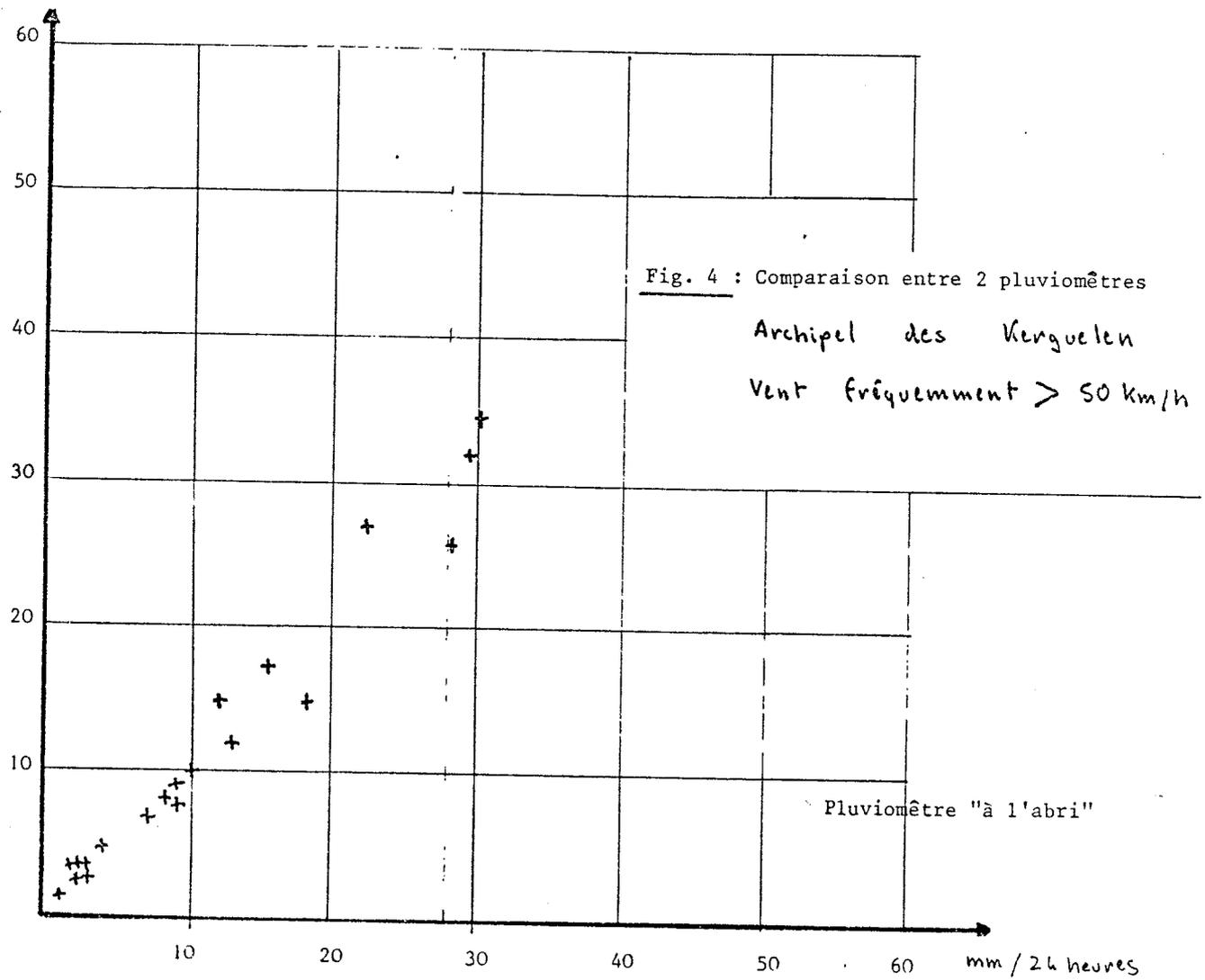
il suffit donc de mesurer une température sèche et une température humide (et une correction de pression atmosphérique) pour déterminer l'humidité. Certains appareils sont plus perfectionnés : on maintient la ventilation constante à l'aide d'un ventilateur.

- Mesure de la pression atmosphérique

On emploie un baromètre à mercure et on donne en général cette pression en la ramenant au niveau de la mer par correction selon l'atmosphère standard.

.../...

Précipitation journalières en mm
au pluviomètre "à découvert"



X

- Vent On mesure sa vitesse moyenne sur 10 m. en général ainsi que les rafales et la direction.

- Evaporation à l'évaporomètre Piche

C'est une mesure d'index d'évaporation et non d'évaporation : (cf. fig. 5) ; on détermine l'évaporation à travers un filtre normalisé. Cet appareil est placé dans l'abri météorologique (disons qu'en valeur annuelle, il donne des valeurs doubles de celle d'un bac flottant, plus proche des conditions réelles d'évaporation des surfaces libres).

B) Sondages

Une demi douzaine de stations en France procède à des sondages 2 fois par jour : on lâche un ballon muni d'un écran radar et d'un appareil permettant de mesurer et de transmettre au sol :

- la température sèche
- la température humide
- la pression

Ce ballon est suivi au radar ce qui permet de connaître les vitesses et directions du vent selon l'altitude.

C) Photos satellites

Un certain nombre de satellites météo envoie à des temps réguliers ou en permanence des photographies dans le spectre visible ou en infra-rouge de la surface terrestre. Ces photos permettent d'étudier, entre autres l'évolution des masses moyennes.

Notons que les Etats-Unis viennent de lancer en mai 1974 un satellite météorologique géostationnaire.

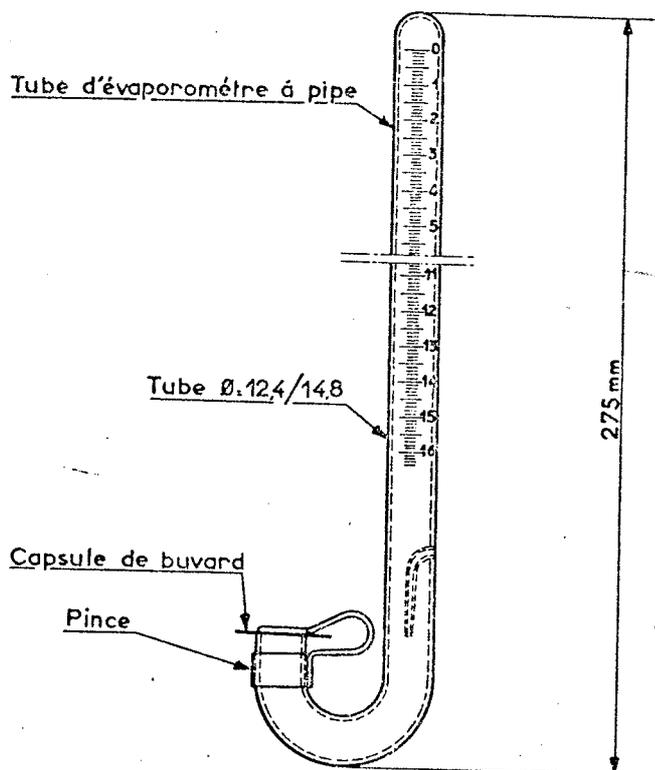


FIG. V. — Evaporomètre Piche

II - LA CIRCULATION ATMOSPHERIQUE

Ce chapitre est consacré à l'examen des déplacements des masses d'air, en valeur moyenne (circulation méridienne moyenne) et en valeurs instantanées (passages de front).

II -1) La circulation générale.

Deux grandes relations peuvent être écrites :

$$T = - \frac{g}{Ra} \frac{dz}{d(\log P)} \quad (1)$$

$$\vec{V}_g = \frac{g}{f} (\vec{k} \wedge \text{grad}_p z) \quad (2)$$

La première relie la température T à l'altitude et la pression, c'est la relation d'équilibre statique. La deuxième est la relation d'équilibre géostrophique qui lie le vent géostrophique V_g au gradient d'altitude des surfaces isobares ($p = \text{cste}$), \vec{k} est le vecteur unitaire vertical, f est le paramètre de coriolis ($f = 2 \Omega \sin \varphi$ où φ est la latitude et Ω la vitesse de rotation de la terre).

1) Profil méridien de température

La figure suivante montre :

- la différence d'altitude et de température entre les tropopauses polaires et équatoriales.
- l'existence d'une inversion dans les basses couches des régions polaires.
- le gradient méridien de température dirigé vers l'équateur dans la troposphère vers le pôle dans la stratosphère.

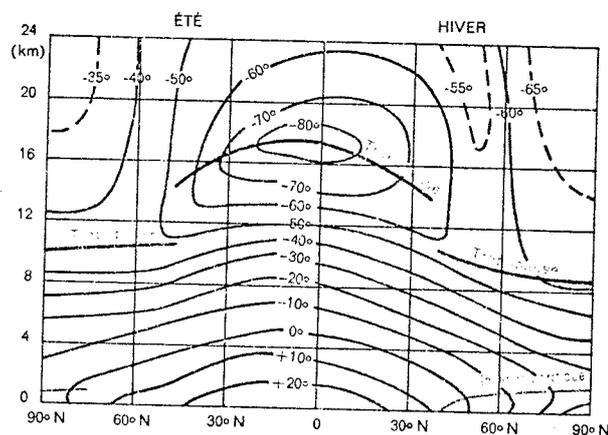


Fig. 6 : Répartition verticale des températures (d'après Météorologie Générale)

2) Profil méridien de pression

La figure suivante représente pour l'hiver et l'été les altitudes des isobares 1000, 800, 500, 400 et 300 mb ; il est surtout intéressant de noter les pentes de ces courbes et leurs variations en fonction de la latitude. On distingue :

- une zone dépressionnaire à l'équateur
- un anticyclonique sur le 30e Nord
- un axe dépressionnaire sur le 60e Nord
- un centre anticyclonique au pôle (anticyclone thermique dû aux fortes densités liées aux basses températures.

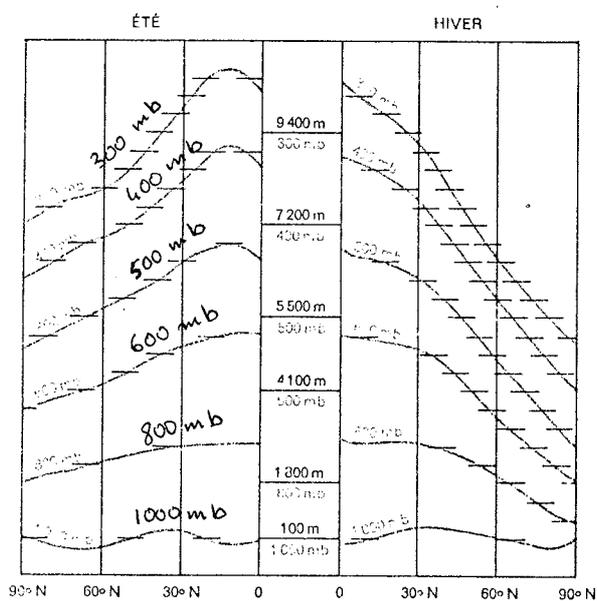


Fig. 7 : Altitude des isobares

(selon Météorologie Générale)

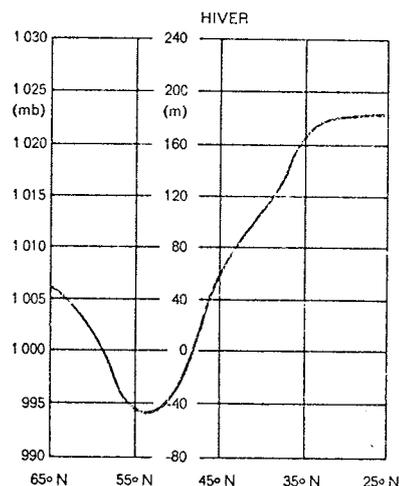
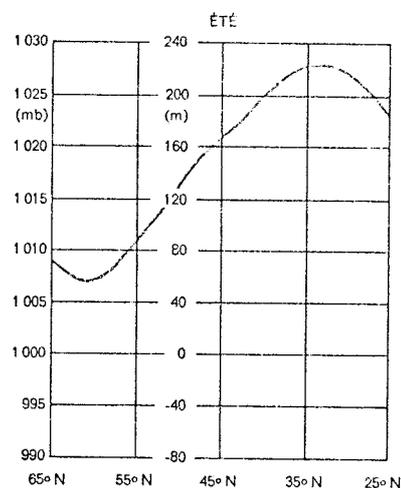


Fig. 8 : Répartition de la pression réduite au niveau de la mer (selon Météorologie Générale)

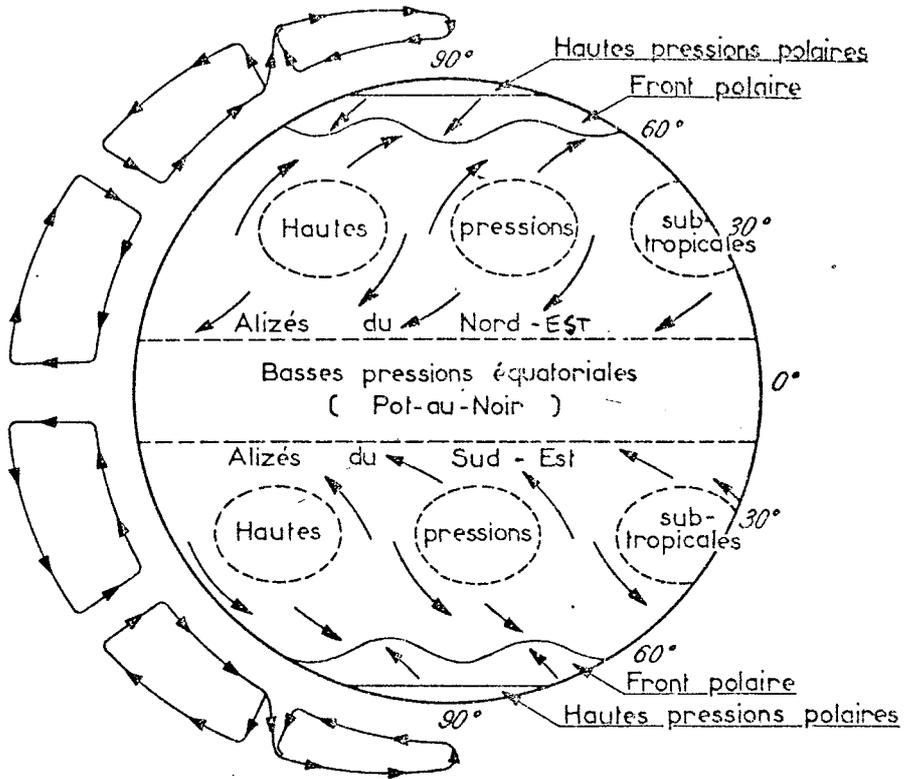


Fig. 9 : Répartition des pressions et des vents (schématisation).
(cf. Réménieras, Hydrologie de l'ingénieur)

3) Classification climatique

- Zone équatoriale

Le rayonnement solaire reçu par ces régions crée des ascendances d'air humide ; cet air est alimenté par les régions tropicales et transporté par des vents au sol, les "alizés". D'où des basses pressions, des orages fréquents de convection.

- Zone des alizés et contre alizés

L'équateur reçoit donc au sol des vents alizés de direction Nord Est dans l'hémisphère Nord et Sud-Est dans l'hémisphère Sud. En altitude le sens est inverse : ce sont les contre alizés.

- Zone des hautes pressions subtropicales

Les masses d'air poussées par les contre-alizés redescendent vers la latitude 30° ; ce sont des masses d'air chaud et sec.

- Zone tempérée

Les zones entourant la latitude 45° dans l'hémisphère Nord sont soumises aux masses d'air précédentes ainsi qu'aux masses d'air polaire ce qui explique la variabilité du temps.

- Zone Polaire

Zone de haute pression recevant assez peu de précipitations.

- Front polaire et front tropical

Entre ces divers courants on trouve des surfaces de discontinuité (en température et humidité) qu'on appelle fronts et dont les plus importantes sont : le front polaire et le front tropical.

4) Influence de la rotation de la terre

La rotation de la terre induit à tout corps en mouvement de vitesse V une force $\vec{F}_c = -2 \vec{\omega} \wedge \vec{V}$ où $\vec{\omega}$ est le vecteur de rotation instantanée terrestre avec $|\vec{\omega}| = 7.3 \cdot 10^{-5}$ rd/s ; si bien que les schémas simplifiés de circulation selon un méridien doivent être corrigés, ce qui explique notamment la direction des alizés. Nous verrons qu'à une échelle plus réduite, cette influence reste importante :

En effet négligeons le mouvement vertical pour nous placer dans un champ horizontal de pression défini, par des isohypses, c'est à dire par les surfaces à pression constante (par exemple, on tracera les isohypses de la surface 700 mb, cf. fig. 10) ;

plaçons nous en outre en altitude (à plus de 2000 m du sol afin de pouvoir négliger les forces de frottement.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_c + \vec{F}_p \quad \text{où } \vec{F}_c \text{ est la force de Coriolis}$$

$$\text{et } \vec{F}_p = -\frac{1}{\rho} \text{grad}_h P = -G \text{grad}_p Z$$

$$\text{où } G = 9,8 \quad \text{car on montre que : } \text{grad}_h P = \rho G \cdot \text{grad}_p Z$$

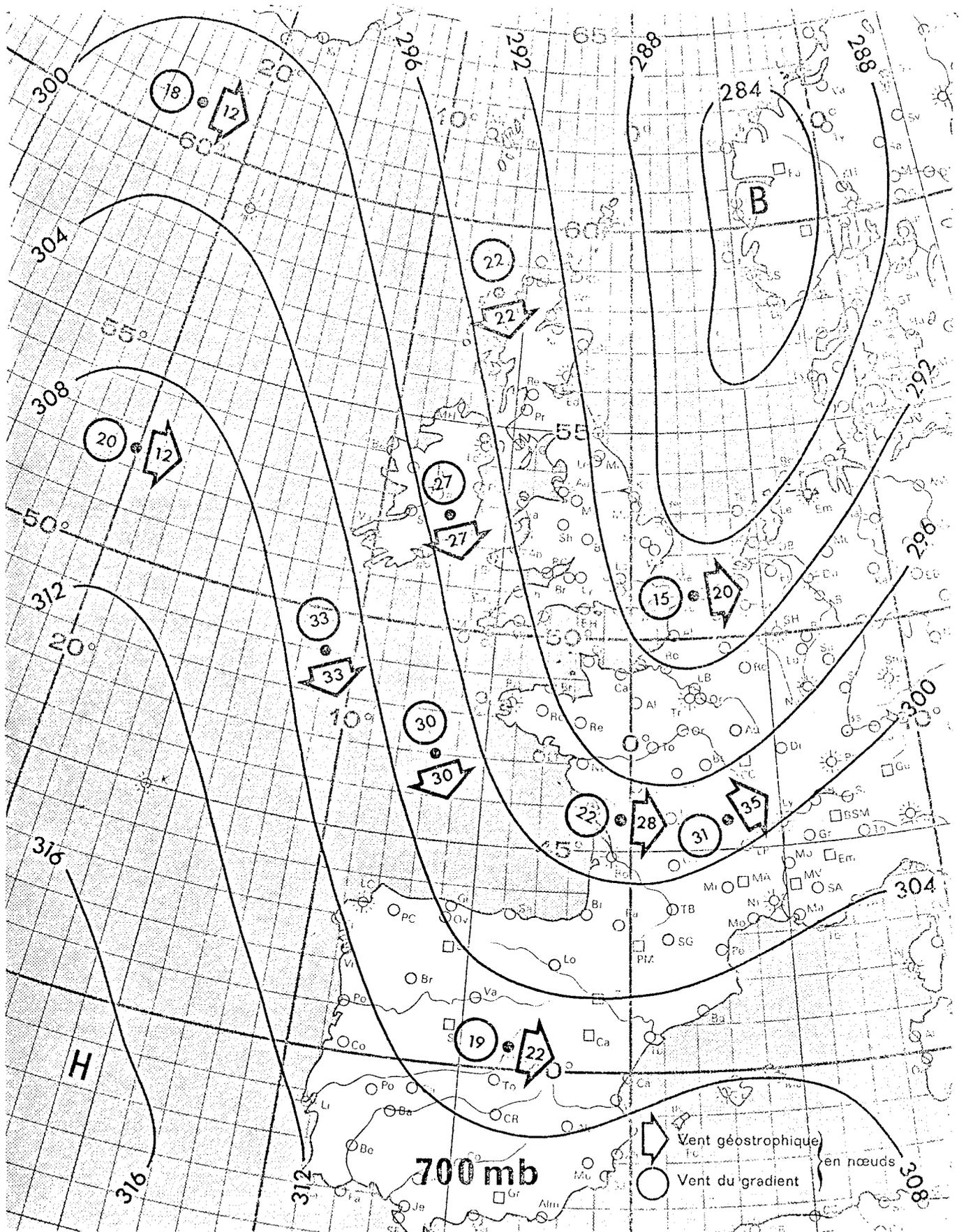


Fig.10 : Carte des isohyptes 700 mb. (cf. Météorologie Générale)

Si on fait l'hypothèse qu'il y a équilibre dynamique entre la composante horizontale des forces de pression et celle de la force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_C + \vec{F}_P = 0$, le vent V_g ainsi défini est appelé vent géostrophique et a les caractéristiques suivantes :

$$\vec{V}_g = \frac{G}{f} \quad \left(k \wedge \text{grad}_p Z \right) \quad \text{où } f = 2 \Omega \sin \varphi$$

φ étant la latitude du lieu (soit si $\varphi = 45^\circ$ $V_g = 10$ m/s pour des isohypses telles que $|\text{grad}_p Z| = \frac{40}{250 \cdot 10^3}$ soit un espacement de 250 km des isohypses dessinées tous les 40 m).

Dans l'hémisphère Nord, le vent géostrophique est parallèle aux isophyses et laisse les bas géopotentiels sur sa gauche.

5) Influence de la répartition des terres et des mers

L'inertie thermique des terres est moindre que celle des océans si bien qu'en hiver les continents sont relativement plus froids que les océans ce qui a pour effet d'intensifier les centres de hautes pressions sur les terres, notamment sur le continent Nord-Américain et sur la Sibérie ; en été, la situation est évidemment inverse et les dépressions du front polaire se renforcent sur les continents.

II -2) Les masses d'air

On observe des variations rapides des conditions atmosphériques : variation de la température, de l'humidité... On interprète ce phénomène en admettant que l'atmosphère est hétérogène et constituée de grandes masses d'air (plusieurs milliers de km parfois) séparées par des zones de transition. Ces masses d'air de caractéristiques différentes (profils de température, profils d'humidité) sont créées par la diversité des influences qu'exerce la surface terrestre (océans ou continents) sur les couches inférieures de l'atmosphère.

1) Identification des masses d'air

La grandeur la plus utilisée pour identifier une masse d'air est la température pseudoadiabatique du thermomètre mouillé θ'_w ; cette grandeur présente l'avantage de n'être pas modifiée lors des transformations adiabatiques (par exemple mouvements verticaux sans échange de chaleur et diminue inversement ; la répartition verticale de θ'_w n'est pas homogène car l'évolution de la masse d'air n'est pas homogène. On observe donc en général un gradient vertical de θ'_w : θ'_w décroît dans le sens où la chaleur se propage. D'autre part les discontinuités de θ'_w indiquent en général les limites des masses d'air.

2) Evolution des masses d'air

- Refroidissement à la base

Si une masse d'air se trouve en contact avec une surface terrestre froide, en absence du vent, il y aura transfert de chaleur par conduction et rayonnement ; ce transfert sera assez faible et limité aux basses couches. S'il y a un peu de vent, les transferts seront facilités par agitation turbulente, la couche refroidie sera plus épaisse. (cf. fig. 11).

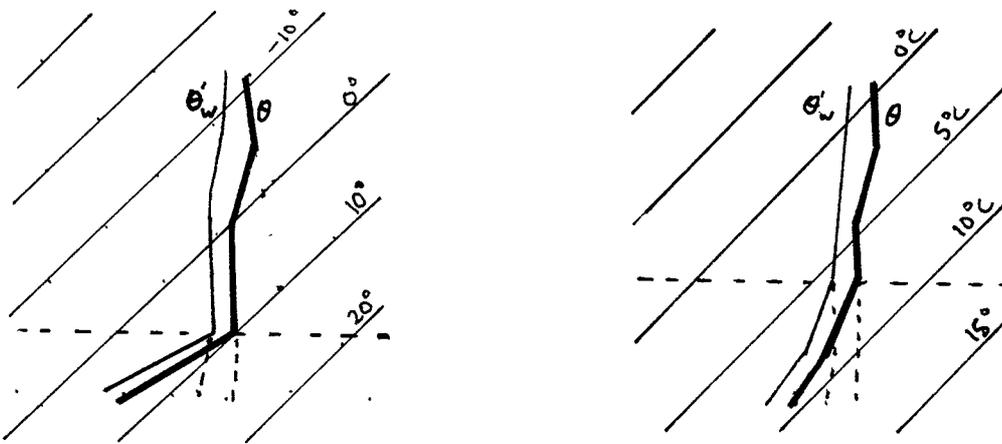


Fig. 11 : Evolution des courbes d'état et du thermomètre mouillé par vent calme d'une part et par agitation turbulente d'autre part. (cf. Météorologie Générale). En pointillés, les sondages initiaux. L'axe des températures est incliné, les altitudes sont portées sur l'axe vertical.

Une telle évolution donnera lieu à une atmosphère stable (brouillards, bruines, visibilité faible). Ces masses d'air sont du type "radiatif".

- Réchauffement à la base

Le flux de chaleur se fait cette fois dans le sens sol-air ; ce transfert de chaleur commence par se faire par rayonnement et conduction dans les très basses couches. Le profil de température évolue très rapidement ; une instabilité peut naître et créer des courants de convection. La zone intéressée par ces apports de chaleur augmente en altitude.

Ce type d'évolution se traduit par une instabilité ; les nuages qui apparaissent sont du genre cumulus. S'il pleut, ce qui dépend de la richesse en eau de la masse d'air, les averses sont intenses accompagnées parfois de grêle.

Ces masses d'air sont appelées convectives

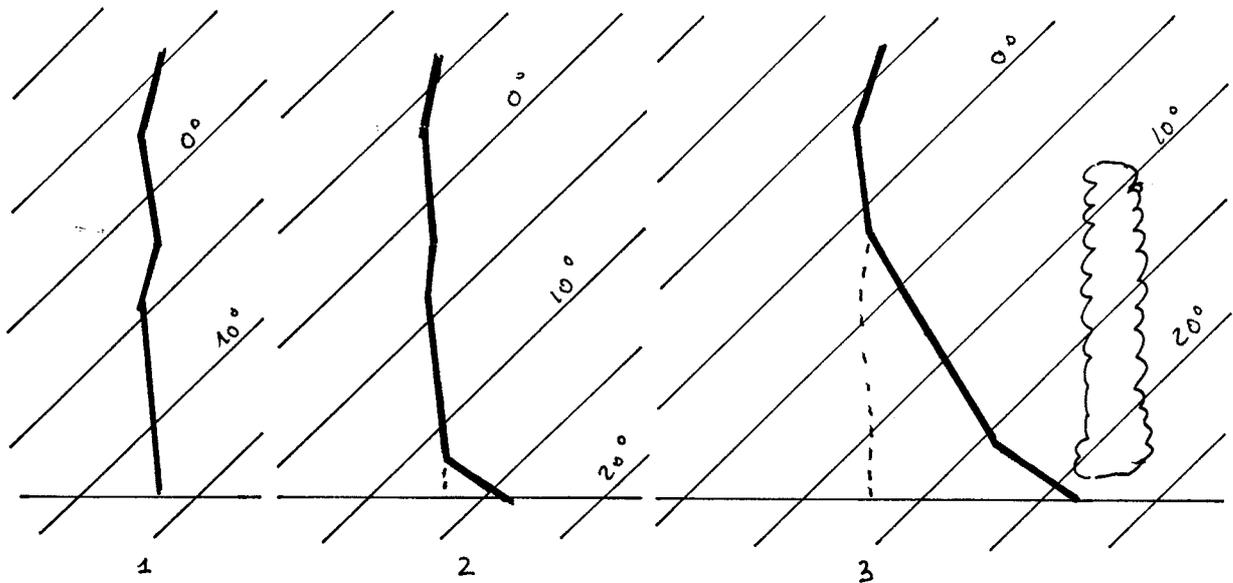


Fig. 12 : Trois phases dévolution par réchauffement à la base. (cf. Météorologie Générale). 1) Sondage initial

- 2) La chaleur se propage surtout par conduction
- 3) La convection thermique entre en jeu.

- Evolution cinématique

Elle concerne les masses d'air légèrement plus chaudes que la surface du sol ou à température voisine. Les transferts de chaleur peuvent se faire de couche à couche, l'évolution étant commandée par les mouvements verticaux intéressants : soit toute la masse d'air (ascendance ou subsidence synoptique), soit une partie (instabilité de certaines tranches).

L'ascendance synoptique augmente l'humidité et provoque parfois la saturation ; la subsidence a l'effet inverse, notamment elle augmente la stabilité. Dans le premier cas, cette masse sera appelée cinématique convergente, dans l'autre cinématique divergente.

Lorsque la masse d'air est très brassée par des mouvements convectifs prolongés, la température décroît dans le stade final régulièrement avec l'altitude ; la masse devient stable, elle est appelée "cinématique de mélange".

Il existe évidemment de nombreuses variantes (air convectif convergent, air convectif divergent...).

3) Principales masses d'air en Europe

Ces masses d'air sont classées selon leur provenance, leur humidité et leur température.

- masse d'air arctiques et polaires

Les masses d'air arctiques sont radiatives ; elles peuvent s'étendre sur les continents. Froides et sèches, elles sont accompagnées de ciel clair sur les continents. Il arrive souvent qu'un flux de secteur Ouest ou Nord Ouest amène cet air froid sur les côtes européennes après avoir subi un réchauffement et une humidification sur l'Atlantique ; cette masse devient convective, elle est appelée polaire maritime. En hiver, l'invasion froide se fait par le continent, l'air reste froid et sec (air polaire continental).

- masses d'air tropicales

Elles peuvent être maritimes ou continentales, mais le plus souvent lorsqu'elles proviennent de l'anticyclone des Açores elles sont maritimes. Il arrive qu'elles proviennent du Sahara ou de l'Arabie lorsqu'il y a une dépression sur la péninsule ibérique ; cet air chaud et instable, humidifié sur la Méditerranée donne lieu à des orages violents.

II -3) Les fronts

La région qui sépare les masses d'air, véritable discontinuité en humidité, température est appelée surface frontale ; l'intersection de celle-ci avec le sol porte le nom de front. Nous n'étudierons pas la frontogénèse ; disons toutefois qu'il existe des régions du globe où certaines conditions thermiques ou mécaniques sont propices à créer des discontinuités:

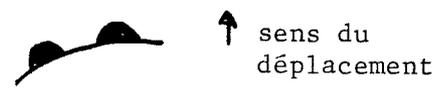
- front arctique
- front polaire
- front intertropical

On distinguera :

a) des fronts chauds :

Remplacement d'une masse d'air par une masse d'air plus chaude. Ces surfaces frontales ont des pentes très faibles (peuvent se développer transversalement 1000 Km) et se déplacent lentement, elles donnent lieu à des pluies étendues, peu intenses.

Symbole sur les cartes météorologiques :



b) des fronts froids

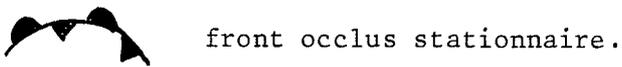
Remplacement d'une masse d'air par un air plus froid ; la pente de la surface frontale est assez forte, le déplacement souvent rapide. Les précipitations peuvent être intenses, courtes, peu étendues.

Symbole sur les cartes météorologiques



c) des fronts occlus

Il y a trois masses d'air en présence. Ils sont symbolisés de la façon suivante :



Les figures suivantes donnent des indications sur les systèmes nuageux liés à des discontinuités.

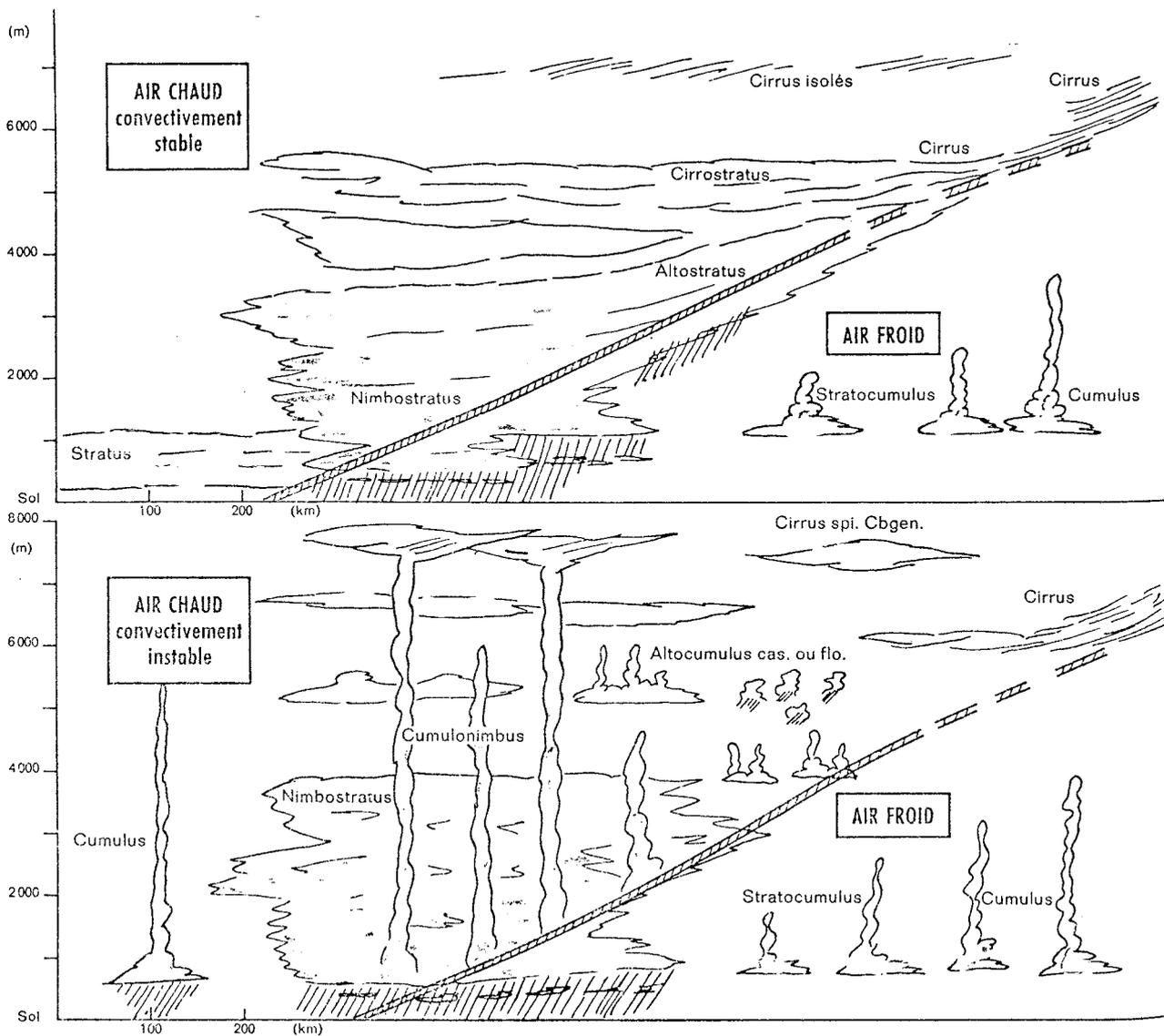


Fig. 13 Fronts chauds

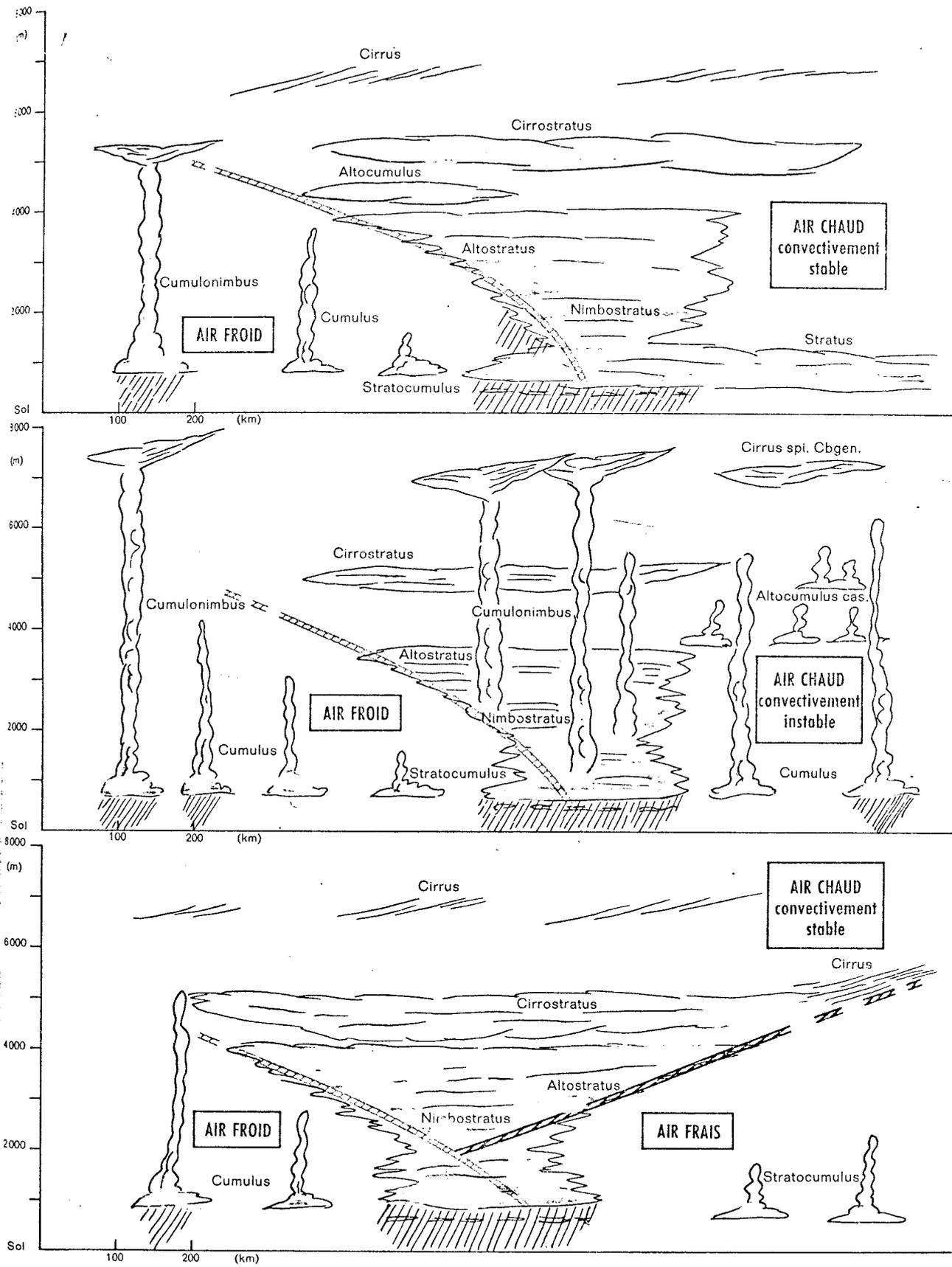


Fig. 14 : Fronts froids et fronts occlus

Conclusions des chapitres I et II

Les paragraphes précédents doivent attirer l'attention des hydrologues sur quelques points importants à connaître avant de commencer une étude hydrologique :

- Les précipitations n'existent que s'il y a eu : condensation de vapeur d'eau puis déclenchement.

- La masse d'eau contenue dans un nuage et à fortiori dans une atmosphère sans nuage n'est pas suffisante pour engendrer des précipitations importantes ; seule l'existence d'un apport constant d'air humide peut créer de fortes précipitations.

- Dans la plupart des climats, notamment en climat tempéré, il faut souvent distinguer plusieurs types de précipitations par exemple, il est parfois dangereux d'extrapoler des lois de valeurs de précipitations de fréquence donnée en fonction de la durée à des durées très courtes de quelques heures.

CH. III LE BILAN ENERGETIQUE DE LA TERRE

Le rayonnement solaire constitue la source principale de l'énergie atmosphérique. Nous étudierons donc les transferts radiatifs entre le soleil, l'atmosphère et la surface terrestre.

1) Caractéristiques du rayonnement. Rappels

Le rayonnement est un transfert d'énergie de nature ondulatoire se propageant à $C = 3.10^8$ m/s. Ces vibrations électromagnétiques ont des longueurs d'ondes, donc des fréquences ($\lambda = \frac{C}{F}$) assez étendues (de 0,1 à 5 microns, pour l'essentiel du rayonnement solaire, par exemple).

- Corps noir :

On appelle corps noir un corps qui absorbe intégralement tout le rayonnement qu'il reçoit ; le rayonnement du corps noir a certaines propriétés remarquables :

Loi de Stefan : Un corps noir à la température absolue T de surface émissive S rayonne une puissance :

$$E = S \sigma T^4 \quad \text{ou } \sigma \text{ est la constante de Stefan } \sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \text{ dy}^{-4}$$

Loi de Wien : Le rayonnement est émis dans un certain domaine de longueurs d'onde ; pour une température donnée, la puissance émise est maximale pour la longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{b}{T} \quad \text{ou } b = 2897.10^{-6} \text{ m.dy}$$

Par exemple à 0°C $\lambda = 10,6$ microns $E = 316 \text{ W/m}^2$

6000°C $\lambda = 0,5$ " $E = 880.10^5 \text{ W/m}^2$

2) Le rayonnement solaire et sa réception sur la terre

a) La constante solaire

On appelle constante solaire la puissance reçue sur 1 m² de surface située hors de l'atmosphère, placée perpendiculairement aux rayons du soleil. Cette valeur est peu variable même entre les positions extrêmes de la terre par rapport au soleil (2 à 3 %).

$$C = 1,396 \text{ kW/m}^2$$

Il est évident que pour une surface horizontale placée hors atmosphère, la puissance reçue dépend :
 - de la latitude
 - du jour de l'année.

Il faut remarquer qu'il y a dissymétrie entre l'hémisphère Nord et l'hémisphère Sud.

b) La répartition spectrale

Le soleil rayonne comme un corps noir à 6000°K, soit un maximum de puissance vers 0,5 μ , comme le montre la fig. 1

- 8 % émission correspond à $\lambda < 0,4 \mu$ (ultra violet)
 41 % " " " $0,4 < \lambda < 0,7 \mu$ domaine visible
 51 % " " " $0,7 < \lambda$ (infra-rouge)

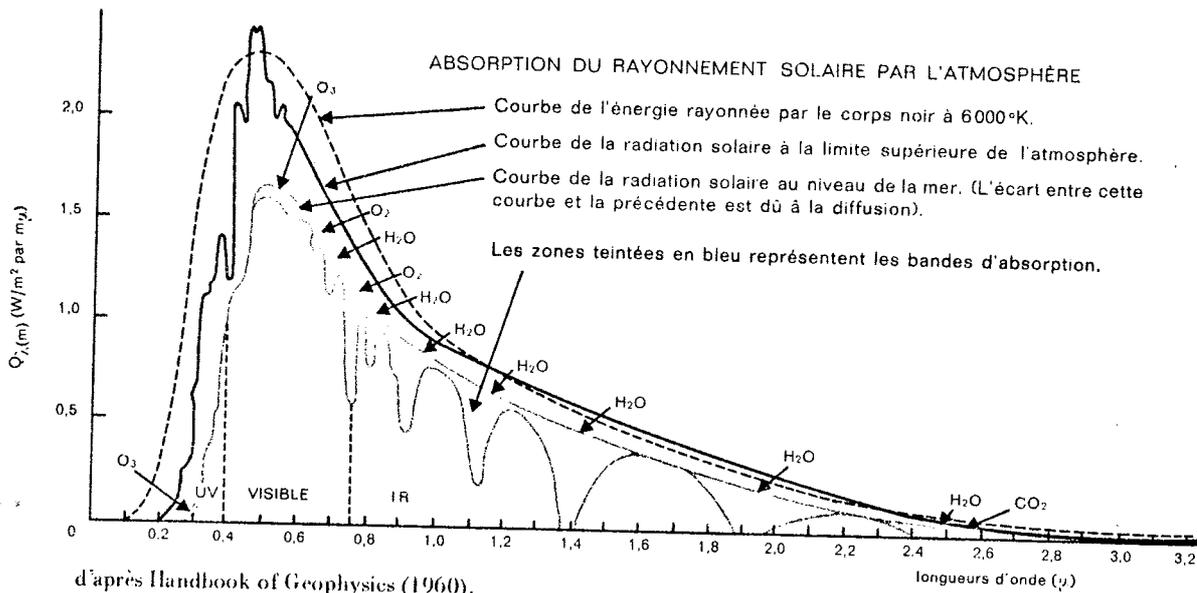


Fig.1 : Répartition spectrale du corps noir à 6000°K

c) Absorption sélective du rayonnement par l'atmosphère en l'absence de nuages :

L'oxygène, l'azote et l'ozone absorbent une partie du rayonnement de courte longueur d'onde ; par contre l'eau sous forme de vapeur absorbe le rayonnement visible et infra-rouge dans une proportion notable. Quant au gaz carbonique, seules les longueurs d'onde élevées (2,8 à 4,3 μ) sont absorbées.

d) Diffusion atmosphérique d'un ciel clair,

Deux types de diffusion : - la diffusion ^{moléculaire} inversement proportionnelle à la puissance quatrième de la longueur d'onde ; si bien qu'elle agit surtout sur les courtes longueurs d'onde.

- la diffusion des particules en suspension elle est de la forme $k \lambda^{-\alpha}$ où α (de l'ordre de 1 à 2) dépend des particules ; elle est donc moins sélective que la précédente vis à vis des longueurs d'onde.

La diffusion dépend donc de l'épaisseur d'air traversé (donc hauteur du soleil) et de la quantité des particules ; l'affaiblissement peut atteindre 60 %, il est de l'ordre de 10 % à midi en été par ciel clair non pollué.

Le rayonnement maximum reçu au sol est de l'ordre 1 kw/m².

e) Cas du ciel couvert

Si l'on considère un ciel complètement couvert :

il y a d'abord réflexion ; on appelle 'albedo le rapport :

$$\text{albedo} = \frac{\text{rayonnement réfléchi}}{\text{rayonnement incident}}$$
 . Cet albedo est variable selon le type et l'épaisseur des nuages ; il est assez élevé.

Nuage :	Albedo :
Stratus d'épaisseur 100 m	0,4
500 m	0,7
Altostratus	0,4-0,7
Cumulus	0,8

il y a également diffusion assez indépendante de la longueur d'onde. Cette émission est diffusée vers l'espace (réflexion diffuse) et transmise vers le sol (transmission diffuse).

Les nuages absorbent également une partie de l'ordre de 5 % du rayonnement s'ils sont épais.

f) Influence de la surface terrestre

Le rayonnement reçu sur la surface du sol est en partie ou presque en totalité réfléchi comme le montre le tableau suivant :

Etat du sol	Albedo
Neige fraîche	0,8-0,9
Neige ancienne	0,5-0,7
Cultures	0,05-0,15
Mer	0,05-0,40

L'albedo, notamment, pour la neige et la mer peut être très variable.

3) Le rayonnement terrestre et son absorption par l'atmosphère

La terre émet un rayonnement, qui compte tenu de la température du sol, se trouve dans l'infra-rouge mais monte jusqu'à 100μ . Si la terre était un corps noir, elle rayonnerait $0,4 \text{ KW/m}^2$; en fait, le rapport entre

$$\frac{\text{rayonnement émis}}{\text{rayonnement du corps noir}}$$

appelé "émissivité" est de l'ordre de 0,9 à 0,99 pour la neige (qui se comporte alors comme un corps noir).

La figure suivant (2) montre que l'atmosphère absorbe surtout à cause de l'eau la quasi totalité du rayonnement terrestre, sauf entre 8 et 14μ par ciel clair.

D'après PERRIN DE BRICHAMBAUT

Absorption du rayonnement infrarouge terrestre par l'atmosphère.

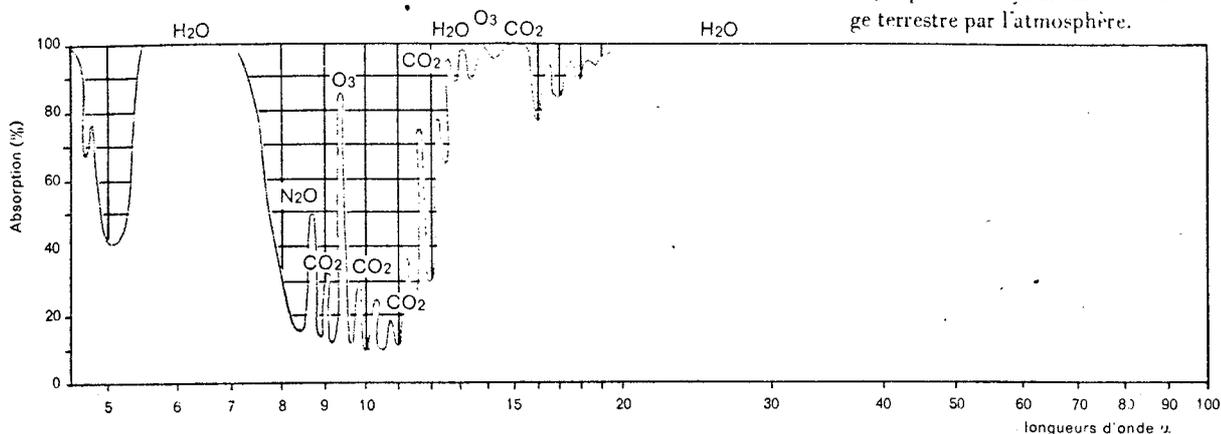


Fig.2 : Absorption du rayonnement infrarouge terrestre par l'atmosphère

4) Le rayonnement atmosphérique

Il est dû essentiellement à la vapeur d'eau, au gaz carbonique et à l'ozone et se fait dans une bande de longueur d'onde de 5 à 100 μ ; notons qu'il est d'une part étroitement lié à la tension de vapeur d'eau et à la température au voisinage du sol et d'autre part qu'il est bien absorbé par le sol (ordre de grandeur 300 W/m²).

5) Le bilan

a) à la surface de la terre B_T

La terre absorbe donc tout ou fraction de :

RS = rayonnement solaire direct

RSDA = " " diffusé vers le sol par l'atmosphère

RAS = " atmosphérique dirigé vers le sol

On appelle RG = rayonnement global = RS + RSDA, A_T l'albedo de la terre ; donc $RC_{abs.} = (1 - A_T) RG$. Soit $\alpha \cdot RAS$ le rayonnement atmosphérique absorbé ($\alpha \simeq 1$), le gain total pour la surface terrestre est :

$(1 - A_T) RG + \alpha \cdot RAS$, les pertes étant dues au rayonnement terrestre RT. D'où la relation :

$$B_T = RG (1 - A_T) + \alpha RAS - RT$$

La figure suivante (3) schématise ces échanges

.../...

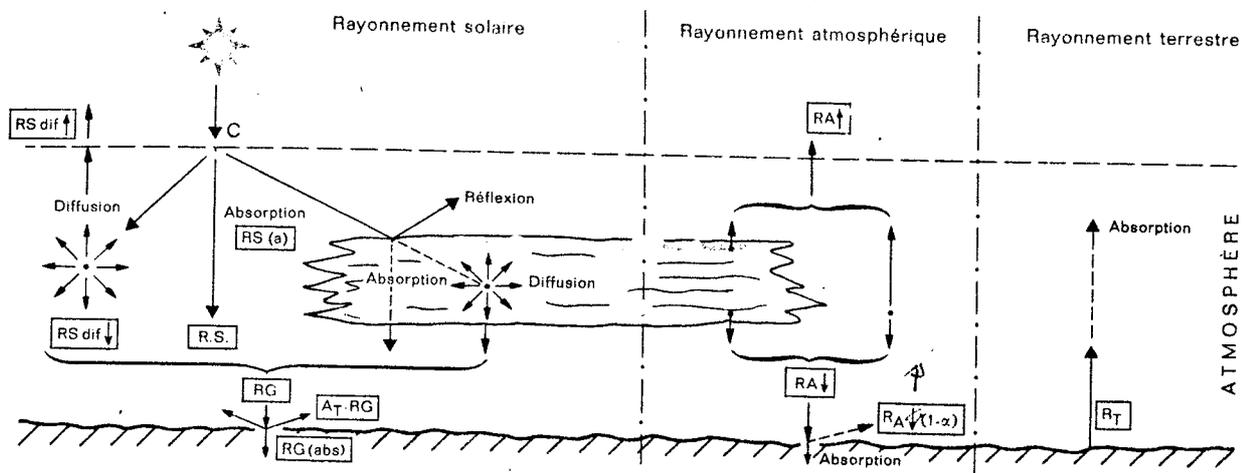


Fig. 8.8 - Les échanges radiatifs dans l'ensemble soleil - surface terrestre - atmosphère

Fig.3 : Schématisation des échanges radiatifs

La fig. () montre les variations au cours d'une journée de ces diverses quantités en l'absence de nuages. A l'échelle annuelle, il faut noter que les bilans sont positifs pour la terre (il y a en effet d'autres échanges énergétiques que les échanges radiatifs) ; sous la latitude 45° il est positif d'environ 60 W/m^2 .

b) le bilan atmosphérique radiatif

Disons tout de suite qu'il est en moyenne négatif d'environ 100 W/m^2 .

$$BA = RS + RT - RAS - RAE$$

où RAE est le rayonnement atmosphérique dirigé vers l'espace.

6) Autres échanges de chaleur

Les échanges radiatifs ne sont pas les seuls échanges énergétiques.

a) conduction

Le sol et les gaz ont une mauvaise conductibilité thermique. Les échanges par conduction sont faibles et ne revêtent une certaine importance qu'à la surface du sol, dans les premières couches, surtout lorsqu'il y a une certaine agitation turbulente.

b) Convection

Signalons qu'on trouve fréquemment sous les cumulus des courants ascendants de plusieurs m/s accompagnés de courants descendants de vitesse du même ordre de grandeur ; ce brassage dû à l'instabilité permet à l'atmosphère de récupérer de l'énergie de la surface terrestre, les transferts conductifs et radiatifs se faisant plus facilement dans le sens terre atmosphère que dans le sens inverse.

7) Bilân quantitatif moyen

La figure suivante (4) donne une idée de la répartition énergétique du bilan moyen énergétique dans l'hémisphère Nord.

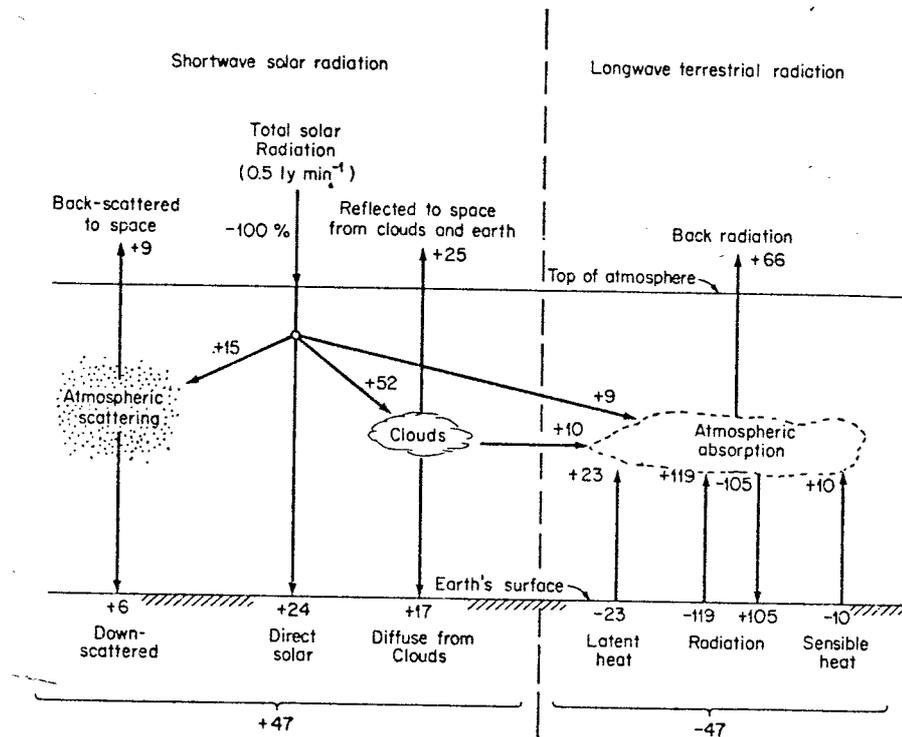


Fig. 6-3 Mean vertical heat balance in the Northern Hemisphere. (Adapted with permission from H. G. Houghton, *On the Annual Heat Balance of the Northern Hemisphere*, *J. Meteorol.*, vol. 11, no. 1, 1954, published by the American Meteorological Society.)

Fig.4 : Bilan moyen énergétique dans l'hémisphère Nord

IV LE CYCLE HYDROLOGIQUE

1) Schématisation du cycle hydrologique

La figure suivante (1) illustre de façon simplifiée le cycle hydrologique ; elle montre notamment tous les cheminements les plus importants que peut suivre une particule d'eau à la surface du globe. Notons que ce cycle peut être parcouru très rapidement : en quelques jours, une particule évaporée de l'Atlantique peut tomber sous forme de pluie, et revenir à celui-ci ; ou très lentement, par exemple si la particule d'eau tombe dans la zone d'accumulation d'un glacier (quelques dizaines d'années).

La plupart des éléments du cycle hydrologique sont imbriqués les uns dans les autres et il est parfois difficile de les séparer (on ne peut guère étudier l'infiltration réelle sans tenir compte des précipitations et de l'évapotranspiration).

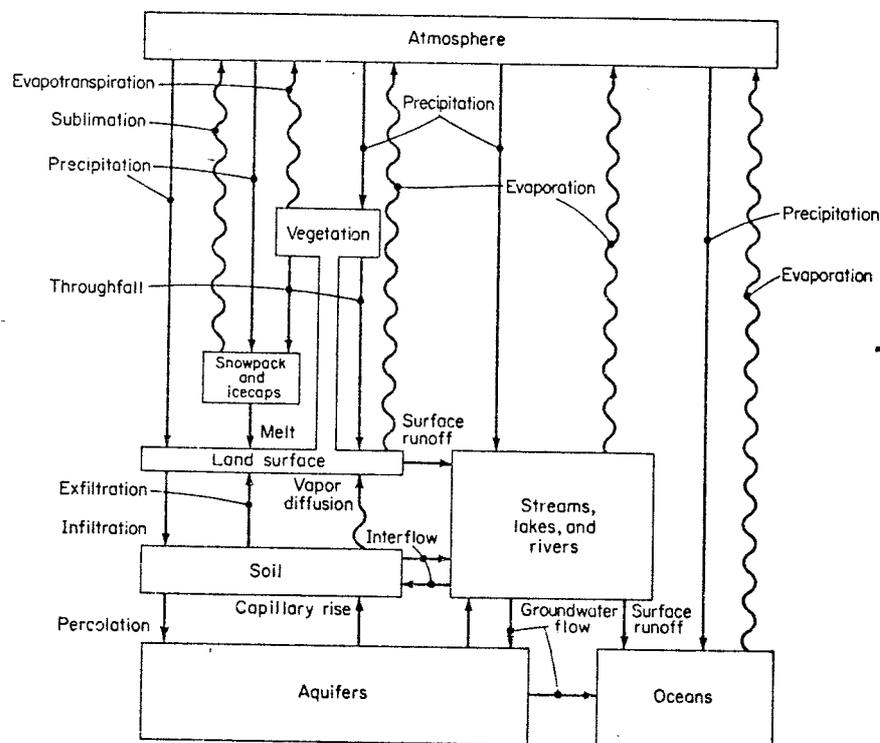


Fig. 2-2 An engineering view of the hydrologic cycle.

Fig.1 : Schématisation du cycle hydrologique

2) Bilan du cycle hydrologique

Il est d'usage de se référer à une période d'un an lorsque l'on fait un bilan hydrologique ; ceci afin d'introduire dans ce bilan les variations saisonnières. Afin d'éliminer les erreurs dues aux variations des réserves en eau (nappes, glaciers... ce bilan est en fait souvent calculé sur une très longue période et ramené à une année.

La figure (2) est un bilan de ce qui se passe à l'échelle du globe ; il se trouve être de l'ordre de grandeur de ce qui se passe en climat tempéré. Notons dès à présent que plus de la moitié des précipitations retourne à l'atmosphère (dans les zones dites "endoréiques" où il n'y a aucun écoulement, toutes les précipitations reviennent à l'atmosphère).

THE HYDROLOGIC CYCLE 7

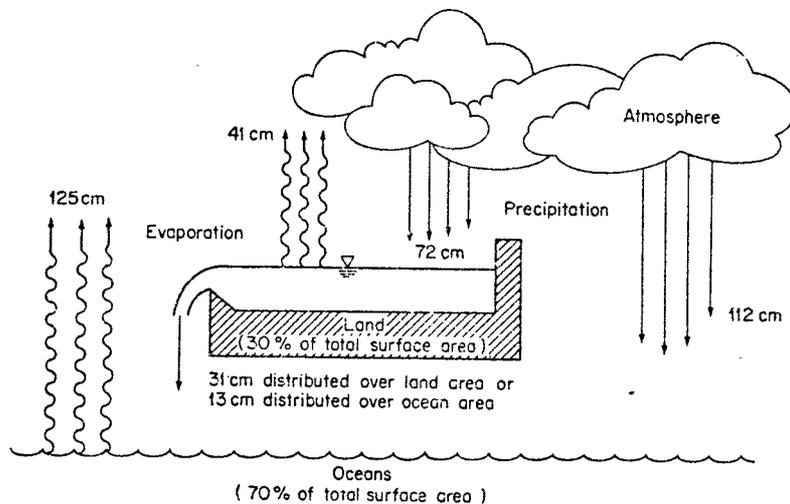
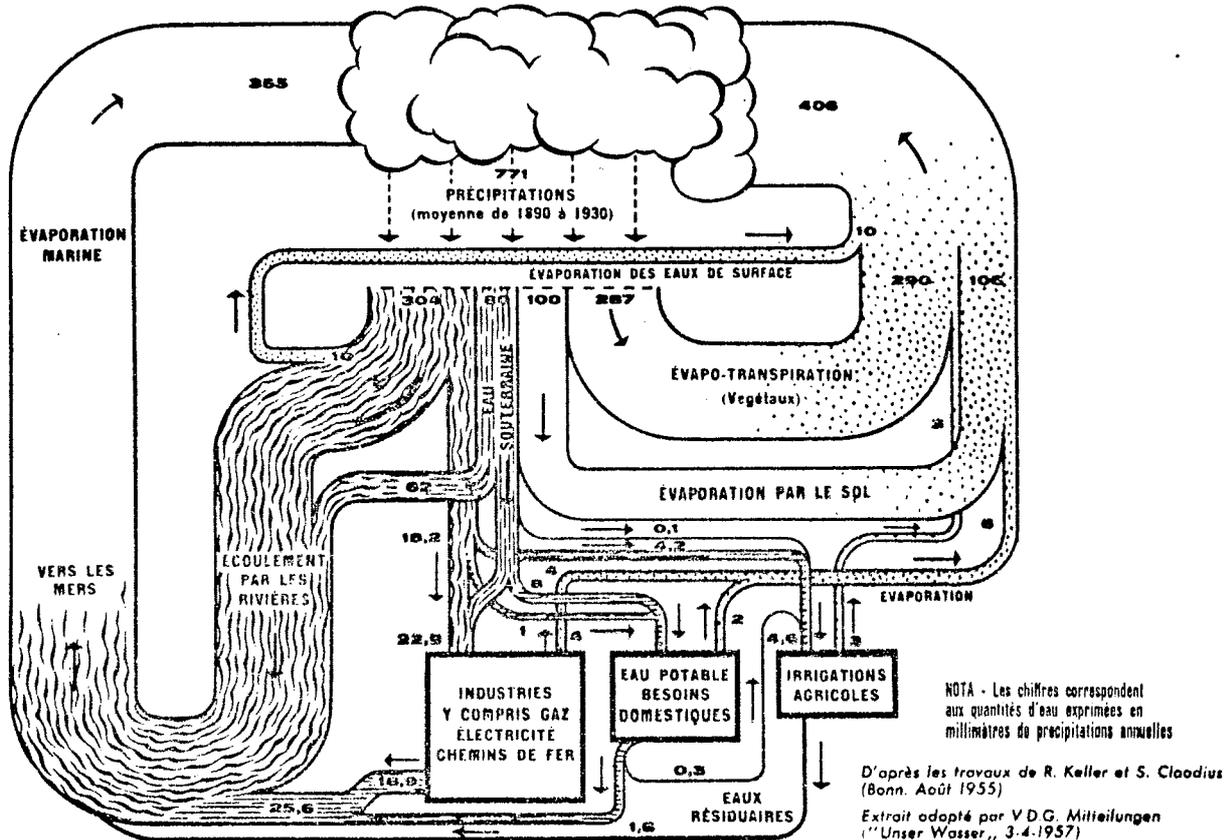


Fig. 2-3 Disposition of global annual average precipitation. (Data from M. I. Budyko, N. A. Efimova, L. I. Zubenok, and L. A. Strokiña, *The Heat Balance of the Earth's Surface*, Akad. Nauk. USSR, *Izv. Ser. Geogr.*, no. 1, 1962.)

Fig.2 : Bilan hydrologique moyen de la terre

La figure (3) suivante correspond aux valeurs calculées sur la période 1890 à 1930 pour l'Allemagne Occidentale.



3) Ordre de grandeur des différentes composantes en climat tempéré.

Afin de fixer quelques ordres de grandeur, nous donnerons les ordres de grandeur des valeurs moyennes des composantes essentielles du cycle, sous nos climats tempérés. Il faut ajouter à cela des ordres de grandeur des variabilités de ces grandeurs d'une année à l'autre.

a) Les précipitations annuelles

En schématisant, on peut dire qu'en France, l'endroit le moins arrosé reçoit moins de 400 mm l'année sur 10 ; l'endroit le plus arrosé reçoit plus de 1800 mm l'année sur 10.

b) Les écoulements de surface à l'échelle annuelle

L'écoulement moyen d'une rivière peut être exprimé, à l'échelle annuelle, en lame d'eau équivalente rapport du volume moyen annuel à la surface réceptrice. Comme pour les pluies on l'exprime en mm d'eau. Le tableau suivant donne quelques valeurs pour la France :

<u>Rivière</u>	<u>Bassin Versant</u>	<u>lame d'eau d'écoulement en mm</u>	<u>Période</u>
Seine à Paris	44 000 km ²	196 mm	1927-60
Loire à Montjean	110 000	249	1921-60
Tech à Pas du Loup	236	433	1921-60
Ariège à Hospitalet	45	1500	1961-67
N. cap de long edelweiss	5	1940	1951-67

c) Déficit d'écoulement

C'est la différence entre l'eau reçue et l'eau écoulee ; cette quantité est variable à l'échelle du globe (1100 mm pour l'Amazonie, moins de 300 mm/an pour certaines régions froides). Toutefois le déficit est assez constant sur de grands ensembles continentaux, étant lié aux pluies et aux températures pour des valeurs moyennes de pluies (< 1000 mm) et fonction de la température uniquement lorsque les précipitations sont importantes. L'abaque de Wundt est un résumé statistique des valeurs obtenues en divers points du globe.

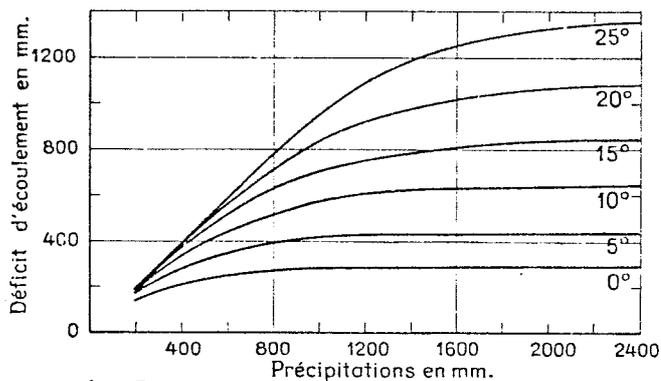


Fig.5 : — *Abaque du déficit d'écoulement pour diverses températures moyennes annuelles (d'après WUNDT, COUTAGNE et PARDÉ, in GUILCHER).*

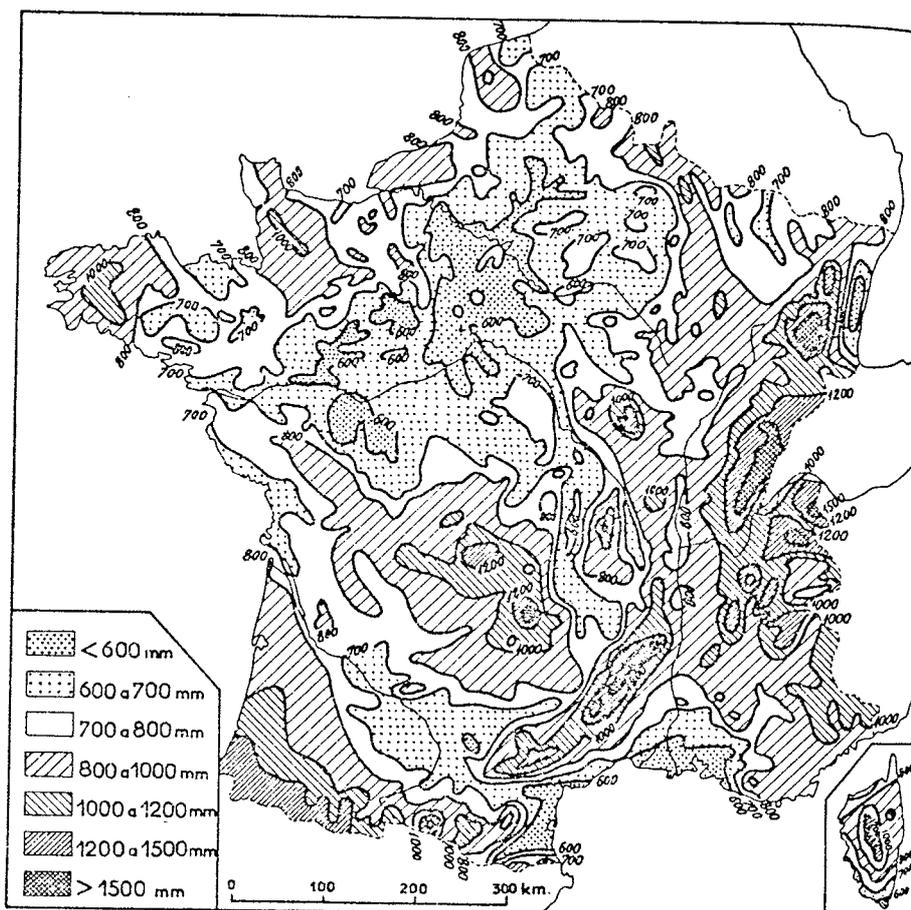


Fig.6 : — *Les modules pluviométriques moyens annuels en France (d'après J. SANSON)*

Conclusions des chapitres III et IV

Le développement récent des modèles mathématiques en hydrologie a imposé aux hydrologues une recherche systématique des phénomènes physiques; c'est ainsi qu'actuellement de nombreux modèles déterministes de fusion nivale reposent en grande partie sur l'analyse des bilans énergétiques. Dans un autre domaine du cycle hydrologique, celui de l'évaporation et de l'évapotranspiration, il faut ajouter à l'étude du bilan énergétique, l'analyse du bilan de masse.

La schématisation du cycle hydrologique permet de se rendre compte de l'imbrication des différentes composantes ; selon les cas l'hydrologue s'intéresse au cycle entier (cas d'une monographie) ou à diverses composantes (infiltration, propagation des crues...)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 CLAUSE et FACY .Les nuages. Armand Colin 1959 190 pages.
- 2 EAGLESON P.S. Dynamic Hydrology. Mac Graw Hill 1970 450 pages.
- 3 GRAY D.M. Manuel des principes d'hydrologie. Conseil National de Recherches du Canada 500 pages.
- 4 MASON B.J. Clonds, Rain and Rainmaking, Cambridge 1962 144 pages.
Organisation Météorologique Mondiale. Guide des pratiques climatologiques. OMM N° 10 T.P. 44 150 pages.
- 5 PEGUY Ch.P. Précis de climatologie. Masson et Cie 1970 470 pages.
- 6 REMENIERAS G. L'hydrologie de l'ingénieur. Eyrolles 1960 420 pages.
- 7 ROCHE M. Hydrologie de surface. Gauthier Villars ORSTOM Paris 1963 426 pages.
- 8 TRIPLET ET ROCHE . Météorologie générale. Ecole Nationale de la Météorologie Paris 1971 317 pages.
- 9 WIESNER C.J. Hydrométéorology. Chapman and Hall. Londres 1970 230 Pages.

Nota : Certaines figures de ce cours sont extraites de 6 et 8 avec l'autorisation des auteurs.

PARAMETRES LOCAUX ET SAISONNIERS

S O M M A I R E

I - Le complexe physique du bassin versant

- 1) *Définition du bassin versant.*
- 2) *Hypsométrie*
- 3) *Schématisation numérique des bassins versants*
- 4) *Tracé en plan du réseau hydrographique*
- 5) *Profil en long*

II - Le régime des cours d'eau

- 1) *Introduction*
- 2) *Présentation et analyse des données*
- 3) *Les différents régimes*

Conclusions

Bibliographie

PARAMETRES LOCAUX ET SAISONNIERS

I - Le complexe physique du bassin versant

1) Définition du bassin versant

Considérons une section d'une rivière ; on définit le bassin versant de cette rivière pour la section considérée comme la surface drainée par ce cours d'eau et ses affluents amont ; le bassin versant sera donc limité par des lignes de partage des eaux. En général, s'il n'y a pas d'écoulement souterrain parasite, ces lignes de partage des eaux sont des crêtes rejoignant la section par deux lignes de pente. Le bassin versant hydrologique est alors confondu avec le bassin versant topographique que l'on peut déterminer aisément à partir d'une carte topographique (cf. fig. 1).

Exceptions : Il existe des cas où par suite d'écoulements souterrains importants, les deux bassins topographiques et hydrologiques sont différents :

Exemple : Écoulements karstiques dans le Vercors

Une étude d'Electricité de France (Division Technique Générale) a montré de façon assez précise que lors d'un épisode pluvieux important, et par suite d'écoulements souterrains, les bassins hydrologiques de la Bourne et de la Vernaison étaient très différents des bassins topographiques, comme le montre le tableau suivant :

<u>Rivière</u>	<u>Station</u>	<u>BV Géographique</u>	<u>BV Hydrologique</u>
Bourne	Choranche	246 Km ²	446 Km ²
Vernaison	Royans	281	81

Il semble d'ailleurs dans ce cas que certains bassins hydrologiques soient fonction des débits, par suite d'amorçage de siphons.

Le Gave de Sainte Engrace à Licq Atherey

La lame d'eau écoulée est de 4072 mm ^{par an} sur la période de 1944-1967 en prenant pour bassin versant, le bassin versant topographique de 60 Km² ; en fait, le bassin hydrologique est estimé à 155 Km².

2) Répartition des altitudes. Courbe hypsométrique

Comme de nombreux paramètres hydrologiques varient avec l'altitude (température, précipitation...), il est important de connaître la répartition des altitudes dans le bassin ; pour cela, la représentation la plus utilisée est la courbe hypsométrique (cf. fig. 2) obtenue en planimétrant les surfaces comprises entre certaines tranches d'altitude. La forme de cette courbe donne implicitement une certaine idée des pentes et de leur répartition en altitude. En zone montagneuse cette courbe est très utile pour connaître rapidement la surface intéressée par la fusion nivale, selon la répartition verticale des températures.

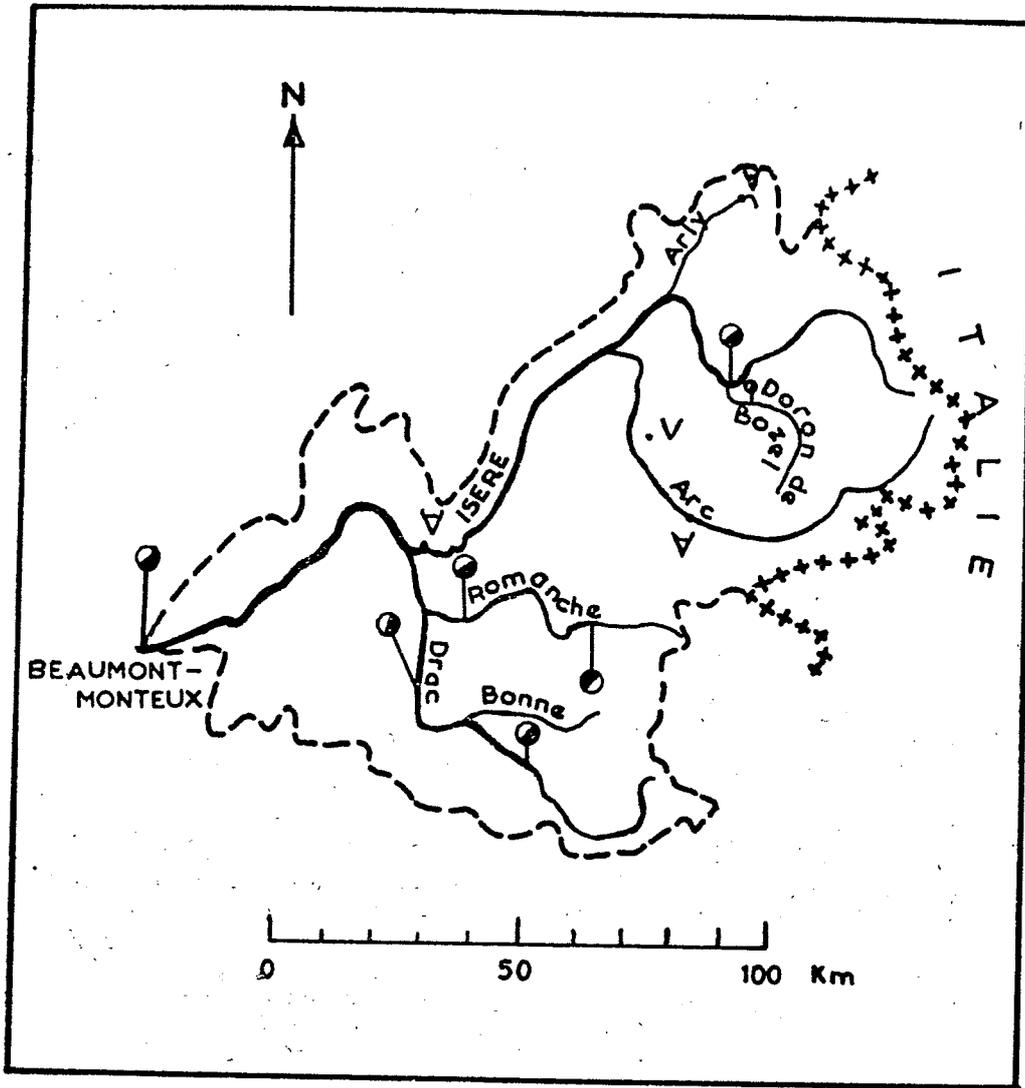
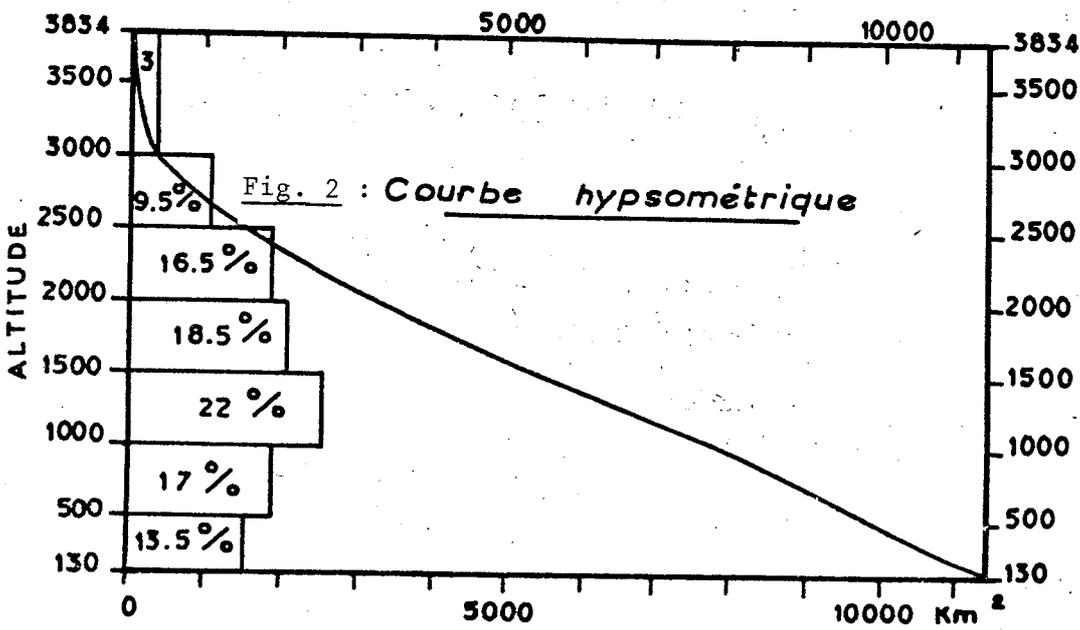


Fig. 1 : Bassin versant hydrologique de l'Isère à BEAUMONT-MONTEUX



3) Schématisation numérique des bassins versants

Il peut être intéressant de définir quelques termes permettant de schématiser par des index simples la forme et la structure du bassin versant.

a) Rectangle équivalent

Soit P le périmètre du bassin versant (au besoin légèrement lissé pour faire disparaître les irrégularités de limites n'ayant aucune importance du point de vue de l'écoulement).

A = superficie

Le rectangle équivalent est un rectangle de longueur et largeur L et l de même superficie A et de même périmètre P que le bassin réel

$$2(L + l) = P$$

$$Ll = A$$

On peut en outre placer sur ce rectangle des lignes de niveau de telle sorte que le rectangle équivalent ait même répartition hypsométrique, ce qui permet de schématiser un bassin par quelques valeurs numériques (utile pour les modèles mathématiques).

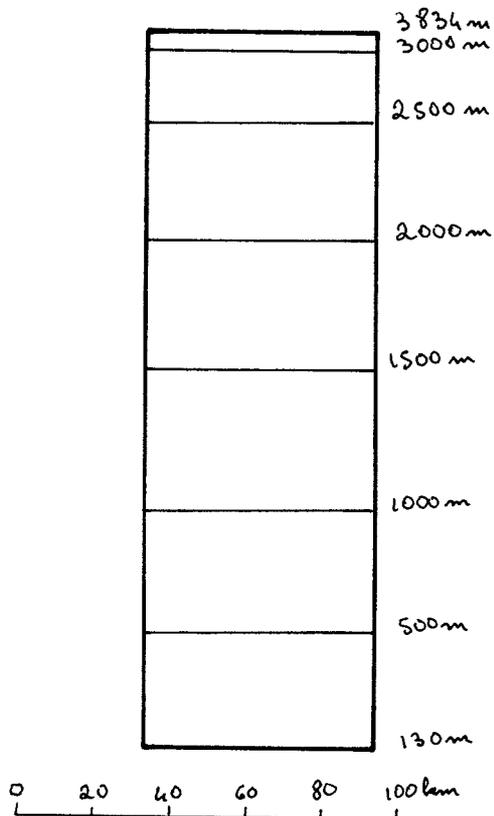


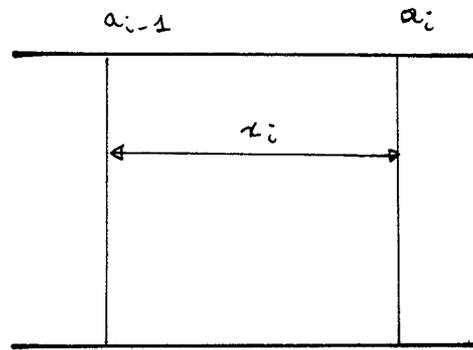
Fig. 3 : Rectangle équivalent de
l'Isère à BEAUMONT-MONTEUX
S = 11 500 Km² P = 500 Km
L = 190 Km l = 60 Km

b) Indice de pente

Pour définir la pente moyenne d'un bassin, nous utiliserons la définition de Roche () : l'indice de pente est la moyenne pondérée par les surfaces, des racines carrées des pentes.

L'indice de pente est facile à calculer à partir du rectangle équivalent :

.../...



Soit x_i la distance séparant les lignes de niveau a_{i-1} et a_i :

$$I_p = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n x_i \sqrt{\frac{a_i - a_{i-1}}{x_i}}$$

où L est la longueur du rectangle équivalent ; si B_i est la fraction de la surface totale du bassin comprise entre a_i et a_{i-1} :

$$I_p = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n \sqrt{B_i (a_i - a_{i-1})}$$

c) Indice de compacité

On définit l'indice de compacité d'un bassin comme le rapport du périmètre du bassin (dont on a lissé un peu les contours) au périmètre du cercle ayant même surface.

Avec les mêmes notations $P =$ périmètre
 $A =$ surface

soit R le rayon du cercle

$$R^2 = A/\pi \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$\text{et} \quad K = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}} \quad \parallel \quad K \approx 0,28 \frac{P}{\sqrt{A}}$$



Fig. 4 : Exemples d'indice de compacité

4) Le tracé en plan du réseau hydrographique

Le tracé en plan d'un réseau hydrographique est la carte à une échelle donnée du réseau de drainage ; ceci ne soulève pas de difficultés pour les rivières permanentes à écoulement permanent, si ce n'est de savoir jusqu'à quelle taille, (largeur de la rivière, débit) il faut dessiner les petits affluents, qui présentent pourtant une certaine importance dans l'écoulement. Certains auteurs préconisent de définir l'échelle de la carte utilisée ; c'est supposer que les topographes se sont appuyés sur des considérations hydrologiques.

Ceci permet de définir la densité de drainage :

$$D = \frac{\sum L_i}{A} = \frac{\text{longueur totale des rivières retenues}}{\text{Surface du bassin versant}}$$

D'autres auteurs définissent la structure :

372 DYNAMIC HYDROLOGY

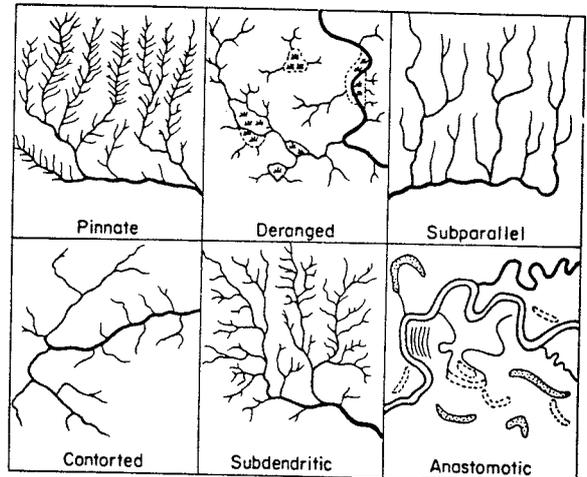
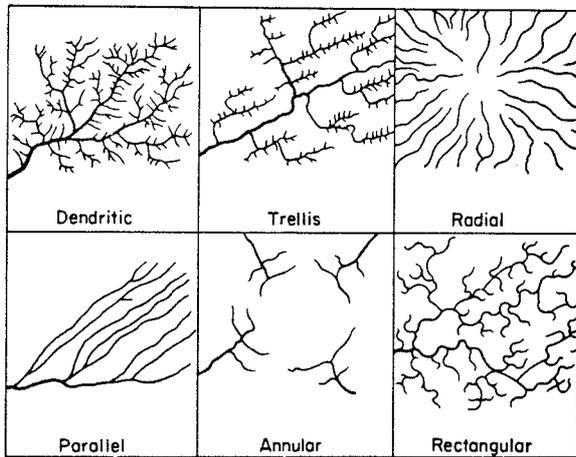


Fig. 16-1 Some commonly occurring stream patterns. (By permission from R. H. L. Howe, *The Application of Aerial Photographic Interpretation to the Investigation of Hydrologic Problems*, *Photogrammetric Eng.*, vol. 26, no. 1, 1960.)

Fig. 5 : Exemples de structures de réseaux en plan

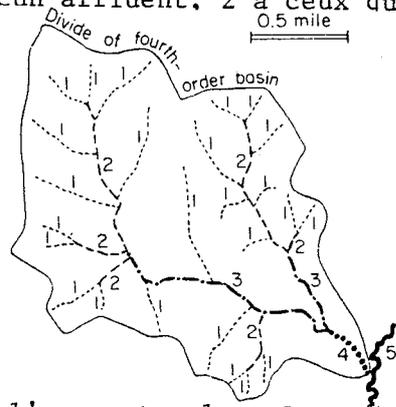
Topologie du réseau

Certains auteurs ont étudié la structure du réseau, en affectant à chaque tronçon de rivière un numéro d'ordre, par exemple :

- cours d'eau principal (par rapport au bassin versant étudié) ordre 1
- chaque affluent direct " 2



Cette méthode présente l'inconvénient majeur qu'un petit affluent arrivant près de la sortie du bassin versant a un ordre 2, qui n'a rien à voir avec son importance réelle. Wisler et Broter proposent d'affecter l'ordre 1 au cours d'eau ne recevant aucun affluent, 2 à ceux qui ne reçoivent que les affluents d'ordre 1...



u (Order number)	N _u (Number of streams)
1	25
2	6
3	2
4	1

FIG. 4-II-2. Designation of stream orders. (After Strahler [10, p. 914].)

Si l'on porte alors le logarithme du nombre d'affluents d'ordre u en fonction de u, on aboutit généralement à une loi du type :

$$\text{Log } N_u = a - bu \quad \text{soit } N_u = R_b^{k-u}$$

si k est l'ordre de l'émissaire principal, $R_b = 10^b$ est une caractéristique du réseau de drainage : R_b grand signifie qu'il y a beaucoup d'affluents d'ordre peu élevé, R_b petit qu'il y a une hiérarchie des branches.

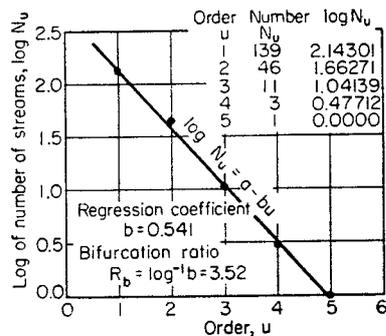


FIG. 4-II-3. Regression of number of stream segments on order. (After Strahler [10, p. 915], based on data by Smith [22, p. 1003].)

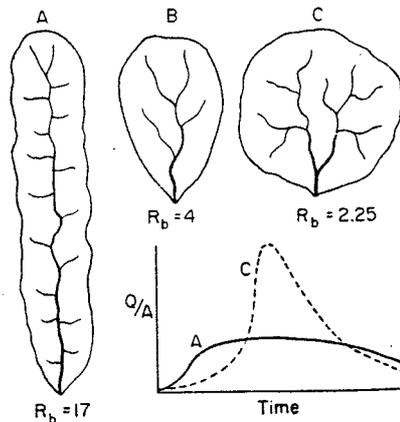


FIG. 4-II-4. Hypothetical basins of extreme and moderate bifurcation ratios, with schematic hydrographs.

Fig. 6 : Exemples de valeurs de R_b , caractéristique de la hiérarchie du réseau de drainage.

5) Profil en long :

La fig. 7 représente le profil en long de l'Isère et de ses affluents : il s'agit des courbes où l'on porte en abscisse les longueurs développées du lit de la rivière et en ordonnées l'altitude du fond ou de la côte de l'eau. Il faut noter que

dès que la pente est forte, il y a souvent une grande différence entre la pente moyenne du lit et la pente de la ligne d'énergie de l'écoulement.

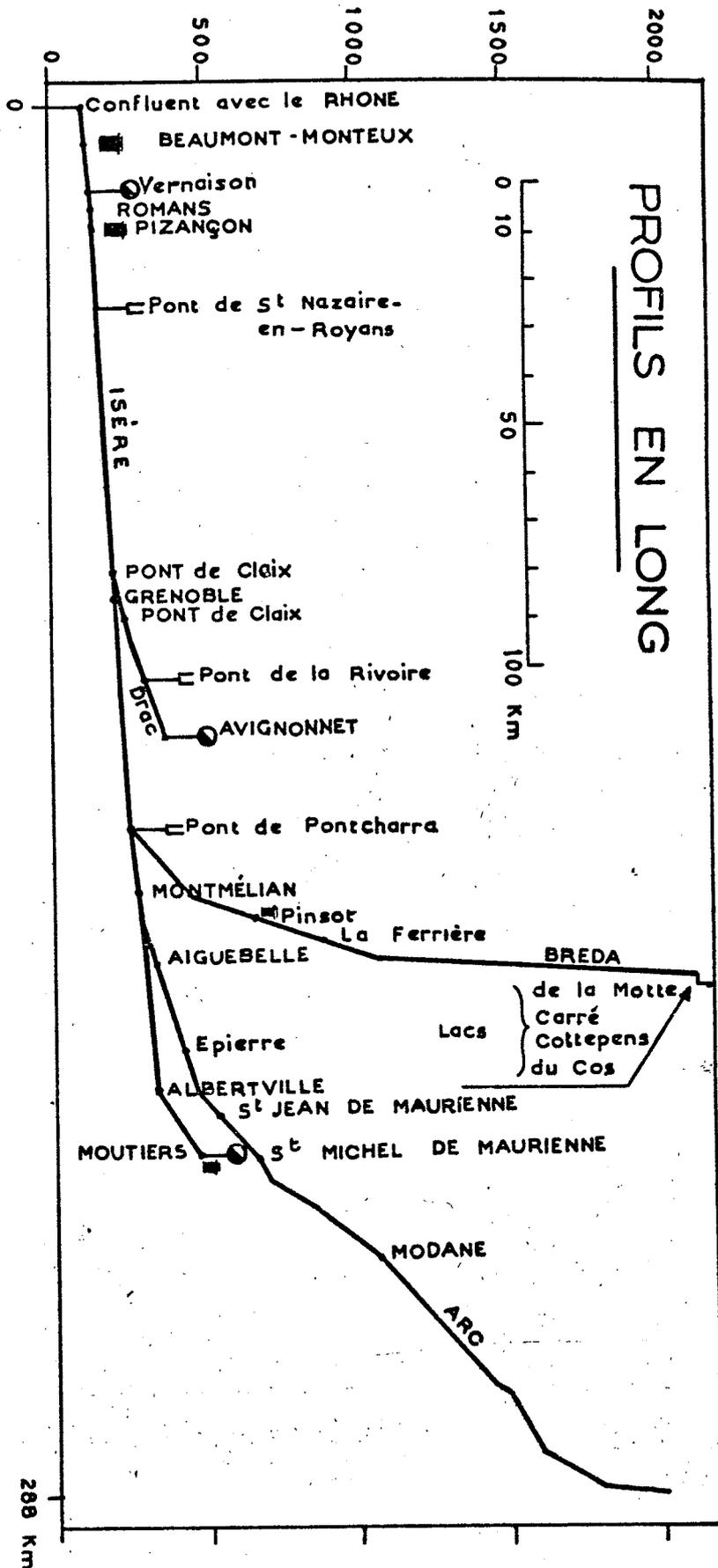


Fig. 7 : Profil en long de l'Isère et de ses affluents principaux jusqu'à BEAUMONT-MONTEUX

II - Régime des cours d'eau

1) Introduction

La plupart des problèmes relatifs à l'hydrologie font appel à la connaissance des débits ; si l'on suppose la stationnarité du climat, l'étude pourra être fondée en première analyse et en grande partie sur l'examen des débits du passé si l'on possède une longue série de données. Il convient donc de présenter ces données sous une forme pratique et standard.

2) Présentation et analyse des données

Dans la plupart des pays du monde, on a pris l'habitude de se référer au débit ou volume transité par seconde.

- Débit moyen journalier = $\frac{\text{volume en 24 heures}}{86\,400}$ en m³/s

varie de 0 - 200 000 m³/s dans le monde

- Débit spécifique : débit ramené au Km² de bassin versant en l/s/km²

varie de 0 à 10 000 l/s/Km² dans le monde.

- Débit moyen mensuel : défini sur un mois

- Débit moyen annuel : " " 12 mois ne correspondant pas toujours à l'année civile.

- Module ou débit moyen interannuel.

Moyenne des débits définis sur une longue période. Rappelons que l'évaluation d'une moyenne sur un échantillon de n valeurs d'une variable normale a un écart type de $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ si σ est l'écart type de la variable. C'est pourquoi, nous donnons le tableau suivant qui dans l'hypothèse d'une variable normale donne l'erreur relative à 80 % de probabilité, pour des variabilités interannuelles définies par un coefficient de variation voisin de 0,3.

Nombre d'années	2	5	10	20	30	50	75	100
$\frac{\Delta Q}{Q}$ en %	45	29	20	14	11	9	7	6

Débits caractéristiques :

- maximum : "débit dépassé en moyenne 10 jours par an" (en fait, c'est le débit journalier ayant la probabilité $\frac{10}{365}$ d'être dépassé)

- moyen : c'est la médiane de la série des débits journaliers (souvent inférieur au débit moyen, par suite de l'asymétrie des débits).

- d'étiage : "débit dépassé 355 jours par an" (en terme de probabilité)

Coefficients mensuels de débits :

C'est le rapport : $\frac{\text{débit moyen du mois}}{\text{débit moyen de l'année}}$; ils peuvent être définis pour

une année particulière ou pour une longue période.

Courbe des débits classés :

C'est la fonction de répartition empirique des débits journaliers exprimés en nombre de jours par rapport à l'année, il faut éviter les interprétations probabilistes de cette courbe, car les débits de crues et d'étiages ne peuvent généralement pas être considérés comme de la même population statistique.

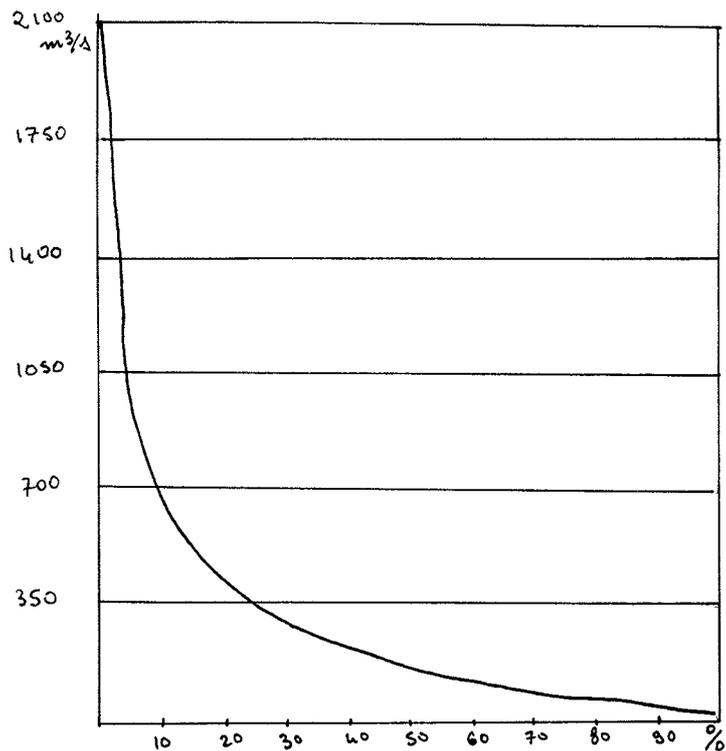


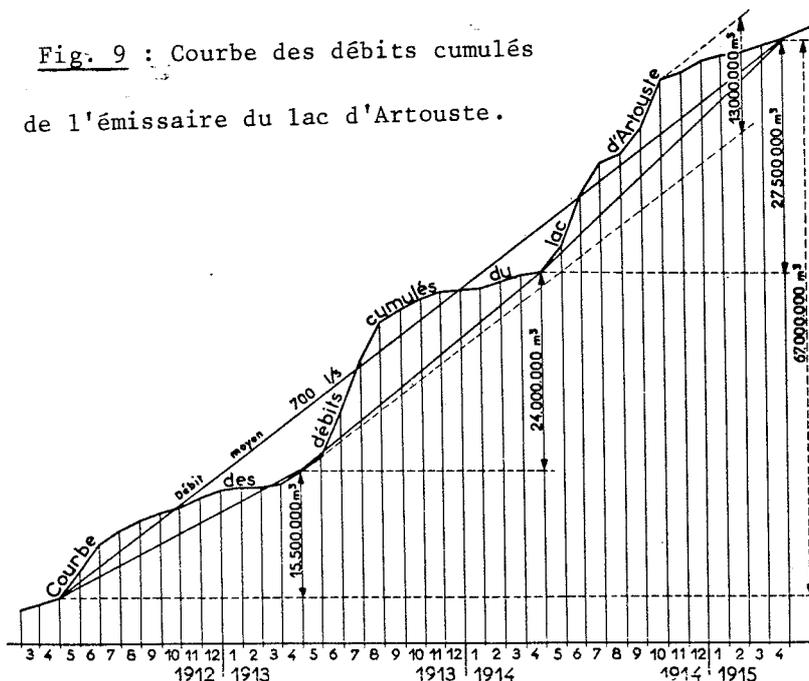
Fig. 8 : Courbe des débits classés de la Seine à Paris

Courbe des débits cumulés

C'est la courbe $w(t) = \int_0^t Q(u)$ du de la série chronologique ; cette

fonction est utilisée dans les problèmes de gestion de réservoirs et de régulation.

Fig. 9 : Courbe des débits cumulés de l'émissaire du lac d'Artouste.



.../...

Analyse statistique des débits (cf. cours d'hydrologie statistique)

L'analyse statistique des débits est dirigée dans deux directions :

- lois de probabilité des débits
- distribution temporelle des débits.

La première description un peu probabiliste consiste à déterminer les variations saisonnières des quantiles des débits journaliers.

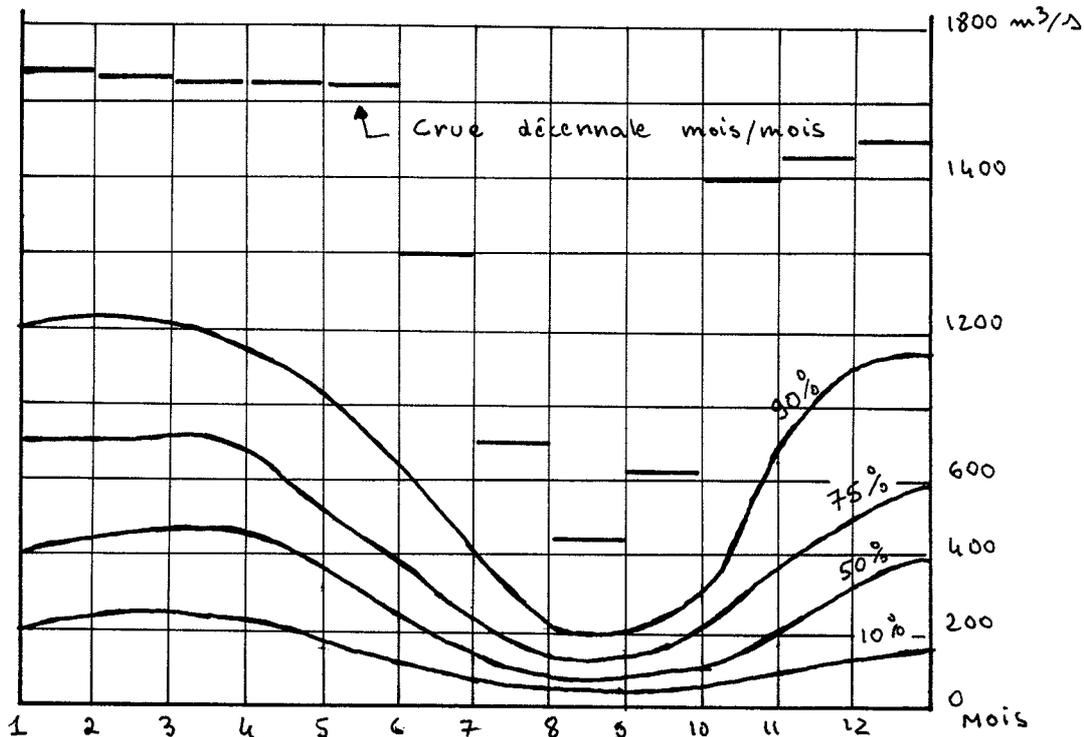


Fig. 10 : Variations, saisonnières des quantiles des débits journaliers de la Loire à BLOIS.

Les lois de probabilité les plus usuelles sont les suivantes :

- loi normale ou de gauss débits annuels
débits mensuels de certaines rivières

- loi de Galton Gibrat (loi normale des logarithmes)

elle est utilisée pour la description de débits annuels, mensuels et journaliers.

- loi gamma incomplète c'est une loi qui se prête fort bien aux distributions de débits ; sa densité de probabilité $f(x)$ a l'expression suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \left(\frac{x}{p}\right)^{\lambda-1} e^{-\frac{x}{p}} \quad \text{où } p = \frac{\sigma^2}{x}, \quad \lambda = \frac{\bar{x}^2}{\sigma^2}$$

Ce qui est important à retenir, ce sont les formes diverses de cette fonction densité selon les valeurs de λ .

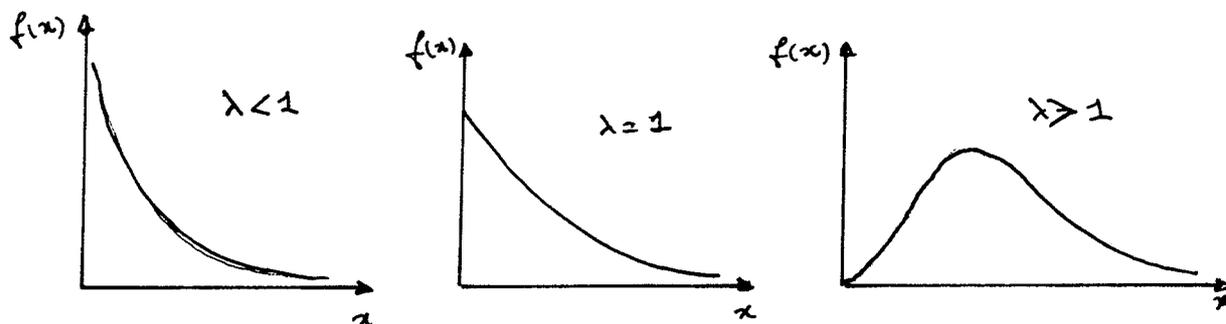


Fig.11 : Fonction densité de la loi Gamma incomplète selon les valeurs de λ .

- loi de Gumbel : utilisée pour décrire des valeurs extrêmes (notamment de crues) ; elle est définie par sa fonction de répartition $F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-x_0)}}$

Il est en outre important d'étudier les liaisons temporelles des débits ; on utilise pour cela des méthodes diverses :

schémas de Markov, analyse en composantes principales....

3) Les différents régimes.

Méthode de classification

La classification des rivières est due à M. Pardé ; elle présente l'avantage de schématiser en quelques mots les variations saisonnières des rivières. Elle repose sur l'étude des variations moyennes au cours de l'année des coefficients mensuels de débit ainsi que sur les modes d'alimentation. Trois types de régimes :

- régime simple : 1 maximum, 1 minimum, en général un mode d'alimentation
- régime mixte : en général 2 Maximas et 2 minimas par an correspondant à plusieurs modes d'alimentation.
- régime complexe ;

Cette classification est éventuellement corrigée pour tenir compte de la cause hydrologique des hautes eaux.

3-1-) Régimes simples

a) Le régime glaciaire ex : Avérole à Avérole

Il est caractérisé, sous nos climats par :

- une raison de hautes eaux en juin, juillet, août
- une saison de basses eaux, avec un débit de l'ordre de quelques 1/s/Km² en fin d'automne, hiver, début du printemps
- une très grande variabilité au cours de l'année (rapport de l'ordre de 1 à 20).
- une grande variabilité dans la journée pendant l'été (rapport de l'ordre de 1 à 4)
- une faible variabilité d'une année à l'autre et un écoulement assez important (qq dizaines 1/s/km²).

..../...

b) Le régime nival pur. ex : La Romanche à Champeau

Ce régime est voisin du régime glaciaire ; toutefois, les caractéristiques sont moins marquées et le maximum a lieu un peu plus tôt.

c) Le régime pluvial pur. ex : pluvial océanique : Seine à Paris

Bien qu'il soit placé parmi les régimes simples, il est très différent des régimes précédents ; les débits suivent plus les variations saisonnières des températures que celles de précipitations.

- Minimum en été, maximum plus ou moins marqué en saison froide.
- Grande variabilité d'une année à l'autre.
- Ecoulement généralement assez faible (Seine : 6 l/s/Km²)

d) Le régime tropical : ex : le Niger à Mopti (Mali)

Le maximum a lieu en fin d'été car la saison des pluies a lieu de juin à septembre ; régime relativement régulier d'une année à l'autre, sauf lorsque les pluies sont nettement déficitaires (cas des années 71 à 73)

Minimum très faible (à Koulikoro le débit peut dépasser 8000 m³/s en septembre mais ne pas atteindre 100 m³/s en fin de printemps).

3-2-) Régimes mixtes et complexes

Ces régimes correspondent en général à plusieurs modes d'alimentation.

a) Régime nivoglaciaire : exemple la Romanche au Chambon

En termes de moyennes mensuelles, il y a ~~qu'un~~ **un maximum** assez précoce (mai-juin) et assez long ; cela est dû à ce que la fonte glaciaire prend le relais de la fonte nivale. Les variations d'une année à l'autre restent importantes mais moindres que pour le régime nival ; il en est de même des variations diurnes pendant la saison chaude. L'écoulement est important (pour la Romanche au Chambon $q = 35$ l/s/Km²)

b) Régime nivopluvial exemple : le Verdon à Quinson

En termes de moyennes mensuelles, il y a deux maximas, l'un assez prononcé vers mai, l'autre vers novembre ; ce dernier peut être faible selon les quantités de pluie tombées en fin d'automne. Les variations d'une année à l'autre sont importantes.

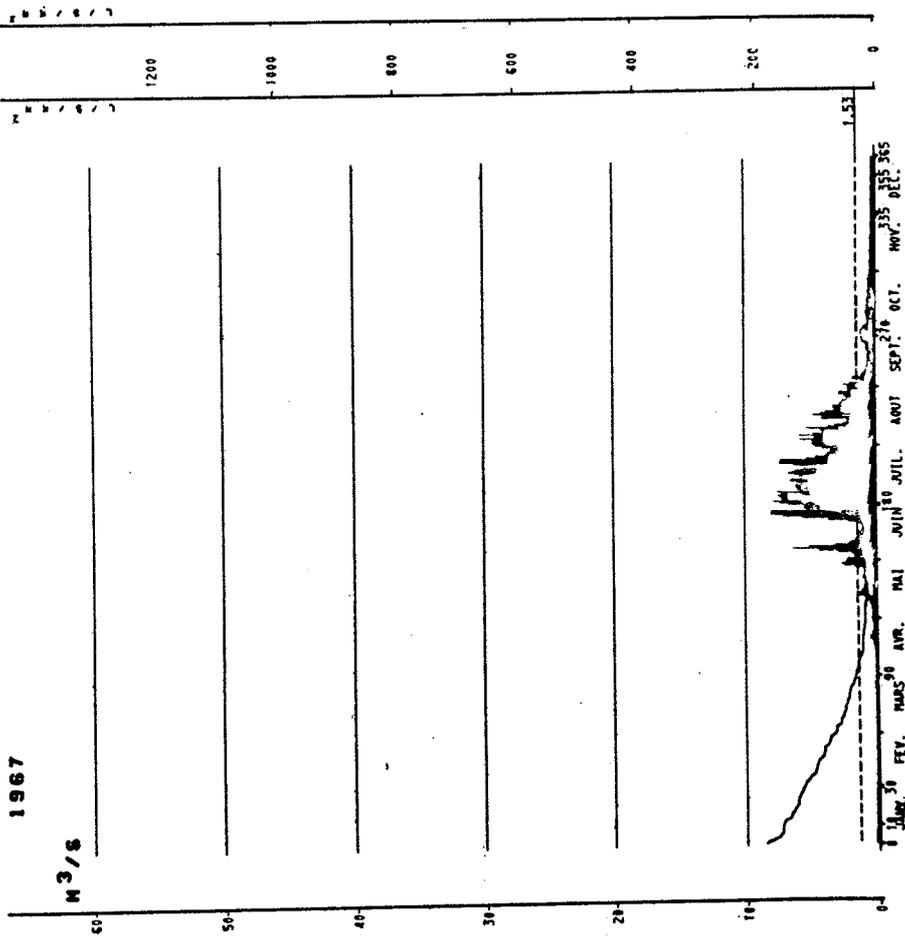
Conclusions :

Nous n'avons pas voulu entrer dans le détail ni en ce qui concerne la description morphologique d'un bassin, ni en ce qui concerne la classification des régimes. L'Ingénieur pourra toutefois à partir des définitions données quantifier la description du bassin et traduire en quelques mots la variabilité temporelle des débits. Bien souvent les problèmes à résoudre ont des solutions bien différentes selon les types de régime ; par exemple, la prévision à moyen terme des débits est possible en régime nival pour la période de fusion, alors qu'elle est hasardeuse, sauf en période d'étiage pour le régime pluvial.

AVEROLE A AVEROLE

1967

M³/S



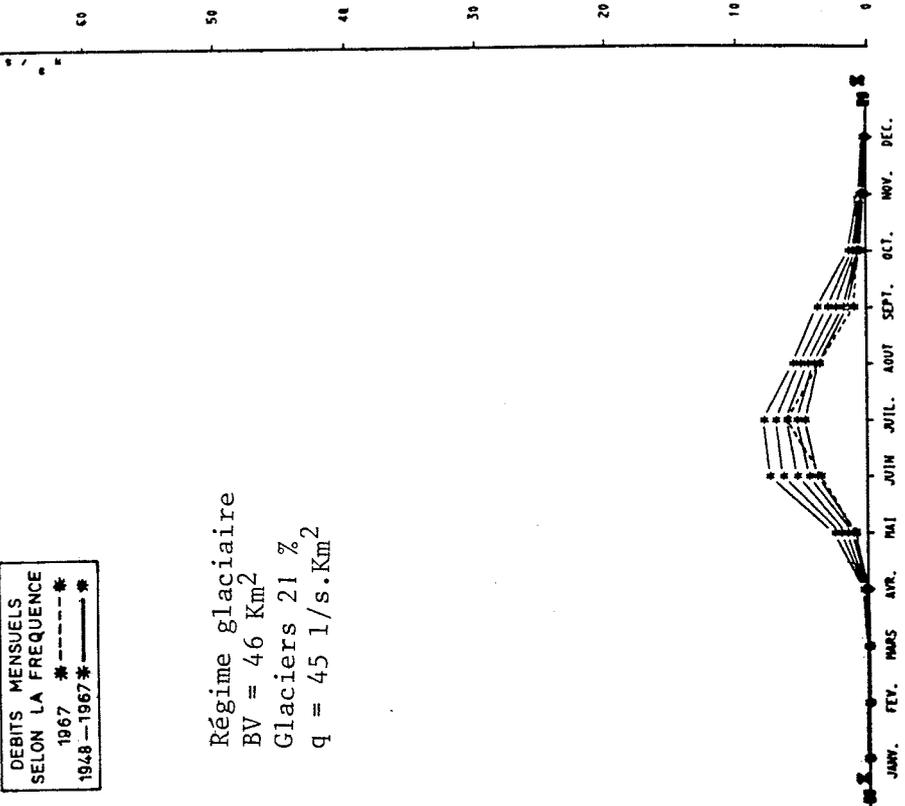
46. 1967

STATION EN SERVICE DEPUIS 1948.

N° 56-2

DEBITS MENSUELS
SELON LA FREQUENCE
1967 * - - - *
1948 - 1967 * - - - *

Régime glaciaire
BV = 46 Km²
Glaciers 21 %
q = 45 l/s.Km²

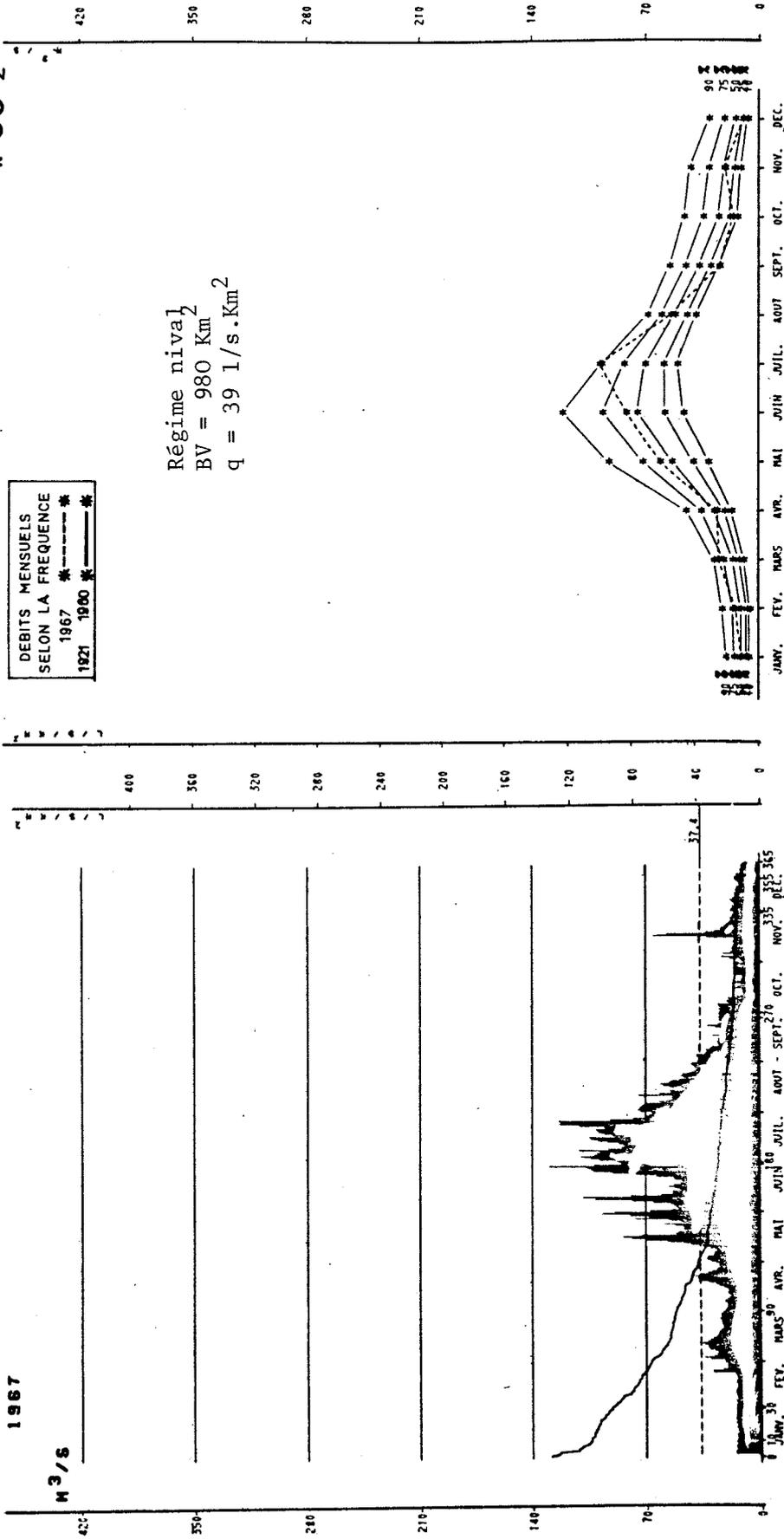


ROMANCHE A CHAMPEAU

976. 002

STATION EN SERVICE DEPUIS 1958.

N°60-2



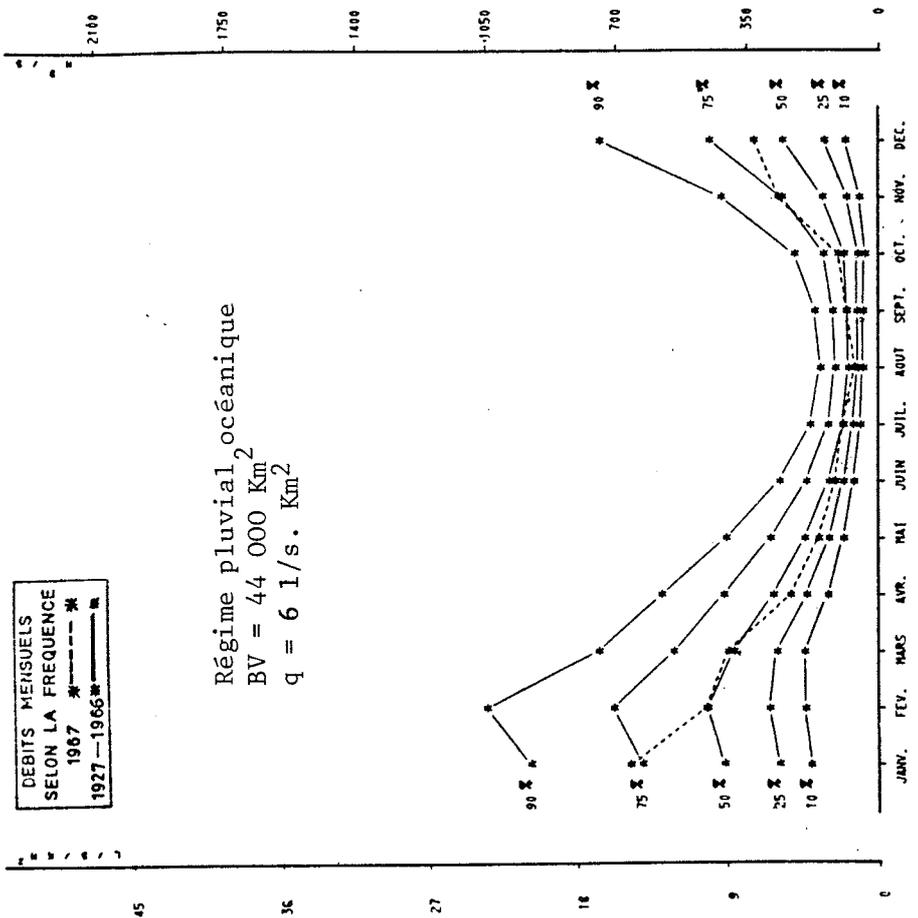
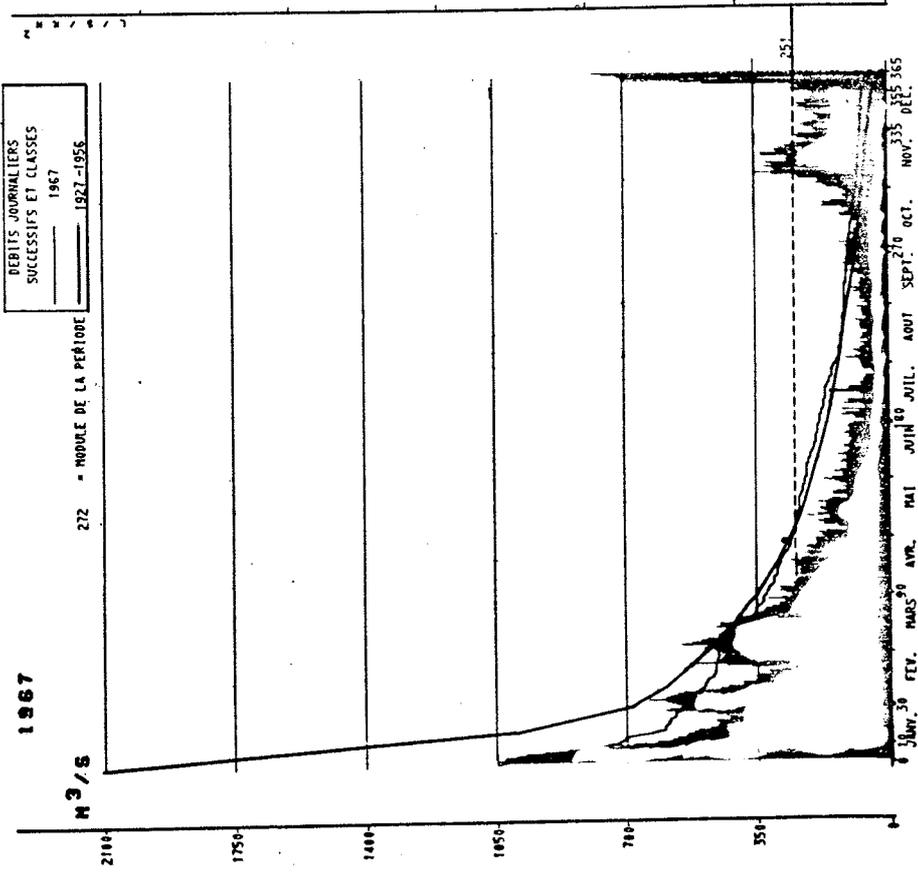
1967

m³/s

JANV. 30 FEV. MARS 30 AVR. MAI JUIN 30 JUIL. AOÛT - SEPT. 270 OCT. NOV. 335 365 DEC.

SEINE A PARIS

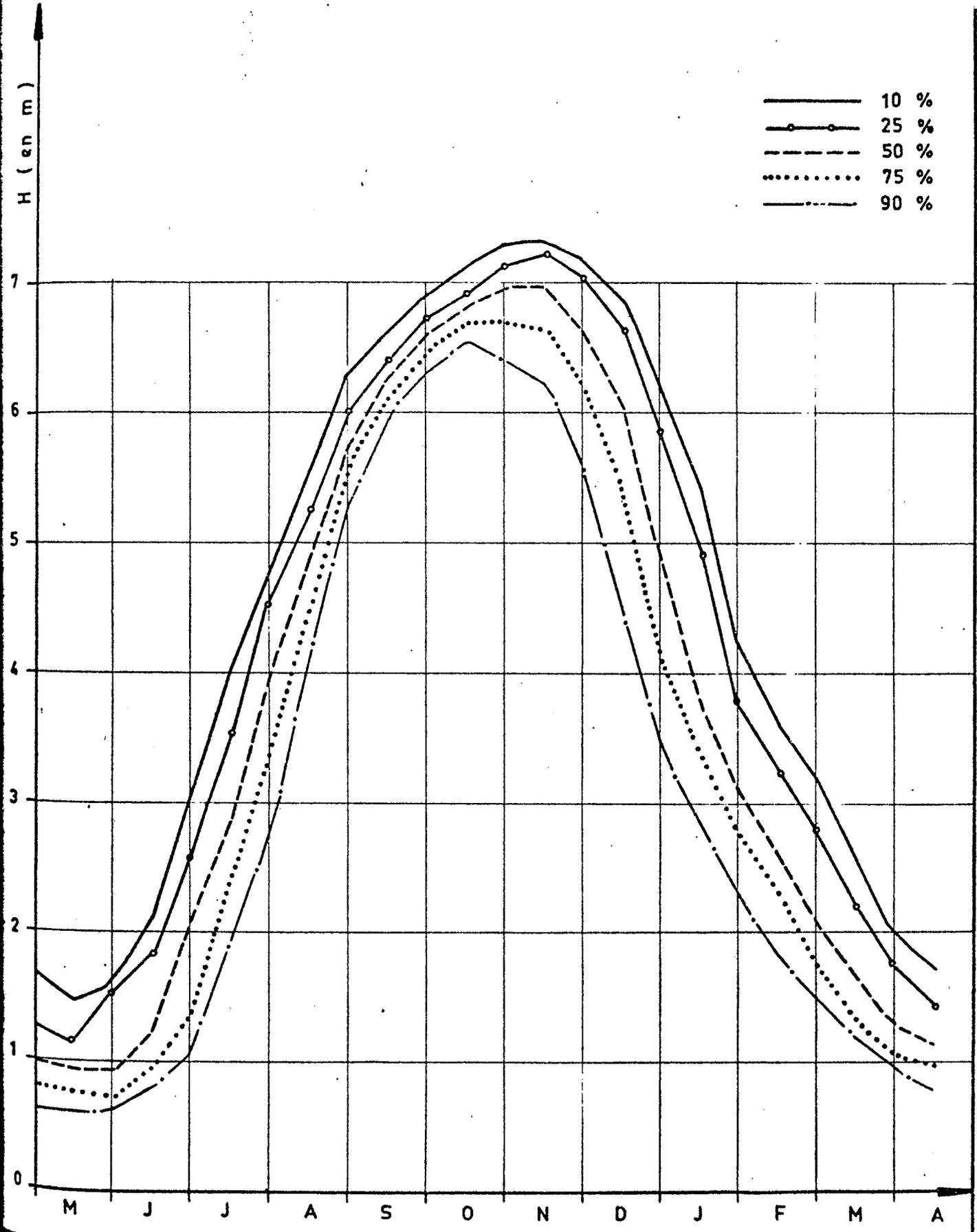
STATION EN SERVICE DEPUIS 1927. N° 3-1



STATION DE MOPTI (NIGER)

Fréquence des Hauteurs

(NIGER)
République du MALI
TROPICAL

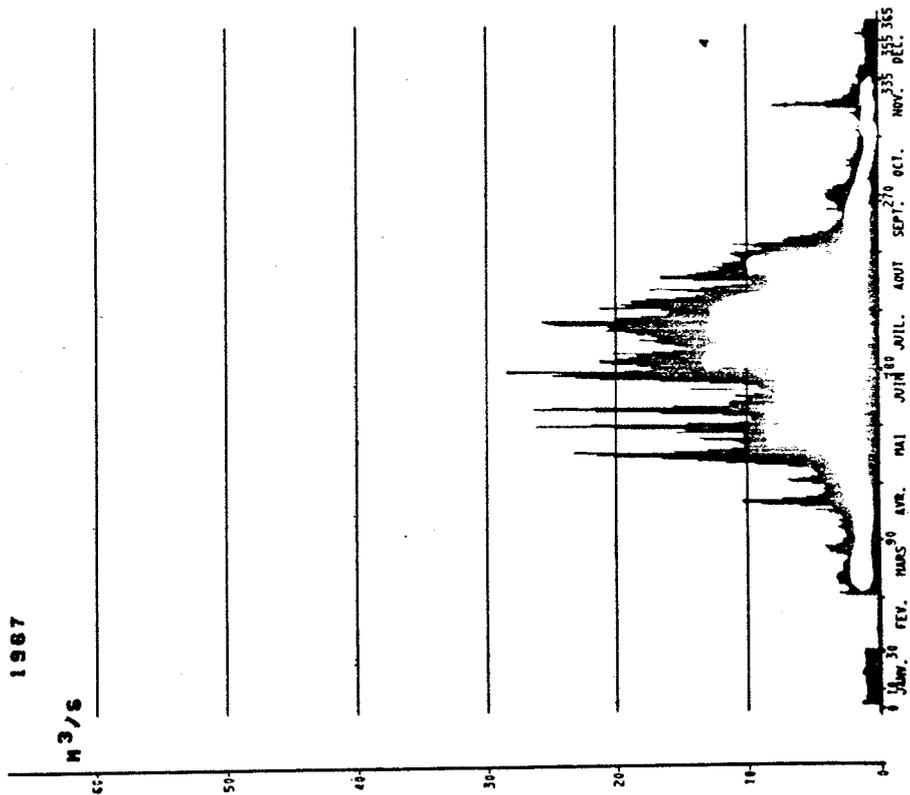


— 10 %
—○— 25 %
- - - 50 %
..... 75 %
- · - · 90 %

ROMANCHE A CHAMBON

1987

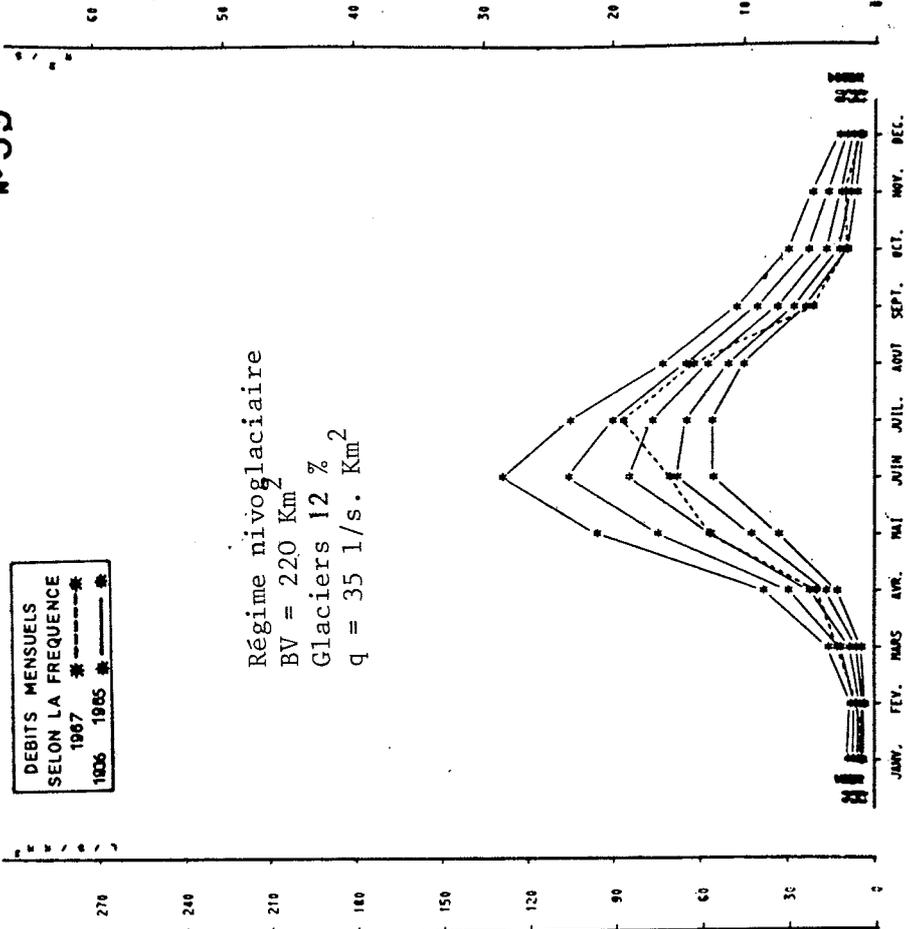
m³/s



220. 2. 2. 2

STATION EN SERVICE DEPUIS 1936.

N° 59



DEBITS MENSUELS
SELON LA FREQUENCE
1987 ● —●—
1985 ■ - - - ■ -
1986 ▲ —▲—

Régime nivoglaciaire
BV = 220 Km²
Glaciers 12 %
q = 35 l/s. Km²

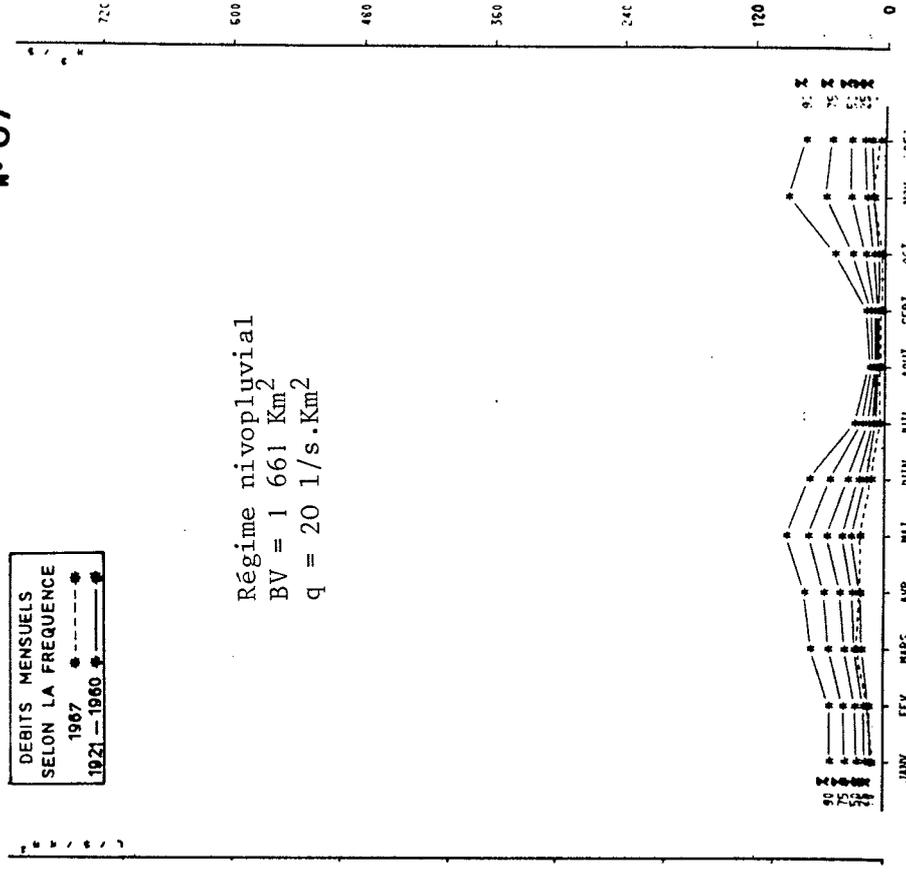
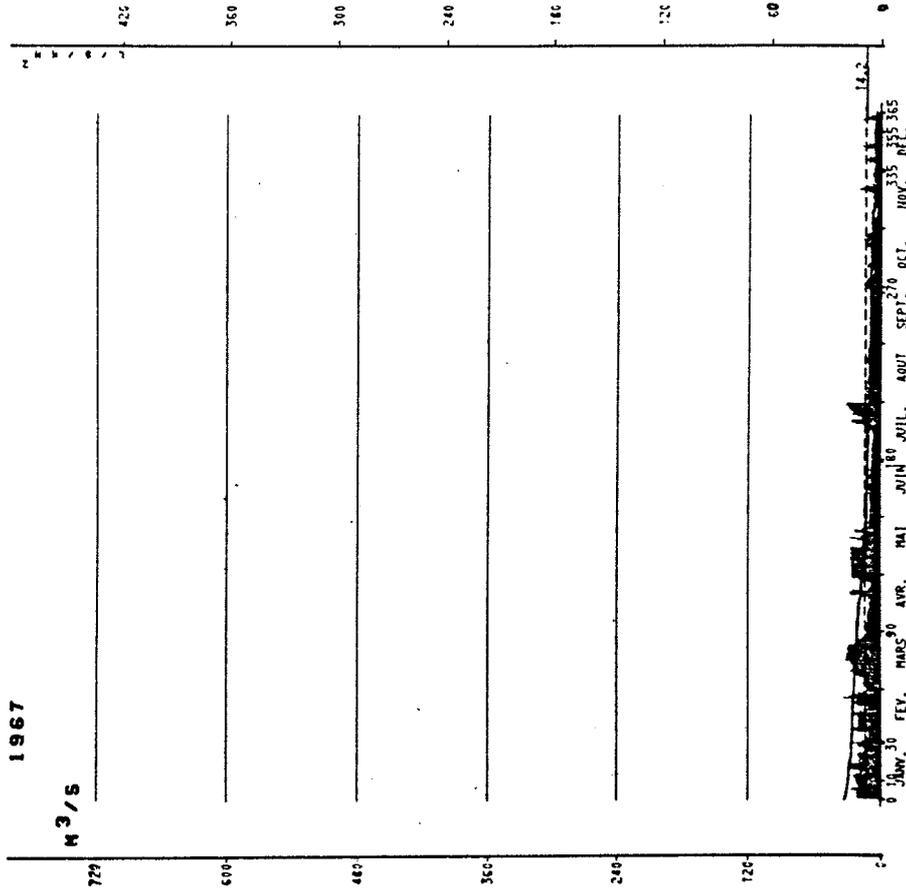
VERDON A QUINSON

1967

STATION EN SERVICE DEPUIS 1906.

N° 67

M³/S



DEBITS MENSUELS
 SELON LA FREQUENCE
 1967 ———— ●
 1921 - 1960 ———— ●

Régime nivopluvial
 BV = 1 661 Km²
 q = 20 l/s.Km²

14.2
 335 365
 270
 335 365
 335 365

Bibliographie

- CHOW V. Applied hydrology Mac Grow Hill New York 1964 (800 pages environ)
- PARDE M. Fleuves et rivières Armand Colin Paris 1933 (222 pages)
- REMENIERAS C. L'hydrologie de l'ingénieur Eyrolles 1960 (412 pages)
- ROCHE M. Hydrologie de surface Gauthier Villars Paris 1963

LES PRECIPITATIONS

- I) Introduction
- II) Mesure des précipitations liquides et solides
- III) Présentation et analyse des données pluviométriques
- IV) Précipitations et Probabilités. Fonctions de répartition usuelles
- V) Analyse spatiale des pluies
- VI) Analyse des précipitations de courte durée
- VII) Vérification et extension de données pluviométriques

I - INTRODUCTION Type de précipitations

La formation des précipitations a été expliquée, de façon certes très concise, dans le rappel sur la météorologie ; nous rappellerons simplement que l'on peut schématiquement classer les précipitations en 3 types (classification génétique) :

- Précipitations de convection.

Elles correspondent à une instabilité d'une masse d'air suffisamment humide pour que le niveau de condensation soit atteint lors de l'ascension des particules. Ces précipitations forment l'essentiel des précipitations équatoriales ; mais on les rencontre également sous nos climats tempérés dans les périodes chaudes accompagnées généralement d'éclairs :

Elles sont souvent : - de courte durée
 - forte intensité

L'hydrologue devra en tenir compte dans les calculs des crues de petits bassins et surtout de zones urbanisées.

- Précipitations orographiques

Si l'on considère une barrière montagneuse recevant des masses d'air de direction assez constante, on constate que le côté au vent reçoit plus de précipitations que le côté sous le vent (souvent 50 % de plus) ; d'autre part les quantités tombées varient selon l'altitude (c'est pourquoi certains auteurs définissent un gradient pluviométrique). Nous en avons déjà vu les raisons : saturation de l'air en montant ; ceci a pour effet d'augmenter en altitude le nombre de séquences pluvieuses et la valeur de celles-ci. Une étude détaillée est nécessaire avant de parler de "gradient pluviométrique" ; la figure 1 donne par exemple les précipitations moyennes annuelles d'une vingtaine de stations du bassin de la Durance à Serre Ponçon.

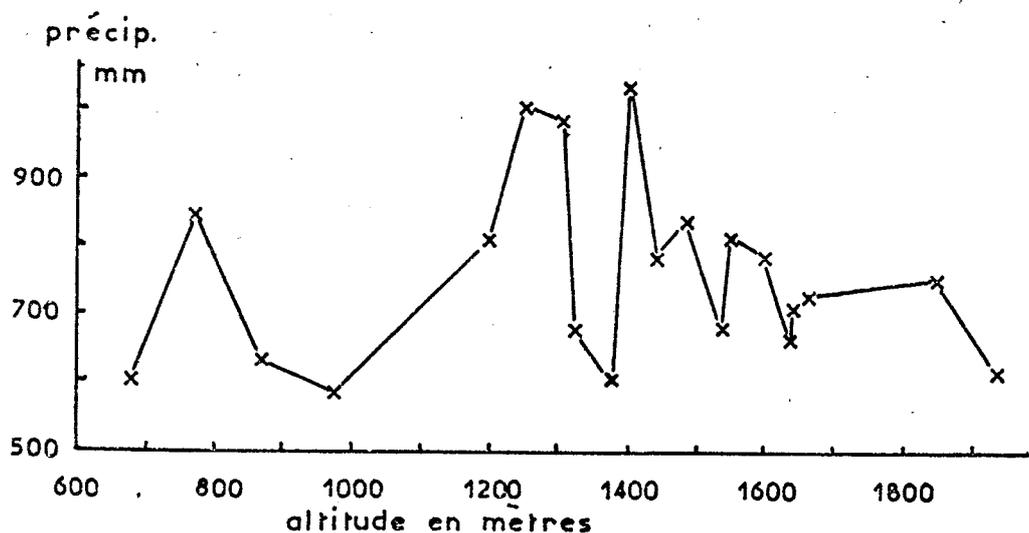


Fig. 1 : Bassin de la Durance. Pluviométrie annuelle en fonction de l'altitude. (cf. Thèse Raymond CHARBONNEAU, octobre 1974).

- Précipitations frontales

Ce sont les précipitations qui se forment au contact des masses d'air de caractéristiques différentes. Très schématiquement on peut dire que les fronts froids créeront des précipitations brèves, intenses et pas très étendues alors que les fronts chauds créeront des précipitations longues étendues mais peu intenses.

II - MESURE DES PRECIPITATIONS LIQUIDES ET SOLIDES

Les précipitations liquides et solides sont ramenées à la lame d'eau en mm ou 1/10e mm qu'elles donneraient sur une surface horizontale. Au dessous de 0,1 mm, on les appelle "traces".

II - 1) Précipitations liquides

a) Journalières

L'appareil utilisé est simple : un cône de surface de réception bien horizontale alimente un seau ou une éprouvette directement graduée en lame d'eau. Cette quantité est lue chaque matin et affectée au jour précédent ; il existe en France un vaste réseau de pluviomètres. On peut également mesurer l'équivalent en eau de la neige tombée en faisant fondre la neige recueillie dans le seau du pluviomètre (dont on a préalablement retiré l'entonnoir), à condition que la quantité tombée puisse être contenue dans le seau (cas classique d'erreur !).

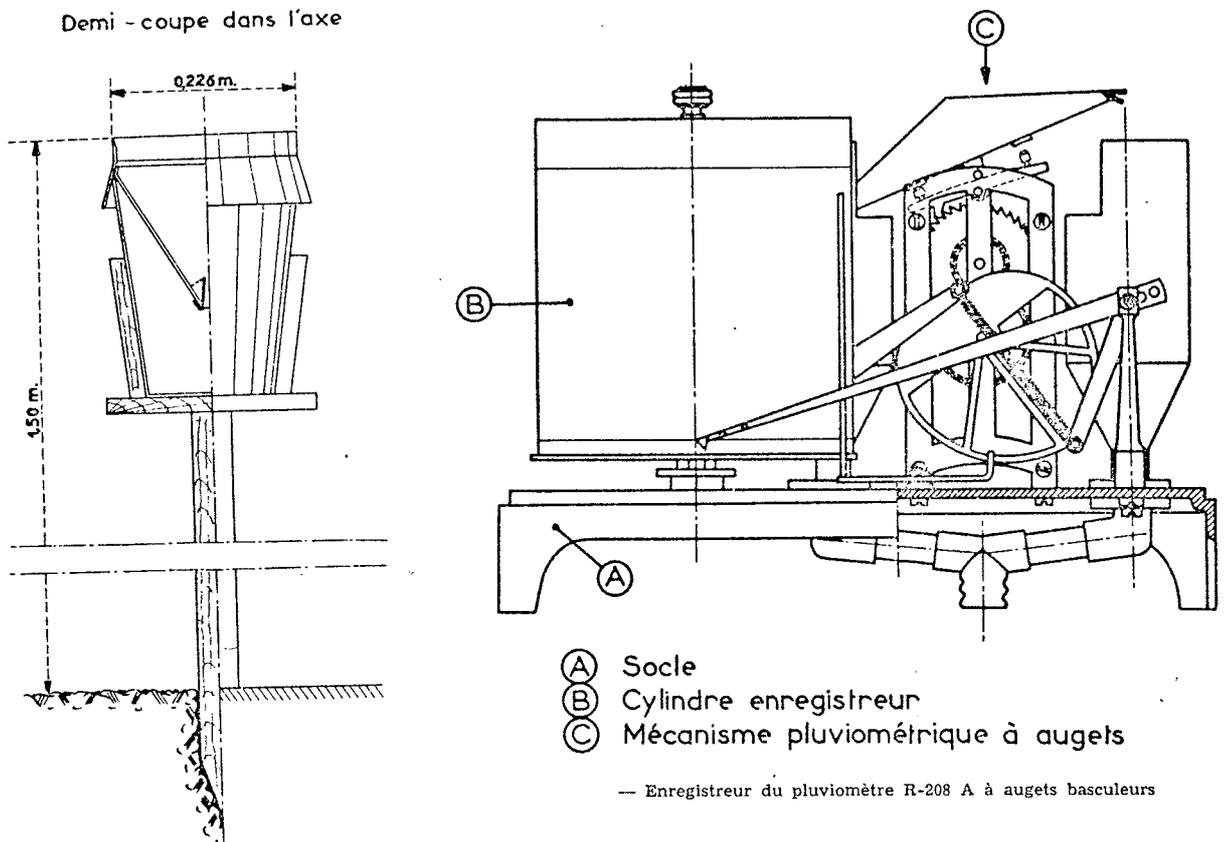


Fig. 2 : Pluviomètre et pluviographe à augets basculeurs
(cf. REMENIERAS, l'Hydrologie de l'Ingénieur)

B) Enregistrement des précipitations

L'appareil le plus utilisé actuellement est le pluviographe à augets basculeurs (cf. figure 2), parfois chauffé électriquement ou à propane pour la neige. La dernière nouveauté est le "pluviophone" qui est un répondeur téléphonique permettant de connaître d'un point quelconque du réseau les quantités tombées toutes les heures depuis une dizaine d'heures.

La figure 3 correspond à un enregistrement de pluviographes et permet de construire le "hyétogramme" correspondant ; en effet le pluviographe donne le cumul des pluies en fonction du temps alors que le plus intéressant est l'intensité de la pluie en fonction du temps (dérivée par rapport au temps du pluviogramme).

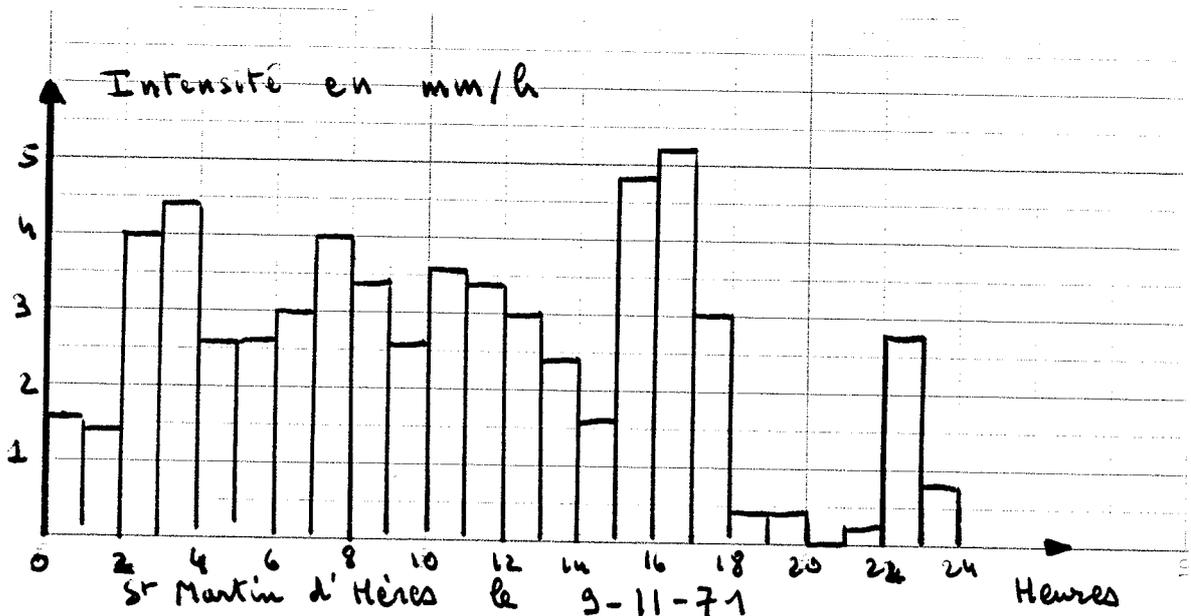
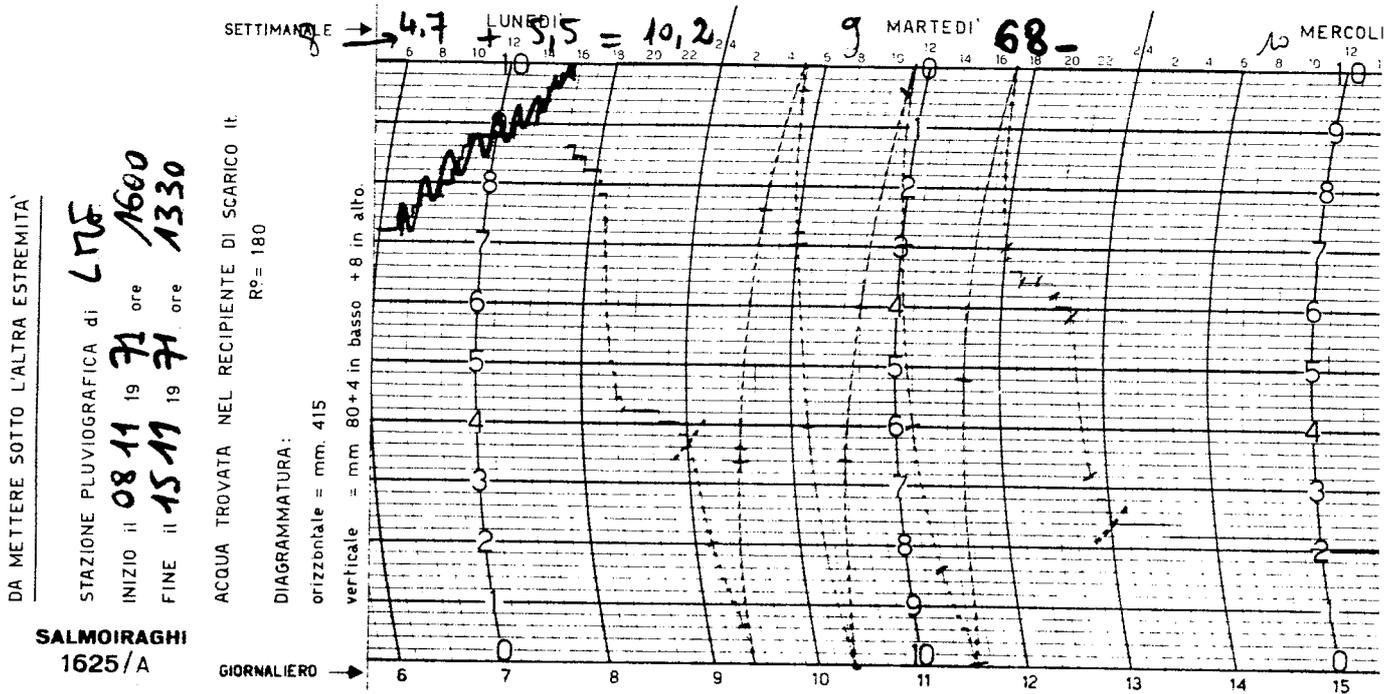


Fig. 3 : Pluviogramme et Hyétogramme correspondant (St Martin d'Hères Novembre 1971). Unités : mm, échelle supérieure des temps.

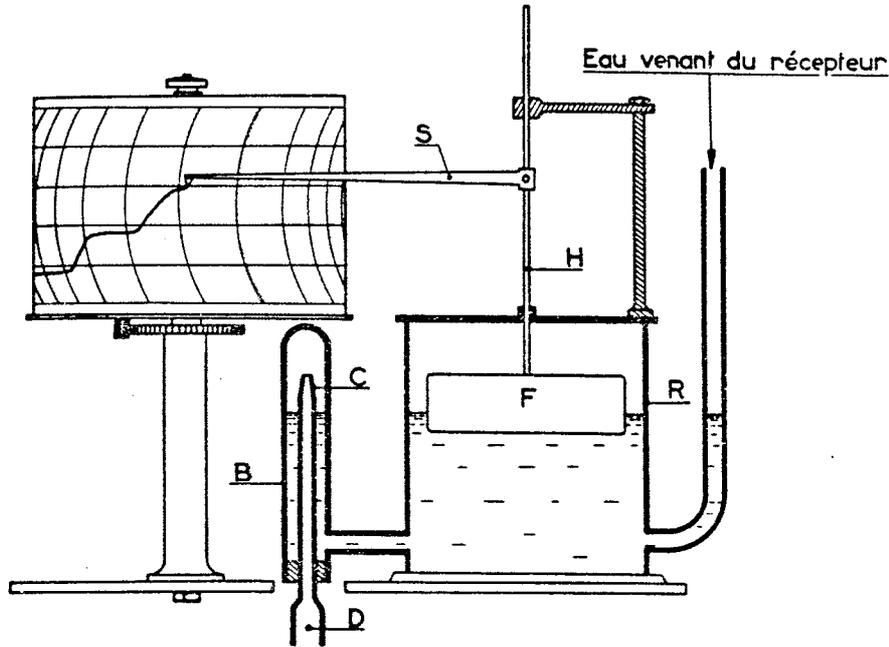


FIG. II-12 — Schéma de principe du pluviographe à siphon Richard

II - 2) Précipitations solides

L'appareil le plus simple est la planche à neige qui donne la hauteur de neige tombée depuis sa mise en place (par exemple 24 heures) ; on peut alors prélever à l'aide d'un cylindre une carotte de neige dont le poids permet de déterminer la valeur en eau de la neige.

Un des appareils les plus perfectionnés est le nivomètre type "E.D.F." que l'on peut installer en pleine montagne (autonomie d'un hiver) et qui permet de connaître par radio : la hauteur de neige au sol, les densités des couches de neige depuis le sol jusqu'à la surface en mesurant l'absorption d'un rayonnement radio-actif par la neige.

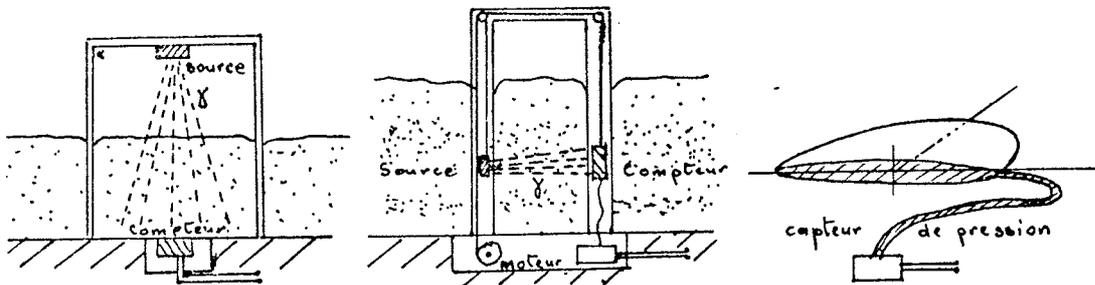


Fig. 4 : Différents nivomètres (cf. OBLED, cours sur la fusion nivale).

III - PRESENTATION ET ANALYSE DES DONNEES PLUVIOMETRIQUES

Nous nous intéresserons aux données calculées à partir des données journalières.

III - 1) Tableaux de valeurs journalières à une station

Un bon exemple, peut être un peu coûteux, nous semble être celui de l'Agence de Bassin Seine Normandie qui publie les données journalières (cf. tableau I) en codant chaque valeur exprimée en 1/10e mm de 1 à 8 :

- 1 observation manquante (évite de poser la question classique pluie nulle ou observation nulle ?).
- 3 à 7 type de précipitation
- 9 cumul c'est-à-dire que l'observateur n'a relevé le pluviomètre qu'au bout de 2 jours ou plus.

III - 2) Présentation synthétique des données mensuelles et annuelles.

Il est intéressant de donner une représentation rapide des variations saisonnières des pluies mensuelles ; aussi est il commode de dessiner la fluctuation mensuelle :

- des moyennes mensuelles
- des quantiles mensuels (10, 25, 50, 75, 90 %).
- peut être des extrêmes (très liés à la période de référence)

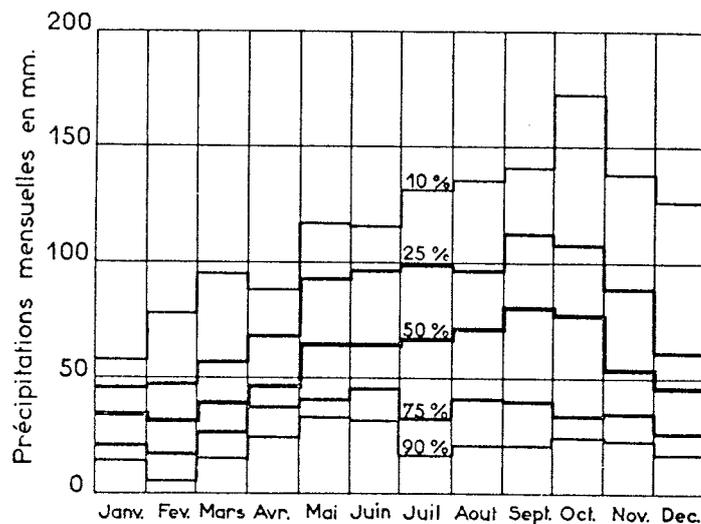


Fig. II-19 — Quantiles expérimentaux des distributions des pluies mensuelles à Lyon d'après les observations de 1881 à 1950

N. B. — Les valeurs des précipitations mensuelles données par les courbes cotées : 10, 25, 50 ... 90 % ont respectivement 10, 25, 50 ... 90 chances sur 100 d'être atteintes ou dépassées.

Fig. 5 : Quantités des pluies mensuelles à Lyon. (cf. REMENIERAS, l'Hydrologie de l'Ingénieur).

On peut déterminer également : le nombre de jours de pluie
le classement des précipitations.

Données annuelles :

- Année pluviométrique

Sous certains climats, il est parfois logique de faire commencer l'année pluviométrique à une autre époque que janvier ; par exemple lorsqu'il y a une seule

VERSAILLES

DEP 78 COM 646 NU 1 CGDE HYDRO H79141 ANNEE 1972

	JANVIER	FEBVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUN	JUILLET	AOUT	SEPT.	OCTO.	NOVE.	DECE.						
* 1	1	1	1	1	1	2	3	8	3	32	4	258	7	1	2	3	1	
* 2	1	1	1	1	1	1	3	3	3	78	3	78	7	1	3	3	65	
* 3	1	1	1	1	1	1	3	3	3	6	3	6	3	4	3	3	10	
* 4	1	1	1	1	1	1	3	3	3	115	3	11	7	1	7	3	20	
* 5	1	1	1	1	1	1	3	3	3	4	3	11	3	3	3	3	1	
* 6	1	1	1	1	1	1	3	3	3	18	3	11	3	3	3	3	53	
* 7	1	1	1	1	1	1	3	3	3	28	7	293	4	7	7	3	10	
* 8	1	1	1	1	1	1	3	3	3	2	7	50	7	1	7	2	1	
* 9	1	1	1	1	1	1	3	3	3	31	4	38	3	3	7	1	1	
* 10	1	1	1	1	1	1	3	3	3	75	7	15	3	3	6	3	9	
* 11	1	1	1	1	1	1	3	3	3	1	3	41	7	3	3	3	2	
* 12	1	1	1	1	1	1	3	3	3	8	4	51	3	3	3	3	8	
* 13	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	51	3	3	3	3	8	
* 14	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	163	7	1	3	3	42	
* 15	1	1	1	1	1	1	3	3	3	6	3	56	7	1	3	3	1	
* 16	1	1	1	1	1	1	3	3	3	17	3	1	3	3	5	3	1	
* 17	1	1	1	1	1	1	3	3	3	36	3	4	3	3	1	3	1	
* 18	1	1	1	1	1	1	3	3	3	22	4	166	3	3	3	3	1	
* 19	1	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	39	3	3	3	3	1	
* 20	1	1	1	1	1	1	3	3	3	21	3	167	3	3	7	1	1	
* 21	1	1	1	1	1	1	3	3	3	7	3	1	7	1	3	2	1	
* 22	1	1	1	1	1	1	3	3	3	38	4	3	3	3	3	3	1	
* 23	1	1	1	1	1	1	3	3	3	52	3	222	7	1	3	3	1	
* 24	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	10	7	1	3	3	1	
* 25	1	1	1	1	1	1	3	3	3	13	3	1	3	3	3	3	1	
* 26	1	1	1	1	1	1	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	1	
* 27	1	1	1	1	1	1	3	3	3	32	3	1	3	7	1	3	24	
* 28	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
* 29	1	1	1	1	1	1	3	3	3	55	4	51	4	2	2	7	2	
* 30	1	1	1	1	1	1	3	3	3	120	3	1	4	2	3	3	1	
* 31	1	1	1	1	1	1	3	3	3	1	3	41	3	3	3	3	1	
* TOT.	1	1	1	1	1	1	3	3	3	596	670	364	950	767	628	185	938	254
* DEC1																		
* DEC2																		
* DEC3																		

Tableau I : Exemple d'annuaire pluviométrique (Agence de bassin Seine-Normandie).

Saison des pluies autour de décembre-janvier. Une bonne représentation des fluctuations annuelles est donnée par le calcul de

- la moyenne
- la médiane
- l'écart type et le coefficient de variation
- le coefficient d'asymétrie lorsqu'il y a vraiment asymétrie

$$CS = \frac{N_3}{(N_2)^{3/2}} \quad \mu_i = \text{moment central d'ordre } i$$

- le tracé de l'ajustement par une loi de probabilité assez simple (cf. paragraphe suivant).

III - 3) Données spatiales

La cartographie des données suivantes peut être intéressante :

- Isohyètes moyennes annuelles (courbes d'égalité de valeur des précipitations moyennes annuelles).
- cartes du gradex (gradex = paramètre de la fonction de répartition des valeurs extrêmes, cf. paragraphe suivant)
- cartes des valeurs des coefficients de variation.

IV - PRECIPITATIONS ET PROBABILITE. FONCTIONS DE REPARTITION

Ce paragraphe étant largement développé dans le cours d'hydrologie approfondie, nous ne décrivons que le strict minimum indispensable. Rappelons qu'on peut considérer qu'une analyse statistique a pour but de :

contrôler à posteriori l'information
résumer l'information sans trop de pertes
formaliser "

On peut formaliser l'information pluviométrique en cherchant s'il est possible d'ajuster une fonction de répartition aux données ; l'expérience montre qu'il nous suffit de connaître quelques lois de probabilité et de vérifier leur ajustement en étant bien conscient que celui-ci n'est valable en général que dans certains domaines.

Lois utilisées :

Précipitations annuelles : - loi Normale (Gauss)
ou : - loi Log-Normale (Galton)
ou : - loi Gamma incomplète

Précipitations mensuelles : - Normale ou Log-Normale
- Gamma incomplète

ces lois doivent parfois être tronquées.

Précipitations journalières : - Gamma incomplète tronquée

Précipitations extrêmes : - loi de Gumbel

Utilisation et domaine d'utilisation de ces lois

1) Loi Normale :
densité $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x-\bar{x}}{\sigma} \right]^2}$
moyenne \bar{x} = médiane σ = écart type

Cette loi est symétrique par rapport à \bar{x}

Toute loi normale $N(\bar{x}, \sigma)$ est déduite de la loi normale $N(\bar{x} = 0, \sigma = 1)$ par la transformation : $x \rightarrow u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ où u est la variable centrée réduite, ce qui permet de n'utiliser qu'une seule table de la loi normale et de fabriquer un papier dit "papier normal" où la fonction de répartition d'une variable est une droite (cf. travaux dirigés et annexes)

2) Loi Log-Normale (ou Galton)

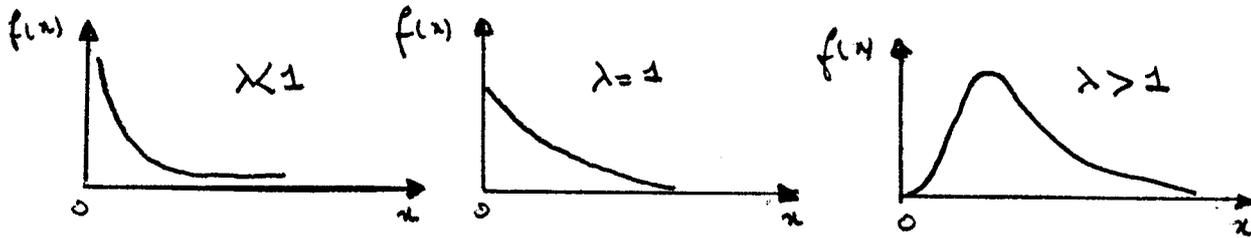
C'est la loi Normale sur les Logarithmes des valeurs $x \rightarrow y = \log(x - x_0)$

cette loi diminue l'asymétrie

3) Loi Gamma incomplète

Elle n'est définie que pour $x \geq 0$

densité : $f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} e^{-\frac{x}{\beta}} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}$ où $\Gamma(\alpha)$ est la loi Gamma classique
avec $\alpha = \frac{1}{c v^2}$ $\beta = \frac{\sigma^2}{\lambda^2}$



cf. Travaux dirigés et annexes

4) Loi de Gumbel

Cette fonction de distribution s'intéresse plus particulièrement aux extrêmes des valeurs qui donc correspondent aux valeurs proches de 1 de la fonction de distribution

$$F(x) = \int_0^x f(u) du = \text{Prob}[X \leq x] = e^{-e^{-\alpha(x-x_0)}}$$

$$\frac{1}{\alpha} = 0,78\sigma$$

$$x_0 = \bar{x} - 0,577 \frac{\sigma}{\alpha}$$

pour un échantillon de grande taille

cf. Travaux dirigés et annexes

V - ANALYSE SPATIALE DES PLUIES

V - 1) Volume de précipitations tombé sur un bassin

Malgré la densité d'un réseau (1 pluviomètre pour 200 km² en France) on ne possède qu'une information évidemment très locale que l'on cherche parfois à étendre spatialement, soit pour faire des bilans, soit pour définir des données d'entrée dans des modèles mathématiques. La répartition de la pluie est liée :

- au climat
- au relief
- au type de perturbation atmosphérique.

.../...

Le réseau est lui placé en fonction notamment des possibilités locales de surveillance et d'installation.

On utilise habituellement, pour déterminer un "index" de précipitation moyen sur le bassin, une des méthodes suivantes :

- Moyenne arithmétique des valeurs aux stations

$$I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P S_i$$

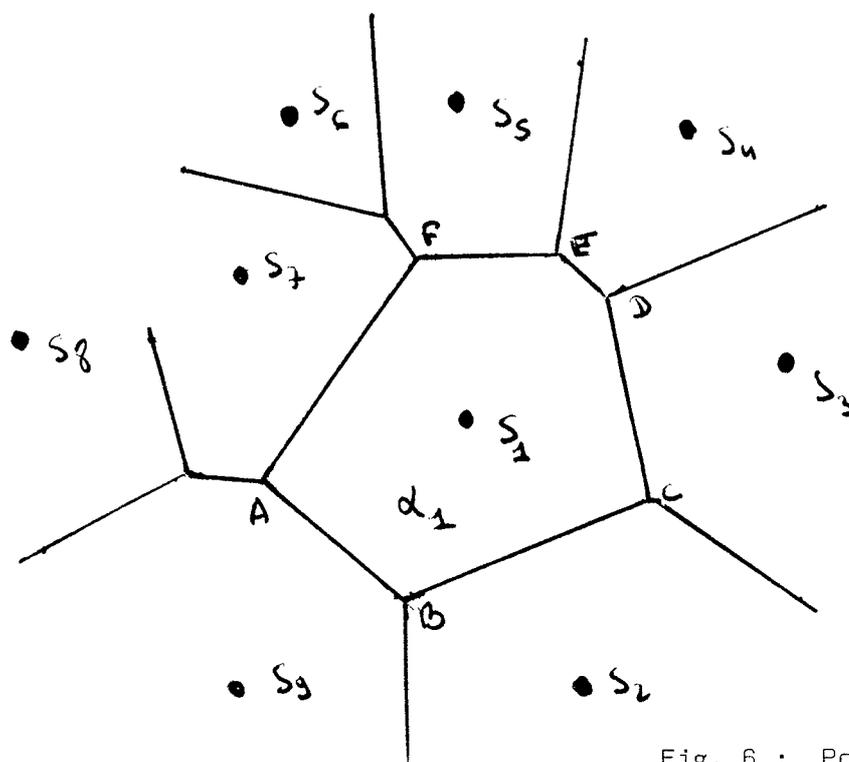
si les stations sont bien réparties dans le bassin.

ne peut être valable qu

- Méthode de "THIESEN"

On pondère chaque station par la surface du polygone définie comme lieu des points plus proches de la station considérée que de tout autre. Avantages : coefficients de pondération bien définis

Inconvénients : on ne prend en compte que la répartition géométrique des stations.



$S_i = \text{station } i$
 d_1 est proportionnel
à $\text{Aire}(ABCF)$

Fig. 6 : Polygones de "THIESEN"

- Tracé des isohyètes

On trace sur une carte les courbes d'égale valeur des précipitations, en interpolant ; on peut ensuite planimétrer ces surfaces et tracer les courbes $S(P)$ où S est la valeur de la surface ayant reçue une précipitation inférieure à P . Le tracé des isohyètes suppose implicitement qu'il existe une corrélation spatiale entre les précipitations (ce n'est pas toujours le cas : exemple : pluies tropicales) ; il existe des tracés automatiques de courbes d'isovaleurs sur table traçante d'ordinateur. Toutefois, un tracé manuel permet d'inclure dans le tracé des connaissances sur le relief, les pluies en altitude...

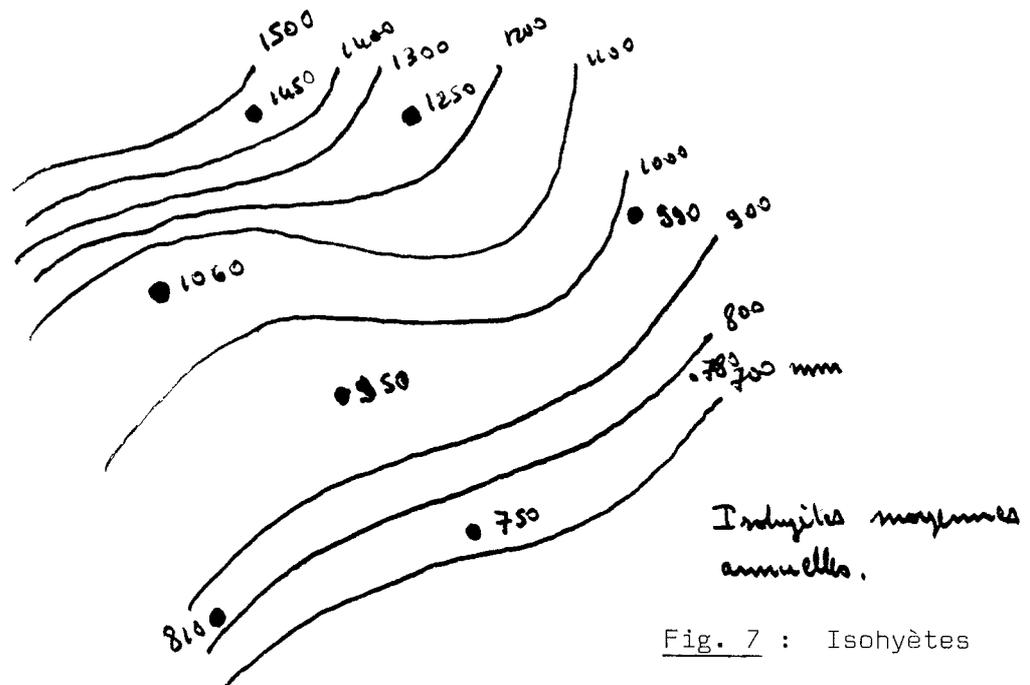


Fig. 7 : Isohyètes

VI - ANALYSE DES PRÉCIPITATIONS DE COURTE DURÉE ($t \leq 24$ heures)

Pour certains aménagements (notamment urbains), il est important de connaître les valeurs des intensités de pluies (que l'on exprime en général en mm/heure) en fonction :

- de la durée de la précipitation
- du temps de retour *

Quelques ordres de grandeur de précipitations extrêmes mesurées :

Durée	Valeur	Lieu
1 mn	15 mm	Californie
10 mn	130 mm	Bavière
60 mn	300 mm	Pyrénées
24 heures	2000 mm	Philippines

Une façon très commode de décrire, pour un lieu donné, ces précipitations est de tracer les courbes "Intensité - durée - temps de retour" qui fournissent en fonction de la durée et pour un temps de retour donné l'intensité de la précipitation. Ces courbes sont rares car elles nécessitent une longue série d'enregistrement pluviométrique (d'où l'installation de pluviographes).

* N.B. : On appelle communément temps de retour d'un phénomène l'espérance mathématique de l'intervalle de temps entre deux occurrences.

- Changement d'appareil ou de site
- Appareil mal placé (trop soumis au vent, notamment)

En outre : - erreur de transcription
 - mauvaise différenciation valeurs nulles, données manquantes.

VII - 2) Vérification de l'homogénéité :

Considérons une série de n valeurs X_i (par exemple n données annuelles en un station) ; on peut vérifier si les données de deux périodes sont homogènes :

- par rapport à la moyenne (test student)

soit \bar{X}_1, \bar{X}_2 les moyennes des périodes d'effectifs n_1 et n_2, σ_1, σ_2 les écarts types correspondants.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (n_1 + n_2 - 2) s^2 = (n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2$$

t est une variable obéissant à la loi de Student dont on trouve facilement les tables

- par rapport aux variances

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

est une variable de Fisher

Notons que ces 2 tests sont peu puissants ; même si l'on connaît à priori la date probable de coupure des séries, il faut des erreurs importantes pour les déceler par ces deux tests.

VVI - 3) Méthode des doubles cumuls (improprement des doubles masses)

Cette méthode n'est pas récente : on considère la station S_i à tester possédant n valeurs X_i et un index spatial Y_i prenant n valeurs Y_i^X correspondant à la même période (par exemple Y est une moyenne des stations voisines).

On calcule et on trace les points

$$x_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_j \quad y_i = \sum_{j=1}^{n_i} Y_j$$

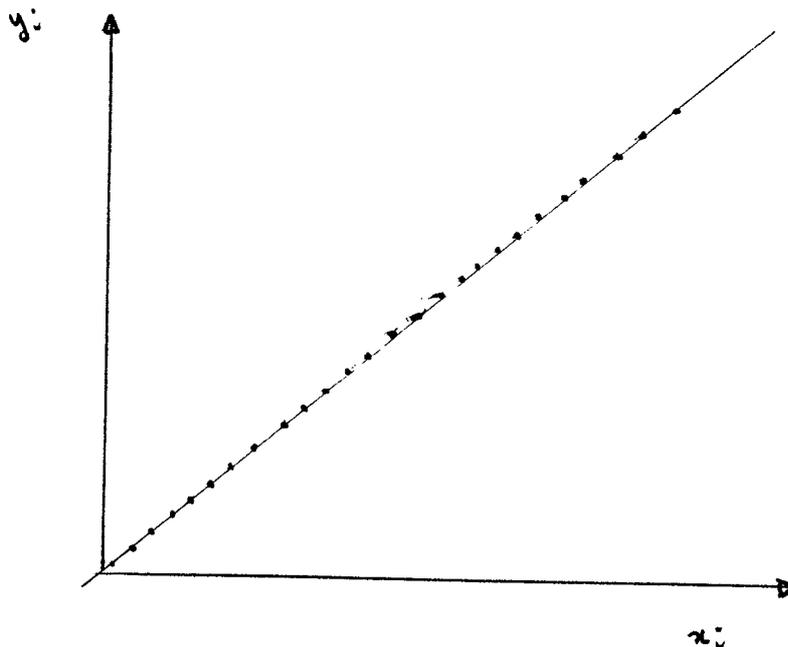


Fig. 9 : Double cumuls, exemple sans erreur.

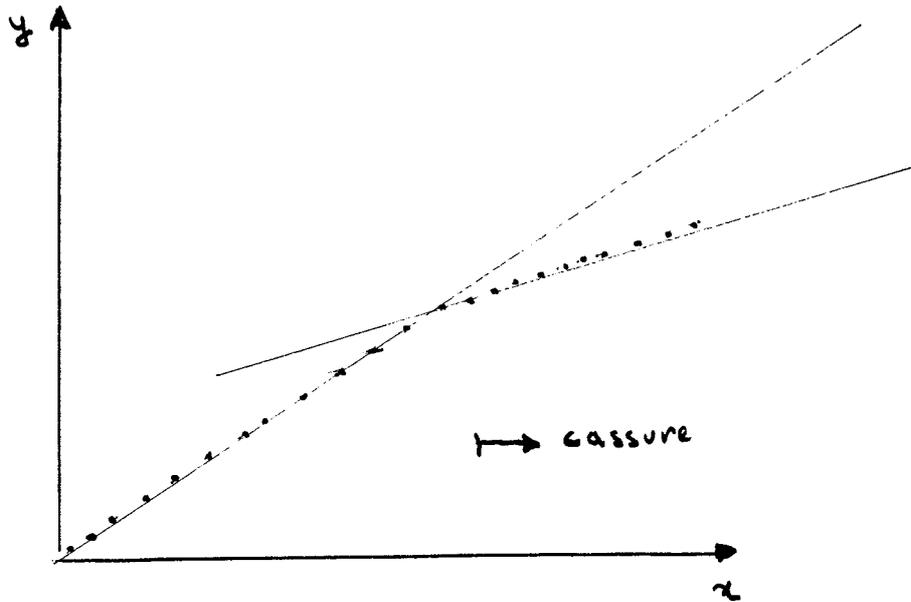


Fig. 10 : Double cumuls, exemple avec erreur de données.

S'il y a à partir d'une certaine date une erreur systématique importante par rapport à la moyenne (c'est là le défaut de cette méthode brute, car il faut comparer l'erreur à l'écart type et non à la moyenne), on voit apparaître un changement de pente.

VII - 4) Méthode du cumul des résidus

On part des données X_i, Y_i précédentes d'où on tire la série des résidus ϵ_i :

$$\epsilon_i = X_i - r \frac{\sum_{j=1}^i X_j}{i} (Y_i - \bar{Y}) - \bar{X}$$

r étant le coefficient

de corrélation entre X et Y . Et l'on calcule la variable

$$S_i = \sum_{j=1}^i \epsilon_j \quad S_0 = 0 \quad S_1 = \epsilon_1 \quad \dots \quad S_n = 0$$

S'il n'y a pas d'erreur, le chemin AB est aléatoire et le point courant M doit se trouver à l'intérieur d'une ellipse*. C'est donc un moyen puissant de détecter :

- soit une anomalie passagère
- soit une erreur systématique (additive ou multiplicative)

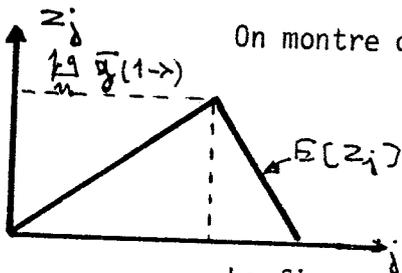
* cf. note interne de l'Institut de Mécanique

- Erreur multiplicative sur une période

A partir de $i = p+1$, on commet une erreur multiplicative systématique :

$$y_i \in \mathcal{N}(\bar{y}, \sigma_y) \quad i \leq p$$

$$y_i \in \mathcal{N}(\lambda \bar{y}, \lambda \sigma_y) \quad i > p$$



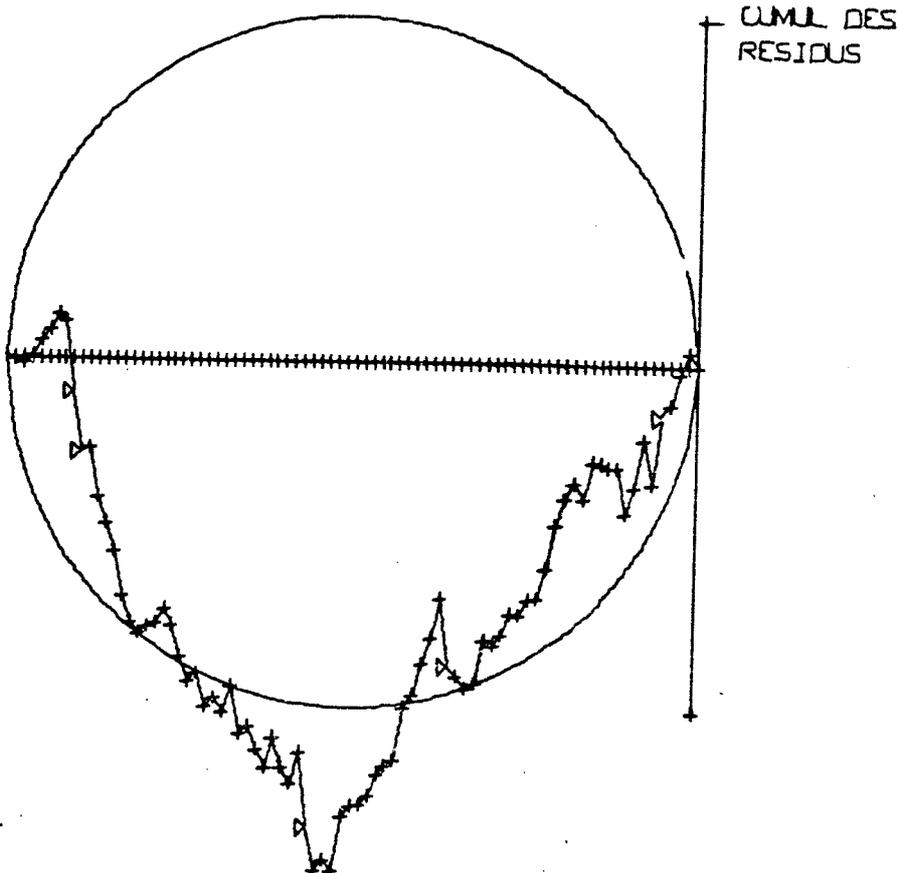
On montre que l'espérance mathématique du cumul est de la forme :

$$E[Z_i] = i \frac{q}{m} \bar{y} (1 - \lambda) \quad i \leq p$$

$$E[Z_i] = \frac{1}{m} \bar{y} (\lambda - 1)(1 - i) \quad i > p$$

La figure suivante donne un exemple dans le cas où $\lambda = 1.1$ pour $\frac{q}{m} = 1$ et $r = .82$.

SEQUENCE 1
STAT 7 COMPAREE AVEC 1
R = 0.82



Erreur multiplicative
 $\lambda = 1,1 \quad \sigma = 1000$
 $\bar{Z} = 10000$

SEQUENCE 2

STAT 18 COMPAREE AVEC 11 PERIODE 1 80

R = 0.82 MOY = 64. EC. TYP. = 593.7

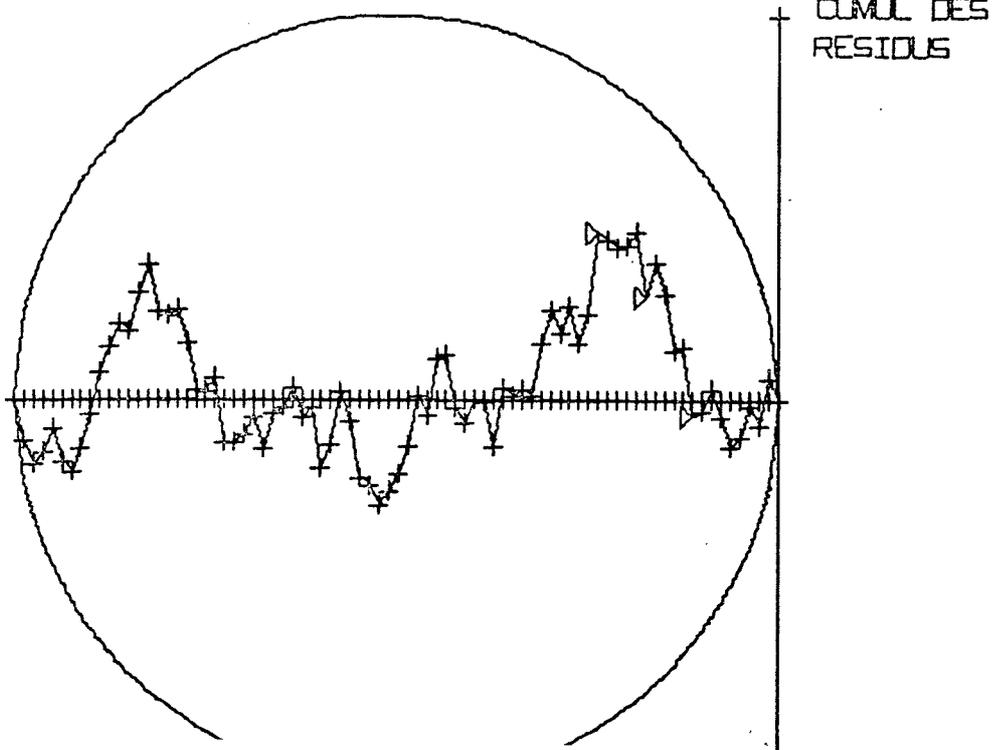


Fig. 11 : Cumul des résidus correspondant aux données de la figure 9.

SEQUENCE 2

STAT 12 COMPAREE AVEC 11 PERIODE 1 80

R = 0.97 MOY = 127. EC. TYP. 243.3

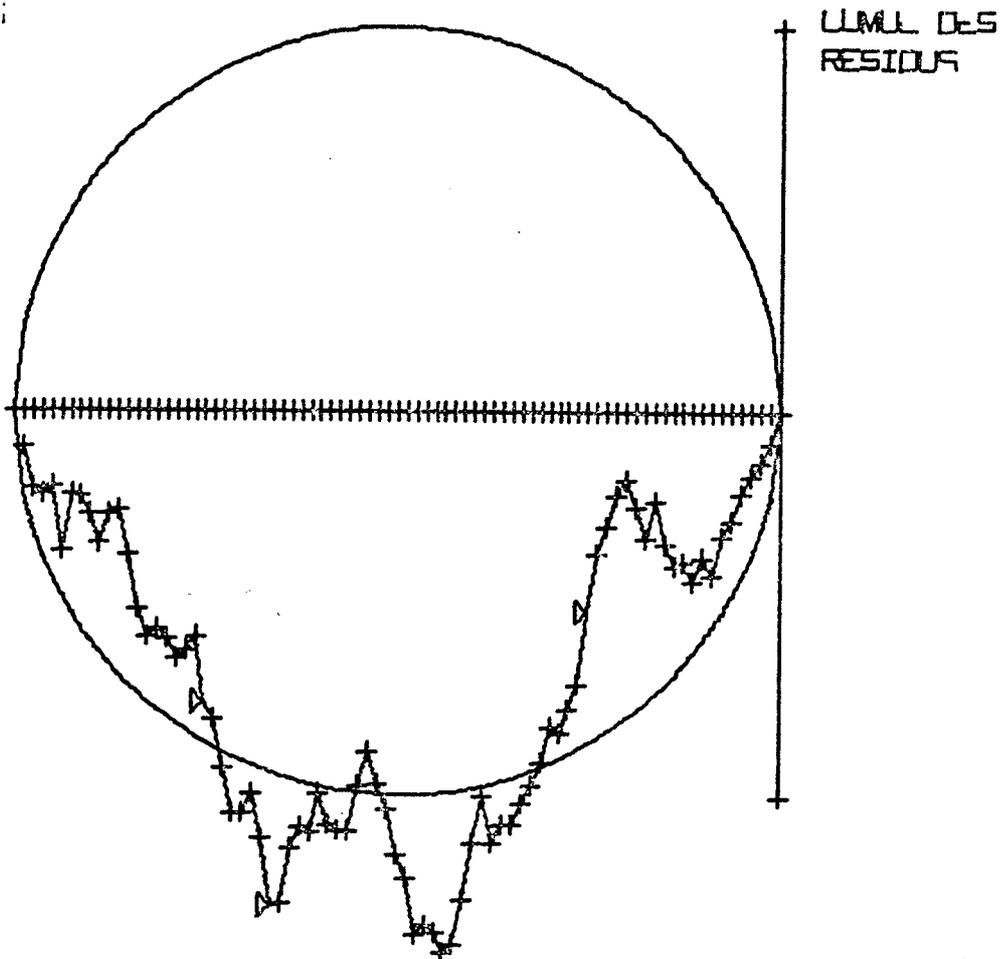


Fig. 12 : Cumul des résidus correspondant aux données de la figure 10.

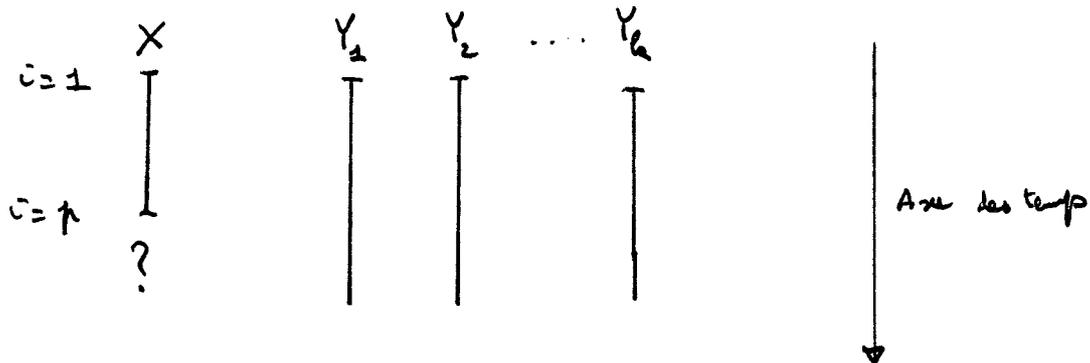
VII - 5) Extension des données

Il arrive fréquemment que l'on soit amené à reconstituer des données manquantes. Divers techniques appropriées peuvent-être utilisées, la plupart sont fondées sur l'hypothèse d'une corrélation spatiale.

d) Cas où l'on possède une série déjà assez importante

On peut dans ce cas chercher la corrélation simple ou multiple entre la variable à reconstituer et d'autres variables explicatives.

Des algorithmes de corrélation multiple permettent notamment de sélectionner les meilleures variables explicatives (du moins par rapport à l'échantillon).



On calcule la corrélation de $i = 1$ à p d'où :

$$\hat{X} = \bar{X} + \sum_{j=1}^k \alpha_j (Y_j - \bar{Y})$$

à condition que $p \geq 2k$

Cette méthode est rapide si l'on dispose d'un petit ordinateur ou calculateur.

Auparavant on utilisait des méthodes voisines où les α_j étaient imposés à priori (moyenne arithmétique, ou α_j fonction de la distance...)

B) Cas où l'on ne possède qu'une courte série ou aucune série. Utilisation des composantes principales

Cette méthode sera développée dans le cours d'Hydrologie approfondie, aussi la résumerons nous rapidement : la connaissance de p stations pendant n années communes permet de calculer la matrice R de corrélation interstations où l'élément r_{ij} est le coefficient

$$\begin{array}{c}
 n \\
 \begin{matrix} 1910 \\ 1911 \\ \vdots \\ 1960 \end{matrix}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{matrix} \\
 R \\
 \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{matrix}
 \end{pmatrix}
 \rightarrow
 R = \begin{pmatrix}
 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\
 r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1
 \end{pmatrix}
 \begin{matrix}
 (p, n)
 \end{matrix}$$

de corrélation totale entre les stations i et j. On montre alors que les vecteurs propres de cette matrice définissent une nouvelle base de l'espace où chaque observation est un point repéré par ses p coordonnées sur les axes "stations", base ayant plusieurs particularités, notamment :

- la variance des coordonnées sur un axe est la valeur propre correspondant à cet axe (donc, on pourra souvent ne conserver que $k < p$ nouveaux axes en considérant que les $p - k$ restant ajoutent peu d'informations).

- les projections Z_{ij} (i 1 à n, j de 1 à k) sont indépendantes entre 2 axes : $\sum (Z_{.j}, Z_{.j'}) = 0$ $j \neq j'$

on passe ainsi d'une matrice de données P (d'éléments p_{ij}) à une matrice de "scores" Z d'élément z_{ij} , par une transformation matricielle définie par $k < p$ vecteurs propres normés de R (soit V)

$$(P) \rightarrow (P')$$

centrée réduite
par rapport aux stations

$$p_{ij} \rightarrow p'_{ij} = \frac{p_{ij} - \bar{p}_j}{\sigma_j}$$

$$(Z) = P'V$$

dimensions: $(n, k) \quad (n, p) \quad (p, k)$

(1)

On est donc en mesure de calculer une série de n observations de k variables, ces variables étant simplement des transformations linéaires des données originales centrées réduites. On pourrait alors procéder de façon inverse et calculer des estimations des données brutes centrées réduites à partir des k "scores" (ou composantes principales) ; si $k = n$ on retrouve exactement les données.

Il est dès lors possible de reconstituer des données à une station ayant peu de données ou même pas du tout (dans l'hypothèse évidemment de champ spatial corrélé) ; en effet, si l'on connaissait la projection de chaque vecteur propre sur cet axe station, la connaissance précédente des scores permettrait le calcul des valeurs centrées réduites probables à cette station inconnue soit X

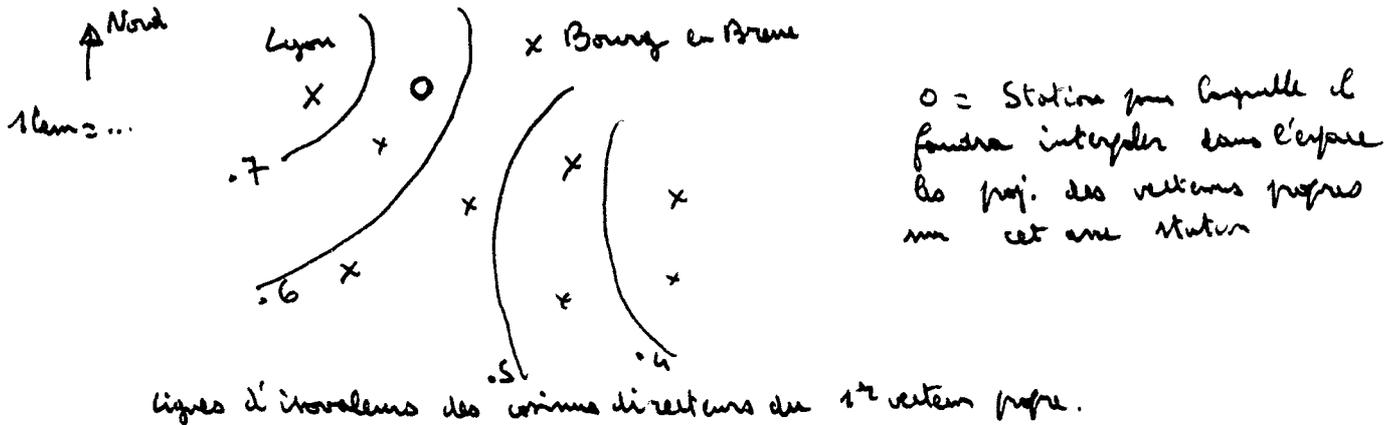
$$(P') = (Z)(V^{-1})$$

n, p

$$V^{-1} = V^*$$

$$(P' + \text{colonne } X) = (Z) (V^{-1} + \text{colonne proj. vecteurs propres sur une nouvelle station}).$$

Or un moyen simple et justifié assez souvent (par la corrélation spatiale) de calculer les projections des vecteurs propres sur cet nouvel axe est d'interpoler spatialement (tant que cela a un sens, ce qui correspond à un sens des composantes principales) les cosinus directeurs des vecteurs propres.



Il reste toutefois à se fixer (par interpolation par exemple) la moyenne et l'écart type des valeurs de la nouvelle station. L'avantage de cette méthode sur un tracé observation par observation des isohyètes est évident : il suffit de tracer quelques courbes d'isovaleurs des cosinus directeurs des 4 ou 5 vecteurs propres retenus puis d'effectuer des transformations linéaires pour reconstituer la série.

Quelques exemples ont montré que si la corrélation spatiale est assez forte, même si elle est hétérogène (cas des régions montagneuses), cette méthode aboutit à des résultats satisfaisants (on peut s'en convaincre en essayant de rétablir complètement une station existante).

QUELQUES RAPPELS SUR LA CORRELATION SIMPLE LINEAIRE A 2 VARIABLES

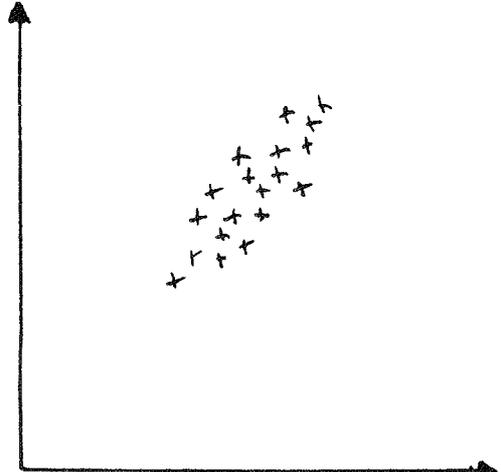
INTRODUCTION :

Considérons un ensemble de couples de valeurs (x_i, y_i) i de 1 à n qui répartis dans le plan x, y donne un nuage de points \pm elliptique.

La liaison n'est pas fonctionnelle (les points ne dessinent pas une courbe); elle est lâche. On peut chercher :

- à schématiser cette liaison
- à caractériser la dépendance

Pluie à Lyon
annuelle



Pluie à Grenoble
annuelle

I - ASPECT ANALYTIQUE

n couples (X_i, Y_i) \bar{X}, \bar{Y}
moyennes :

écart type σ_X, σ_Y

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

a) Recherche de la meilleure droite $X \rightarrow Y$

^ Nous cherchons la droite (si elle existe et si elle est unique) d'équation $Y = aX + b$ donnant la meilleure* estimation de Y connaissant X ;

*meilleure au sens des moindres carrés** :

C'est-à-dire telle que : $\sum \varepsilon_i^2 = \sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2$ soit minimum

avec $\hat{Y}_i = aX_i + b$, estimation de Y_i à partir de X_i

Soit $V = \sum \varepsilon_i^2 = \sum (Y_i - aX_i - b)^2$ $V = V(a, b)$

une fois les X_i, Y_i donnés

** Celle qui minimise la somme des écarts $\sum (\hat{y}_i - y_i)$ est non unique :
toute droite passant par le centre de gravité annule $(y_i - \hat{y}_i)$

.../...

V minimum

$$\frac{\partial V}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial a} = 0 \Rightarrow (1) \quad 2 \sum_i X_i (Y_i - a X_i - b) = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial b} = 0 \Rightarrow (2) \quad 2 \sum_i (Y_i - a X_i - b) = 0$$

$$\text{c.a.d.} \quad \sum_i \varepsilon_i = 0$$

$$(2) \equiv n \bar{Y} - a n \bar{X} - n b = 0$$

$$\text{ou } \bar{Y} = a \bar{X} + b$$

||| la droite passe par le centre de gravité

$$b = \bar{Y} - a \bar{X}$$

La droite cherchée a donc par équation $\hat{Y} = a (X - \bar{X}) + \bar{Y}$

$$\text{D'où} \quad V = \sum_i [(Y_i - \bar{Y}) - a(X_i - \bar{X})]^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial a} = 0 \Rightarrow \sum_i (X_i - \bar{X}) [(Y_i - \bar{Y}) - a(X_i - \bar{X})] = 0$$

$$\text{D'où} \quad a = \frac{\sum_i [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

. $\exists a$ ni $\exists i$ tel que $X_i \neq \bar{X}$

. a n'est pas symétrique en x,y

$$\text{Posons :} \quad r = \frac{\sum_i [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sqrt{[\sum_i (X_i - \bar{X})^2] \cdot [\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2]}} \Rightarrow$$

$$a = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

B) Caractéristique de l'ajustement. Signification de r

$$V = \sum_i \varepsilon_i^2$$

V est la somme des erreurs quadratiques. $\frac{V}{n-1}$ est la variance des erreurs appelées "résidus".

$$V = \sum_i [(Y_i - \bar{Y}) - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X_i - \bar{X})]^2 = \sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 - 2r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sum_i [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})] + r^2 \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \sum_i (X_i - \bar{X})^2$$

$$\frac{V}{n-1} = \sigma_y^2 - 2r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sigma_x \sigma_y + r^2 \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \sigma_x^2$$

$$= \sigma_y^2 (1 - r^2)$$

$$\sigma_\varepsilon = \sigma_y \sqrt{1 - r^2}$$

Soit $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{V}{n-2}}$ écart type du résidu

Donc $|r| \leq 1$ $|r| = 1$ liaison linéaire exacte : plus $|r|$ est voisin de 1, plus la liaison est étroite.

.../...

En résumé Droite de régression $x \rightarrow y$

$$\hat{y} - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}) \quad \text{où} \quad r = \frac{\sum_i [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

A noter que le calcul aurait été de la même forme si l'on avait cherché la droite de régression $y \rightarrow x$

$$y \rightarrow x \quad \hat{x} - \bar{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y})$$

Ces deux droites sont distinctes

(sauf si $|r| = 1$)

II - ASPECT STATISTIQUE. loi de Gauss à deux variables centrées

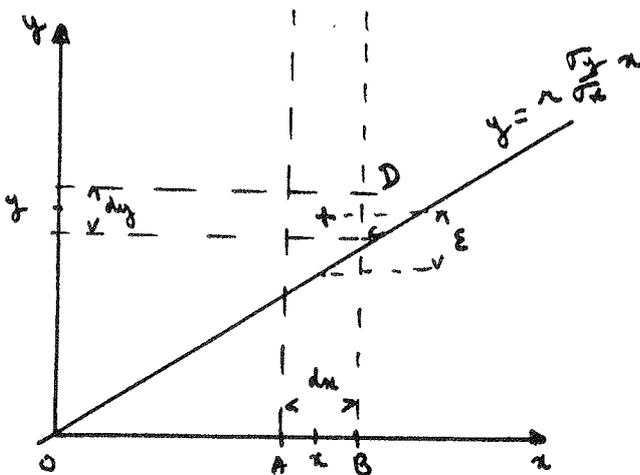
Supposons que $x \in \mathcal{N}(0, \sigma_x)$

$y \in \mathcal{N}(0, \sigma_y)$

Soit $E = y - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x$ où r est la corrélation entre x et y

Donc E est normal $\bar{E} = 0$ et $\sigma_E = \sigma_y \sqrt{1-r^2}$

Quelle est la loi du couple (x, y) ? : Cherchons sa densité de probabilité c.a.d $f(x, y)$ telle que : $f(x, y) dx dy = \text{Prob} [X \in x \pm dx, Y \in y \pm dy]$



la loi "marginale" de x a pour densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

donc x a pour probabilité d'être dans la bande AB :

$$\frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} dx \quad (1)$$

$E = y - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x$ une fois dans AB, la loi d'être dans la bande horizontale CD (loi conditionnelle de y) est :

$$\frac{1}{\sigma_E \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x)^2}{2\sigma_E^2}} dy = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi} \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{(y - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x)^2}{2\sigma_y^2 (1-r^2)}} \quad (2)$$

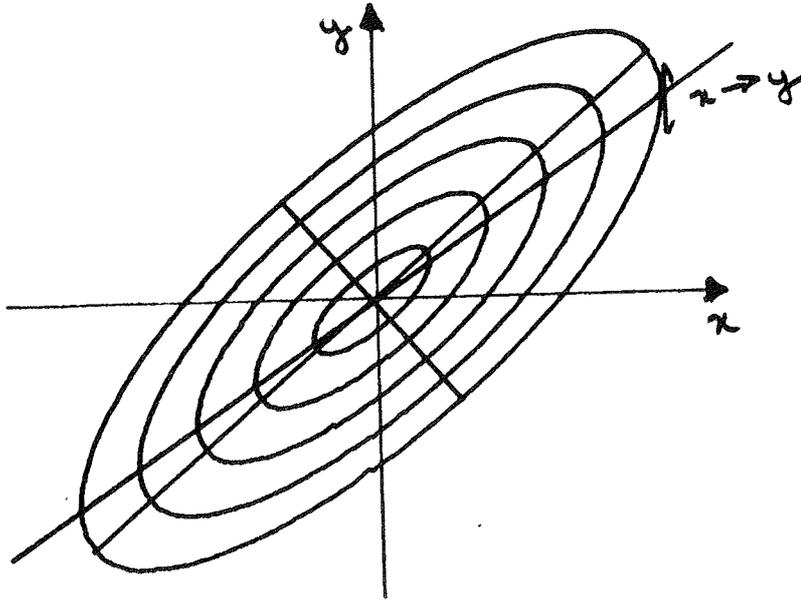
la densité de (x, y) est le produit (1) et (2) puisque c'est la probabilité d'être dans la tranche verticale AB X probabilité d'être dans la tranche horizontale CD liée au fait que l'on est dans la tranche verticale AB.

$$\text{D'où } f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x} \sigma_y 2\pi \sqrt{1-r^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{x^2}{\sigma_x^2} - 2r \frac{xy}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right] \right\}$$

or $f(x, y) = \text{constante} = \text{lignes d'égalité de probabilité}$

|| "Les lignes d'égalité de probabilité sont des ellipses centrées au centre de gravité".

On démontre que la droite de régression $x \rightarrow y$ est le diamètre conjugué des directions verticales



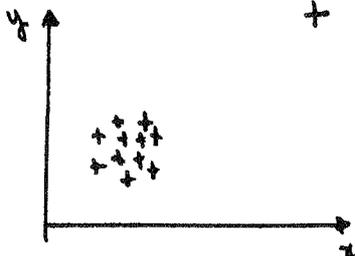
La démonstration s'étend évidemment au cas de variables non centrées, par une simple translation.

III - Variables non gaussiennes. Remarques

La théorie précédente n'est valable que pour des variables normales ; si le nuage de points est très différent d'une ellipse, on aura intérêt à faire un *chng* de variables assez simple $x \rightarrow \log(x - x_0)$ ou $x \rightarrow x^a$ pour les rendre plus normale ($a = \frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ par exemple)

Pièges de la corrélation :

-Point isolé



r élevé alors que si on l'enlève aucune corrélation.

-Covariation :

Exemple : si on cherche la corrélation entre les températures moyennes mensuelles à New York et celles de Paris, on trouve une corrélation forte : cela est simplement dû à la composante saisonnière.

- Liaison non linéaire

La corrélation entre $x_i = \sin \frac{i}{360}$ et $y_i = \cos \frac{i}{360}$ pour $i = 0, 360$ par pas de 1 est nulle pourtant $y_i^2 = 1 - x_i^2$ liaison fonctionnelle.

- Causes. Effets

Le fait qu'il y ait corrélation ne signifie pas qu'il y ait relation de cause à effet (erreur pourtant répandue et parfois difficile à déceler quand les phénomènes sont liés).

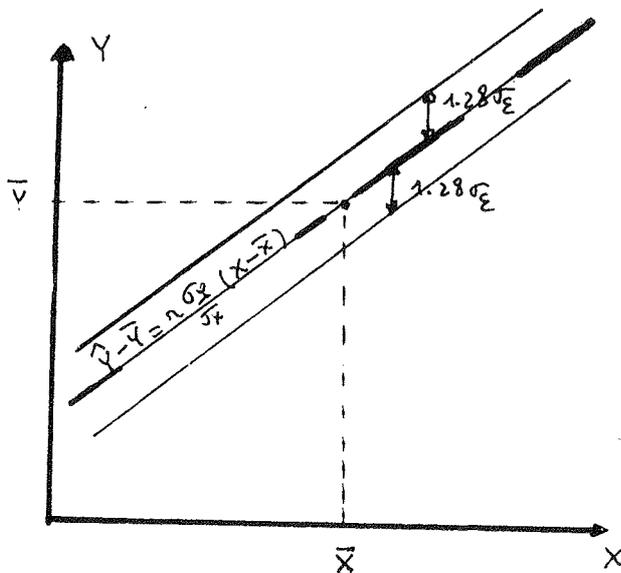
IV - Présentation

Dans le cas où les variables sont à peu près normales, il est intéressant de tracer :

- la droite de régression $x \rightarrow y$

$$\hat{y}_i - \bar{y} = r \frac{y}{x} (x_i - \bar{x})$$

- les droites de confiance à 80 % centrées sur la droite de régression : elles sont parallèles à la droite de régression $x \rightarrow y$ décalées parallèlement à l'axe Oy de $\pm 1.28 \sigma_{\hat{y}}$



$$\sigma_{\hat{y}} = \sigma_y \sqrt{1 - r^2}$$

HYDROMETRIE

C'est l'ensemble des techniques de mesure des débits des cours d'eau; elle est donc fondamentale à l'hydrologue.

Paradoxalement, nous n'en parlerons pas dans ce polycopié, laissant le soin au lecteur de consulter l'ouvrage récent et fort complet suivant:

HYDROMETRIE PRATIQUE DES COURS D EAU
EYROLLES PARIS 1976

Les élèves seront initiés à ces méthodes au cours des Travaux Pratiques de troisième année, une brève présentation étant faite au cours des exposés.

Nous tenons simplement à insister sur deux remarques:

on ne fait de l'hydrologie quantitative qu'à partir de données sérieuses résultant d'un long travail d'exploitation de réseau.

il faut installer le plus tôt possible des réseaux d'observation avec l'assurance de pouvoir les maintenir en activité pendant des décennies.

EVAPORATION - EVAPOTRANSPIRATION - INFILTRATION

- Bibliographie :
- Infiltration : l'Eau et le Sol - D. HILLER - Wander
Bruxelles 1974 - 288 pages.
- Advanced Soil Physics - D. KIRKHAM, W.L. POWERS - Wiley
Interscience - N.V. - 1972 - 534 pages.
- A l'Ecole d'Hydraulique : cours de milieux poreux.
- Evaporation - Evapotranspiration :
- INRA 1970 - Techniques d'Etudes des facteurs de la biosphère
Publications 70-4.
- P. EAGLESON - Dynamic Hydrology - 1970 - Mc Grow Hill
Company.
- Déficit d'écoulement : M. PARDE - Fleuves et Rivières et
autres ouvrages.

- 1) INTRODUCTION
- 2) NOTIONS SUR L'INFILTRATION
- 3) EVAPORATION
- 4) EVAPOTRANSPIRATION
- 5) DEFICIT D'ECOULEMENT

1) INTRODUCTION :

Nous avons regroupé dans ce chapitre deux phénomènes importants :

- le transfert de l'eau du sol vers l'atmosphère à partir du sol, des surfaces d'eau et des plantes (évaporation et évapotranspiration) ;
- le transfert de l'eau de la surface du sol vers les nappes.

Du point de vue quantitatif, ces deux phénomènes sont souvent très importants :

- l'évapotranspiration annuelle (donc la perte d'eau pour les rivières) est de l'ordre de 400 à 500 mm dans le bassin parisien pour des pluies de 600 à 700 mm ;
- l'infiltration est souvent supérieure aux pluies pour des épisodes moyens et empêche ainsi la formation continue des crues.

2) NOTIONS SUR L'INFILTRATION :

L'eau infiltrée, généralement à partir de la surface du sol (parfois à partir des cours d'eau et des lacs), permet :

- d'alimenter les nappes,
- de constituer des réserves d'eau au niveau des racines des plantes.

En général, cette infiltration se fait dans un milieu non saturé ; elle est très variable d'un lieu à l'autre et en un lieu donné d'un état physique à un autre (entre un sol sec et humide, par exemple).

Elle peut varier de 0 mm/h (de l'ordre de 1mm/h sur les argiles) à plusieurs dizaines de mm/h sur des sables, graviers ; elle est donc souvent supérieure aux précipitations peu intenses, ce qui explique la rareté du ruissellement superficiel.

La mécanique de l'infiltration est surtout contrôlée par la mécanique des transferts dans la zone se trouvant au-dessus de la nappe phréatique, appelée zone non saturée.

2.1) Définitions :

Considérons un petit volume de sol ; il est constitué par des grains séparés de volumes occupés par de l'eau et de l'air avec vapeur d'eau.

- Teneur en eau volumique :

$$\theta = \frac{\text{Volume d'eau dans l'échantillon}}{\text{Volume de l'échantillon}}$$

En fait $\theta_r \leq \theta \leq \theta_s$
le sol est saturé

θ_s = teneur en eau lorsque

(impossible de dessécher complètement le sol dans des conditions normales)

θ_r = teneur en eau résiduelle

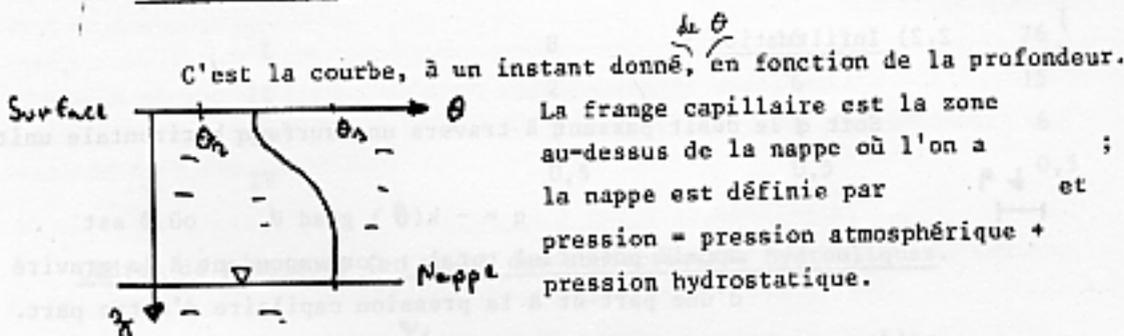
(impossible de dessécher complètement le sol dans des conditions normales)

$\xi = \theta_s - \theta_r$ est la

porosité effective ou "capacité d'infiltration" (terme mal approprié)

Sable :	$\theta_s \approx 0,3$	$\theta_r \approx 0,05$
Argile :	$\theta_s \approx 0,45$	$\theta_r \approx 0,2$

- Profil hydrique :



- Pression capillaire ou succion :

Comme dans un tube de verre où l'eau monte, la surface libre entre deux grains de sol est courbe si bien que :

$$p_a - p_w = \frac{2\sigma}{r} = p_c$$

p_a = pression dans l'air

p_w = " " l'eau

p_c = " capillaire



Si les pores sont communicants, il y règne la pression atmosphérique, donc l'eau est en dépression (par rapport à la pression atmosphérique).

Succion : $\psi = -p_c$ exprimée en général en hauteur d'eau.

Phénomène d'hysteresis

En général la relation $\Psi(\theta)$ dépend des conditions antérieures : il y a un phénomène d'hysteresis.

Conductivité hydraulique (écrite k)

En milieu saturé, cette quantité, qui caractérise la valeur des débits, est constante. En milieu non saturé, elle diminue fortement lorsque le sol se désature selon une loi que l'on approche par la formule :

$$\frac{k}{k_0} = \left[\frac{\theta - \theta_n}{\theta_s - \theta_n} \right]^m \quad m \approx 3 \text{ à } 5$$

d'où
hauteur de frange capillaire.

$$\frac{k}{k_0} = \left[\frac{\Psi_c}{\Psi} \right]^\eta \quad \Psi_c \text{ correspondant à la}$$

$\eta \approx 10-15$

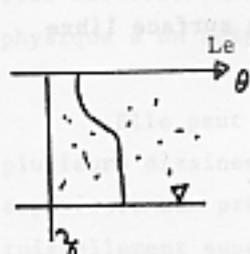
2.2) Infiltration :

Soit q le débit passant à travers une surface horizontale unité :



$q = -k(\theta) \text{ grad } \phi$ où ϕ est appelé potentiel total : correspondant à la gravité d'une part et à la pression capillaire d'autre part.

$q = -k \frac{\partial \Psi}{\partial z} + k$ si on suppose le moment uniquement vertical.



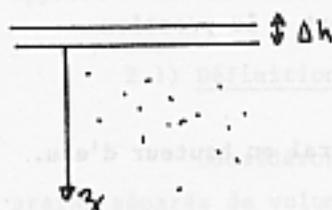
Le flux est donc nul : - si $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 1$

- si k est faible (sol très sec)

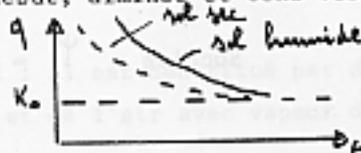
(ce dernier cas explique ce qui se passe lorsqu'une pluie violente arrive sur un sol très sec).

2.3) Cas typiques d'infiltration :

- Lame d'eau constante à la surface du sol

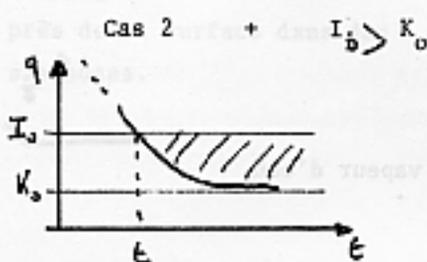


La courbe superficielle se sature rapidement, d'où un fort gradient de teneur en eau ; le débit est fort au début, diminue et tend vers une valeur limite.



- Précipitation à intensité constante I_0

Cas 1 + $I_0 < K_0$ Le sol s'humidifie jusqu'à ce que la conductivité hydraulique soit égale à l'intensité imposée. Il se crée à la surface une zone à teneur en eau constante inférieure à 1.



Au début, toute l'eau s'infiltrer, mais à partir du temps t_c , l'eau ne peut plus s'infiltrer, l'infiltration tend vers K_0 et une lame d'eau se crée à la surface du sol.

2.4) Quelques ordres de grandeur (selon Principes d'Hydrologie)

Type de sol :	Sol nu	Céréales	Boisé
I	8	16	76
II	2	6	15
III	1	1	6
IV	0,5	0,5	0,5

Ordres de grandeurs (en mm/h) des conductivités hydrauliques.

Type I : Sol à texture grossière reposant sur sables, graviers, alluvions grossières

Type II : Sol à texture moyenne

Type III : " " " sur argiles fines

Type IV : Sol sur roche à faible profondeur (50 cm ou moins)

On notera la variabilité de ces valeurs qui confirme que selon le sol et la pluviométrie, l'écoulement superficiel est abondant, rare ou inexistant.

3) L'EVAPORATION :

3.1) Introduction

Si l'on considère un plan d'eau libre et calme (pas de vent) recevant de l'énergie sous forme de rayonnement solaire ; s'il n'y a pas de transports, il y aura équilibre entre évaporation et condensation.

Il y aura évaporation dans les cas suivants :

- diffusion moléculaire (transferts très faibles)
- transport convectif : cas fréquent et important.

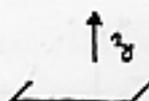
On définit ainsi un coefficient de diffusion turbulente K qui dépend des conditions atmosphériques

$$E = -K \frac{de}{dz}$$

e = pression partielle de vapeur d'eau

z = cote

E = taux d'évaporation



Le problème majeur est d'évaluer K ; pour cela, deux méthodes sont possibles :

- la méthode aérodynamique, où l'on considère que la plupart des phénomènes de transfert sont analogues ;
- la méthode de bilan d'énergie où l'on effectue, à partir de mesures un bilan énergétique.

Nous ne rentrerons pas dans le détail de ces méthodes.

3.2) Evaporation sur un sol nu

Il n'y a évaporation que s'il y a apport d'énergie pour alimenter la chaleur latente et un gradient d'humidité pour assurer le transport.

3.2.d) Nappe ~~de~~ d'eau à une certaine profondeur proche de la surface



$$q = K \left(\frac{d\Psi}{dz} - 1 \right)$$

K = conductivité hydraulique

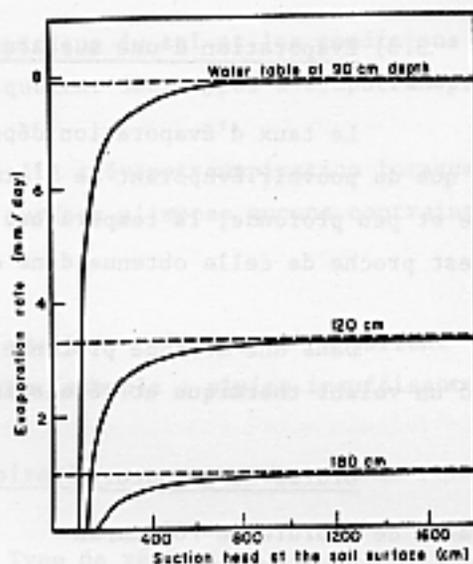
Ψ = succion

q = flux d'eau

Gardner en 1958 a proposé une relation entre Ψ et K :

$$K = a (\Psi^n + b)^{-1} \quad a \text{ et } b \text{ sont des constantes.}$$

On se rend compte que ce sont surtout les caractéristiques du sol qui limitent le régime d'évaporation ; si le sol est à texture grossière, l'évaporation est faible, ce qui explique la subsistance de nappes près de la surface dans des zones sableuses.



3.2.β) Nappe très éloignée ou inexistante

Il n'y a alors plus d'alimentation possible ; le sol se dessèche en 2 phases :

- une première phase où l'évaporation est quasi constante et déterminée par des conditions extérieures (vent ...) ;
- une deuxième phase où le profil d'humidité du sol contrôle l'évaporation.

Un modèle pourrait être le suivant :

$$E = \int_0^t q \, dt = s t^{1/2} + b t \quad s > 0 \quad b < 0$$

E est l'évaporation cumulée

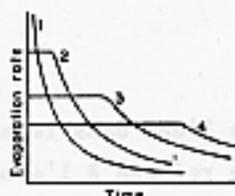


Fig. 9.4. Relation of cumulative evaporation to time (curves 1, 2, 3, 4 are in order of decreasing initial evaporation rate).

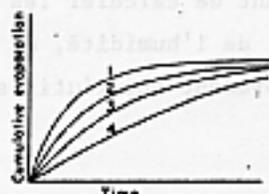


Fig. 9.5.

Fig. 9.5. Relation of evaporation rate (flux) to time (curves 1, 2, 3, 4 are in order of decreasing initial evaporation rate).

3.3) Evaporation d'une surface libre

Le taux d'évaporation dépend de l'étendue, de la profondeur ainsi que du pouvoir évaporant de l'atmosphère ; si la nappe d'eau est petite et peu profonde, la température varie assez fortement et l'évaporation est proche de celle obtenue dans des bacs d'évaporation.

Dans une étendue profonde, les couches inférieures jouent le rôle d'un volant thermique et régularisent l'évaporation au cours de l'année.

Ordres de grandeur :

en France de l'ordre de 700 mm/an

Espagne - sud de la France : 1.000 à 1.500 mm/an

Lacs de montagne vers 2.000 m : 200 mm/an (chiffre peu sûr)

Régions tropicales : 1.500 à 3.000 mm/an

Fluctuations saisonnières de l'évaporation des lacs (en mm/mois),
d'après COUTAGNE

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Total
1	16	21	39	65	91	103	104	98	58	35	17	14	661
2	30	40	70	80	120	140	180	150	100	70	40	30	1050
3	47	50	89	123	135	200	230	217	101	40	68	51	1480

1 - à Dijon

2 - à Arles

3 - à Tunis

Formules ou abaques

On trouvera dans LINSLEY "Hydrology for engineers", des abaques permettant de calculer les valeurs quotidiennes de l'évaporation en fonction du vent, de l'humidité, du rayonnement et de la température. Il y a lieu d'être prudent sur l'utilisation de ces abaques.

4) L'EVAPOTRANSPIRATION

Les plantes puisent de l'eau dans la nappe ou dans la zone non saturée ; cette eau est ensuite rejetée à l'atmosphère à travers les stomates (orifices dont l'ouverture dépend essentiellement de trois facteurs :

le cycle de vie de la plante, l'état hydrique du sol et les conditions atmosphériques). On distingue schématiquement deux types d'évapotranspiration :

ETP = Evaporation potentielle : évapotranspiration lorsque le sol est suffisamment humide et que la surface n'impose aucune contrainte restrictive au flux de vapeur.

ETR = Evapotranspiration réelle : celle que l'on obtient réellement lorsqu'il y a des contraintes (exemple : pluies insuffisantes).

Facteurs de l'évapotranspiration :

- | | | |
|---------------|---|-------------------------------------------------------|
| - Température | | Type de végétation |
| - Vent | + | Epoque de l'année (par rapport à la vie de la plante) |
| - Hygrométrie | | |
| - Rayonnement | + | Etat hydrique du sol |

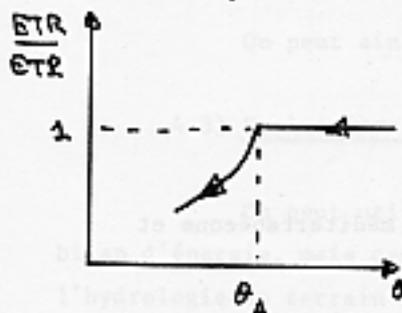
4.1) Schéma

En l'absence d'irrigation on peut schématiser le mécanisme de la façon suivante :

- au début
- ETR = ETP
 - la teneur en eau du sol diminue
 - l'évapotranspiration ne dépend que des facteurs atmosphériques

puis $\theta < \theta_A$ la conductivité du sol devient très faible et la quantité d'eau ne suffit plus aux besoins totaux de la plante ; les stomates se ferment.

θ_A dépend de la plante et de l'époque.



4.2) Evaluations de l'évapotranspiration potentielle

La plupart des formules sont des formules établies sur un certain nombre de bassins versants et destinées aux calculs d'irrigation. Nous ne donnerons que les plus utilisées (qui d'ailleurs donnent à une échelle de temps assez grande, le mois, d'assez bons résultats).

- BLANEY et CRIDDLE

(cette formule a été établie pour les zones arides de l'Ouest des Etats-Unis)

$$ETP = k \frac{T_m \cdot p}{100} \text{ en pouces/mois}$$

k dépend du type de culture et du lieu

T_m = Température
moyenne mensuelle
en °F

p = pourcentage mensuel
d'heures de jours
par rapport à l'année

On trouvera des valeurs dans les ouvrages d'irrigation.

- THORNWAITE - SERRA

$$ETP = C(T_m)^a K \quad \text{où} \quad a = \alpha I^3 - \beta I^2 + \gamma I + \delta$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont des constantes, $I = \sum_1^{12} \left(\frac{T_m}{5}\right)^{1,5}$ est un indice thermique où T_m est la température moyenne mensuelle en °C. C(voisin de 1,6) et K dépendent du lieu (cf. ouvrages d'agriculture).

Formule simplifiée (due à SERRA)

$$e = 1,6 \left(10 \frac{T_m}{I}\right)^2 \quad e \text{ en cm/mois}$$

I en °C

$$I = \sum_1^{12} \left(\frac{T_m}{5}\right)^{1,5} \quad a = \frac{1,6}{100} I + 0,5$$

- Formule de TURC (établie pour la zone méditerranéenne et l'Afrique du Nord).

$$ETP = 4 \frac{T_m}{T_m + 15} \quad (I_g + 50)$$

ETP en mm/mois

T_m = Température moyenne
mensuelle

I_g = Rayonnement moyen
mensuel en langley

- Formule de PENMAN (la plus fondée sur la théorie)

Hypothèses : les coefficients de diffusion sont les mêmes pour la chaleur sensible et la vapeur d'eau, en négligeant l'absorption de chaleur pour le sol.

$$E = \frac{H P' + E_a \gamma}{P' + \gamma}$$

P' = pente de la courbe de pression en fonction de la température

γ = constante psychrométrique

H = Rayonnement net (Rayonnement global absorbé soit R_1 diminué du rayonnement réémis grande longueur d'onde R_2)

$$R_1 = R(1-r)$$

r = albedo du sol

R = Rayonnement global arrivant au sol

$$R_2 \approx \sigma T^4 (0.56 - .092 f) (.10 + .90 I)$$

σ = cste de STEFAN

T = Température moyenne de l'air en °K

f = tension moyenne de vapeur d'eau en mbars

$I = \frac{n}{N}$ = nombre réel d'heures d'insolation
 " potentiel " " "

$E_a = f(u) (P-p)$

P = pression de vapeur saturante à T°

p = " " réelle

$f(u) \approx a (1 + b \bar{u})$ a et b cstes

\bar{u} = vitesse moyenne

On peut ainsi déterminer l'ETP journalière.

4.3) Evaluations de l'évapotranspiration réelle

On peut utiliser les méthodes soit aérodynamiques soit du bilan d'énergie, mais ceci n'est pas encore réellement opérationnel pour l'hydrologie de terrain ; cela est toutefois peut être la solution de l'avenir.

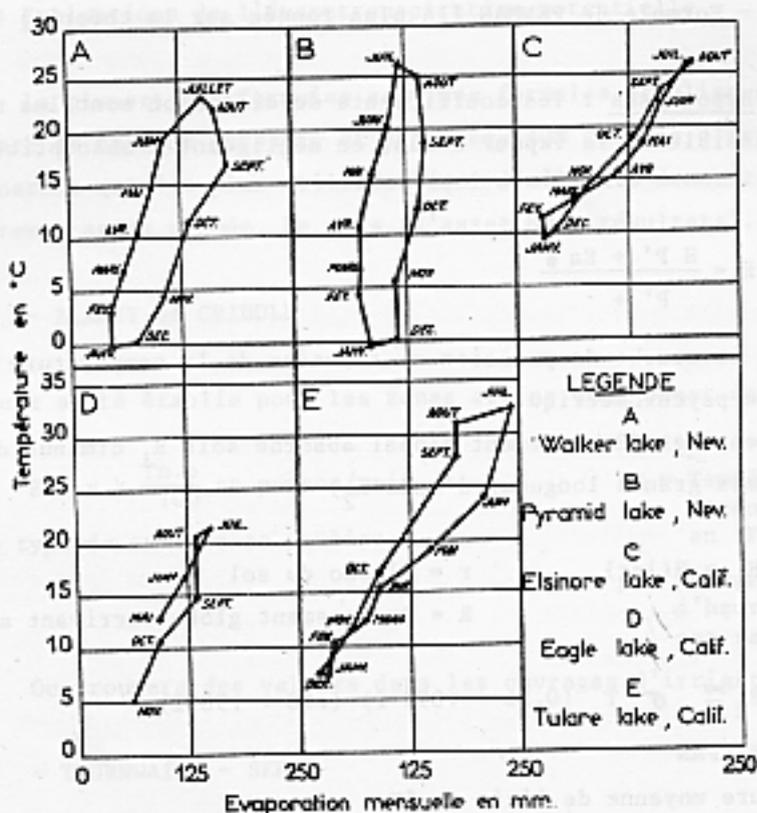


Fig. V-7 — Evaporation moyenne mensuelle de quelques lacs américains en fonction de la température moyenne mensuelle de l'air

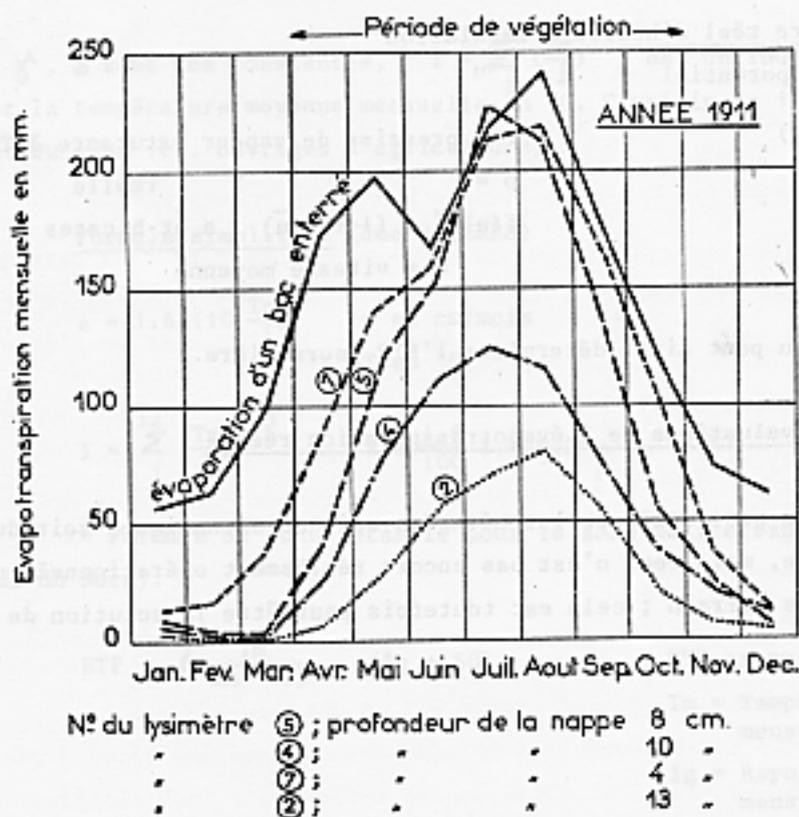


Fig. V-12 — Transpiration mensuelle mesurée sur divers lysimètres gazonnés en fonction de la profondeur de la nappe phréatique

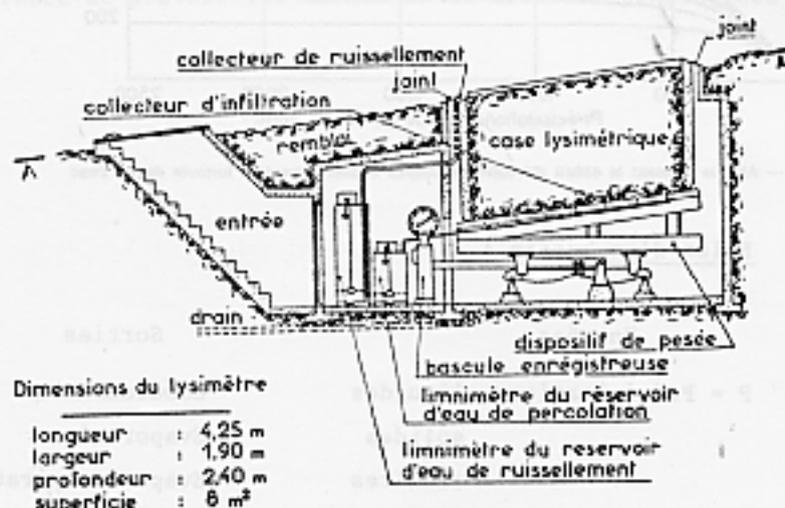
Bacs d'évaporation

On utilise actuellement soit des bacs d'évaporation, en faisant l'hypothèse que l'ETP est proportionnelle à l'évaporation d'une surface d'eau libre. Il paraît que cette méthode est aussi bonne que les formules d'évapotranspiration.

Lysimètres

Ce sont des bacs dans lesquels on fait pousser des plantes dans des conditions voisines des conditions naturelles. Certains sont même placés sur des vérins hydrauliques permettant de les peser ; d'autres imposent des conditions sur le niveau de la nappe.

II - COUPE A-A



Evaporomètre PICHE (cf. description 1er chapitre). Grossièrement il mesure de 30 % d'ETP mais avec une grande erreur due notamment au vent.

5) DEFICIT D'ECOULEMENT

Par définition, c'est la différence, sur une période donnée et pour un bassin donné entre la pluviométrie tombée sur le bassin et l'eau qui a transité par l'exutoire. Si l'on prend un intervalle de temps assez grand ou un début et une fin d'intervalle tels que les stocks en neige, glace eaux souterraines soient voisins, le déficit donne les pertes (évaporation, évapotranspiration).

Un ordre de grandeur pour la France : environ 400-500 mm par an (sans doute moins en haute montagne).

Certains auteurs (WUNDT, COUTAGNE) ont relié le déficit d'écoulement à la température moyenne annuelle et à la pluviométrie.

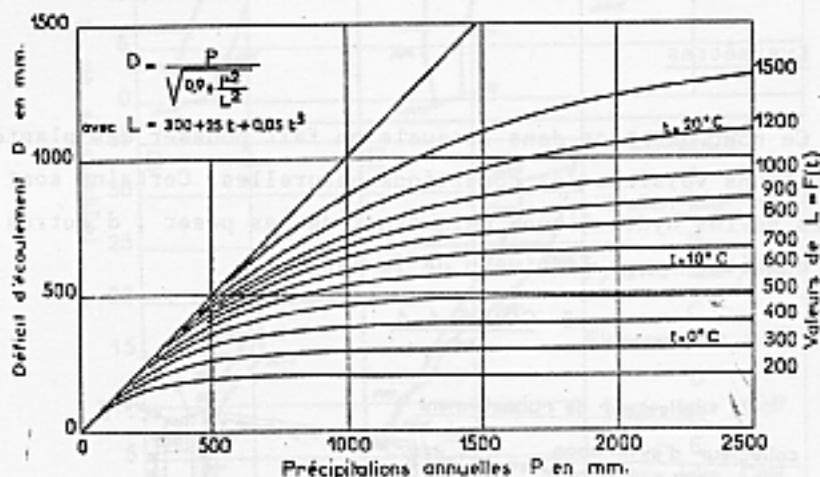


Fig. V-15 — Abaque donnant le déficit d'écoulement moyen annuel suivant la formule de M. Turc

Bilan d'un bassin :

Entrées	Sorties
P = Précipitations liquides	Écoulement (Q)
solides	Évaporation
ocultes	Évapotranspiration

Variation des stocks : R = - eaux souterraines
- réserves lacustres et glaciaires

D = Déficit P = Q + D + R. DR peut être du même ordre de grandeur que Q pour de faibles intervalles de temps (le mois).

Coefficient d'écoulement : $C = \frac{Q}{P}$ de l'ordre de 0,15 à 0,5 en France, très variable spatialement et d'une année à l'autre.

CONTROLE ET HYDROMETRIE DONNEES HYDROMETEOROLOGIQUES

C'est l'ensemble des techniques de mesure des débits des cours d'eau; elle est donc fondamentale à l'hydrologue.

Paradoxalement, nous n'en parlerons pas dans ce polycopié, laissant le soin au lecteur de consulter l'ouvrage récent et fort complet suivant:

HYDROMETRIE PRATIQUE DES COURS D EAU
EYROLLES PARIS 1976

Les élèves seront initiés à ces méthodes au cours des Travaux Pratiques de troisième année, une brève présentation étant faite au cours des exposés.

Nous tenons simplement à insister sur deux remarques:

on ne fait de l'hydrologie quantitative qu'à partir de données sérieuses résultant d'un long travail d'exploitation de réseau.

il faut installer le plus tôt possible des réseaux d'observation avec l'assurance de pouvoir les maintenir en activité pendant des décennies.

CONTROLE ET CRITIQUE DE DONNEES HYDROMETEOROLOGIQUES

- 1) Introduction. Notations
- 2) Données unidimensionnelles
 - 2.1 - Probabilité de chaque observation
 - 2.2 - Tests d'homogénéité
 - 2.3 - Autocorrélation
 - 2.4 - Utilisation d'autres informations
- 3) Données chronologiques multidimensionnelles
 - 3.1 - Rappels sur les doubles cumuls
 - 3.2 - Méthode du cumul des résidus
 - Séries non erronées
 - Séries erronées
 - 3.2.1. Erreur additive
 - 3.2.2. Erreur multiplicative
 - 3.2.3. Détarage progressif
 - 3.3 - Utilisation pratique
 - 3.4 - Exemple
- 4) Données multidimensionnelles sans caractère spatial
 - 4.1 - Test T_1
 - 4.2 - Analyse des composantes principales
 - 4.3 - Analyse des résidus d'explication des variables par leurs composantes
- 5) Données spatiales
 - 5.1 - Aspect spatial de l'analyse en composantes principales
 - 5.2 - Exemples de champ
 - 5.3 - Influence d'une erreur sur une station
- 6) Conclusions générales

Annexe: Exemple de recherche d'erreurs dans un tableau de données.

1 - INTRODUCTION

L'hydrologue a souvent à traiter un grand nombre de données (précipitations, débits, températures ...) ; or ces données, résultats de mesures plus ou moins complexes lui parviennent après avoir subies un grand nombre d'opérations : lecture d'un appareil, transcription, recopiage sur un bordereau, édition ou frappe de cartes perforées puis impressions de listes d'ordinateurs.

Les erreurs sont possibles à tous les maillons de cette chaîne et leur variété est infinie : appareil mal placé, appareil détarié, erreur de lecture, erreur de transcription ou de perforation ...

Les données devront donc être critiquées attentivement et surtout en fonction de leur utilisation précise ; en effet, si ces données ne servent que d'index dans un calcul de corrélation, une erreur additive constante (type thermomètre avec erreur de zéro) n'a pas d'importance, par contre, elle en a si cette donnée sert en valeur absolue (utilisation dans une formule, dans un bilan ...).

La méthode de critique devra donc être adaptée, d'une part aux données, d'autre part à leur utilisation ; c'est pourquoi nous présenterons différentes méthodes, sans prétendre à l'exhaustivité. Enfin, les anomalies détectées par ces méthodes devront conduire le chercheur à analyser de plus près les données (jusqu'à aller parfois à l'original des données) car ces anomalies peuvent être dues à des phénomènes physiques rares mais réels.

NOTATIONS

Chaque grandeur sera représentée par une variable X_j qui, pour l'observation i prendra pour valeur x_{ij} ; le tableau de données à analyser sera constitué de la matrice $\underset{\delta}{\quad}$ (n lignes car n observations, p colonnes car p variables)

$$\underset{i}{\left[\begin{array}{ccc} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & x_{i\delta} & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{array} \right]}$$

variables de 1 à p

observations de 1 à n

Ces variables peuvent être des grandeurs différentes (pluies, températures ...) à une ou plusieurs stations ou des grandeurs de même dimension

(valeurs de précipitations en plusieurs points).

Nous travaillerons surtout sur des variables centrées réduites :

$$x_{ij} \longrightarrow \frac{x_{ij} - \bar{X}_j}{\sigma_j}$$

où \bar{X}_j = moyenne de la j^e variable

σ_j = écart type de la j^e variable

Nous définirons R = matrice de corrélation entre variables :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & & & \\ r_{23} & & & \\ \vdots & & & \\ r_{p1} & & & 1 \end{bmatrix}$$

avec $r_{jk} = r_{kj}$ = coefficient de corrélation entre les variables X_i et X_j

2 - DONNEES UNIDIMENSIONNELLES

On suppose ne posséder qu'une variable X , soit parce que c'est la seule variable mesurée, soit parce que les autres variables mesurées ne lui sont pas liées du tout ou très peu. Nous verrons que les tests statistiques sont dans ce cas peu puissants ; ils permettent toutefois d'éviter au moins les erreurs grossières à l'impression sur listes d'ordinateurs.

2.1 - Probabilité de chaque observation

On peut chercher à ajuster une loi de probabilité sur l'échantillon et à tester ensuite la probabilité de chaque observation ; il faut noter que si le nombre de données est faible (< 20), la présence d'une valeur très éloignée de la moyenne de la population entraîne une mauvaise estimation des moyennes et écart type, suffisamment parfois pour rendre indécélable cette présence.

Prenons un exemple : 11 années de température avec une donnée volontairement fautive 7.3 :

①	→	②		①'	→	②'
		(2.6)	←	7.3		1.92
3.6		-1.5				-1.38
4.6		- .4		}		-1.49
4.8		- .2		}		- .31
3.9		-1.1		idem		-1.12
5.6		.7		que		.40
4.6		- .4		1		- .49
6.5		1.7		}		1.21
5.7		.8		}		.49
5.7		.8		}		.49
4.4		- .6		}		- .7
\bar{X}	4.94	----- 0	5.15	0
σ	.91	----- 1	1.12	1

La colonne 2 correspond aux valeurs centrées réduites des 10 données non erronées : aucune anomalie dans l'hypothèse d'une loi normale ; par contre avec la moyenne et l'écart type calculés sur cet échantillon le point erroné donnerait 2.6 de valeur centrée réduite, ce qui est peu probable (< 1%).

Par contre, si l'on calcule moyenne et écart type sur l'échantillon comprenant la valeur erronée, le point erroné devient quasiment indécélable car sa valeur centrée réduite s'abaisse à 1.92, probabilité supérieure à 1%.

Certains auteurs proposent alors des algorithmes où à chaque pas on enlève la donnée dont la probabilité est la plus faible ou inférieure à un certain seuil ; dans notre exemple, nous aurions éliminé le point aberrant.

Rappelons un ordre de grandeur : si les données sont à peu près normales (*), il faut être attentif à toute valeur distante de la moyenne de plus de deux écarts-types.

Attention si $\left| \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right| > 2$

(*) Nous appelons données ou variables normales, des données bien représentées par la loi de Laplace-Gauss ; ce terme ne signifie nullement que normalement les données doivent suivre une loi de Laplace-Gauss.

2.2 - Tests d'homogénéité

Ils sont bien connus : soit X une variable normale connue sur deux échantillons de tailles n_1 et n_2 soit \bar{X}_1 et \bar{X}_2 , σ_1 et σ_2 les moyennes et écarts-types calculés sur les deux échantillons 1 et 2 .

$$\text{- Soit } \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\Delta \sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}} = t \quad \text{où} \quad (m_1 + m_2 - 1) \Delta^2 = (m_1 - 1) \sigma_1^2 + (m_2 - 1) \sigma_2^2$$

t suit une loi de probabilité, dite de Student, dont le paramètre (appelé degré de liberté) vaut $n_1 + n_2 - 2$. Ce test permet de contrôler les moyennes.

$$\text{- Soit } F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad \text{si } \sigma_1 > \sigma_2 \quad \text{sinon } F = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

F suit une loi de probabilité, dite de Fisher, de paramètres $\nu_1 = m_1 - 1$ et $\nu_2 = m_2 - 1$

Ces deux tests permettent de vérifier l'homogénéité des moyennes et écarts-types des échantillons ; il faut que l'erreur soit assez grande et systématique pendant longtemps pour la déceler.

2.3 - Autocorrélation

Si la variable est chronologique, il existe souvent une autocorrélation que l'on peut utiliser avec profit. Il en est ainsi pour les données limnimétriques notamment. On peut établir des schémas autorégressifs du type :

$$\hat{X}(t) = a_1 X(t-1) + a_2 X(t-2) + \dots + a_k X(t-k)$$

et tester : $\frac{X(t) - \hat{X}(t)}{\sigma_\varepsilon}$

Plus simplement, on pourra tester $X(t) - X(t-1)$ par rapport à une valeur forte ; ce test élémentaire peut déceler rapidement les erreurs de lecture d'un mètre des échelles limnimétriques. Il est intéressant au niveau de l'édition.

2.4 - Utilisation d'autres informations

Il faut penser à utiliser parfois une information extérieure, par exemple, une information physique. C'est ainsi que l'on peut critiquer des données journalières de rayonnement solaire en une seule station (ici DAVOS) : si l'on ne considère que les jours de beau temps, le rayonnement reçu est surtout fonction de la place du jour dans l'année (plus un aléa dû à l'absorption atmosphérique fonction de l'humidité) ; d'autre part, des calculs trigonométriques montrent que la variation du rayonnement solaire à la limite de l'atmosphère est approximativement une fonction sinusoïdale du temps. Or la figure 1, où les points correspondent à des données par beau temps, montre que certaines données s'écartent nettement de la sinusoïde ajustée par moindres carrés d'équation :

$$\hat{R}(t) = 545 + 348 \sin \frac{360}{365} t \quad (1) \text{ en cal/cm}^2 \text{ jour}$$

t étant la date en jours comptée à partir de l'équinoxe de printemps.

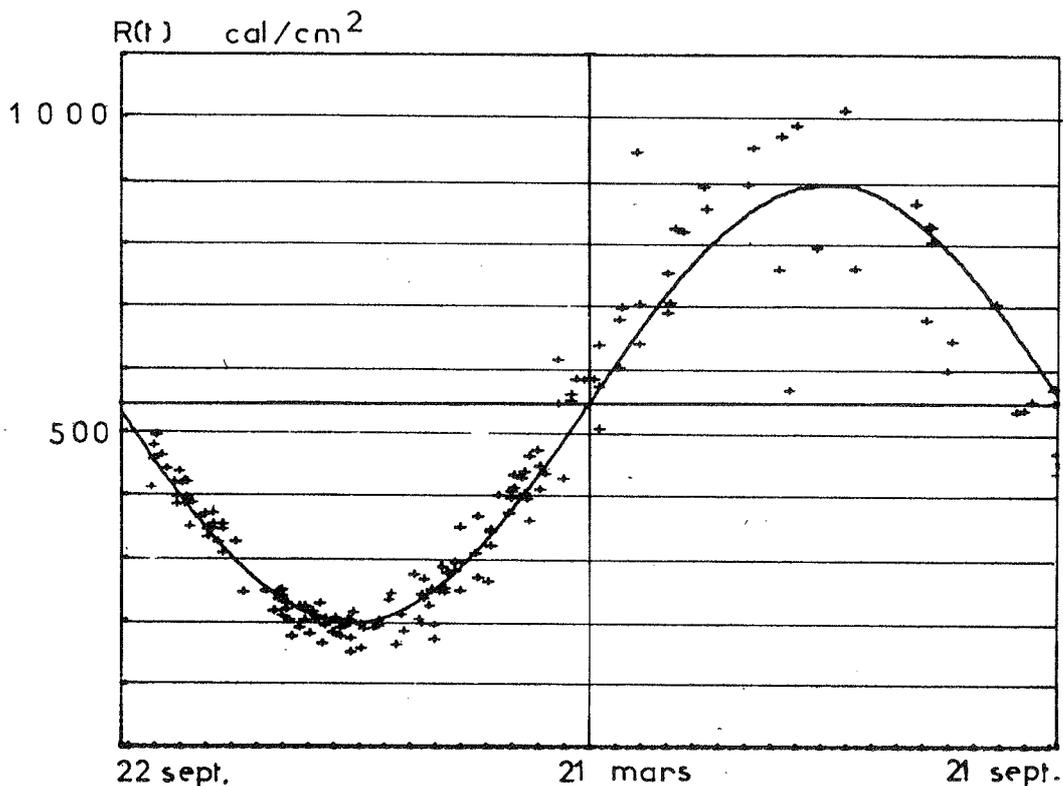


FIG. 1

La figure 2 où l'on a porté $\frac{R(t)}{\widehat{R}(t)}$ pour les jours de beau temps de 1954 à 1971 montre que l'année 1968 paraît anormale ; par ailleurs, il apparaît des hétérogénéités de l'ordre de 10% entre certaines périodes.

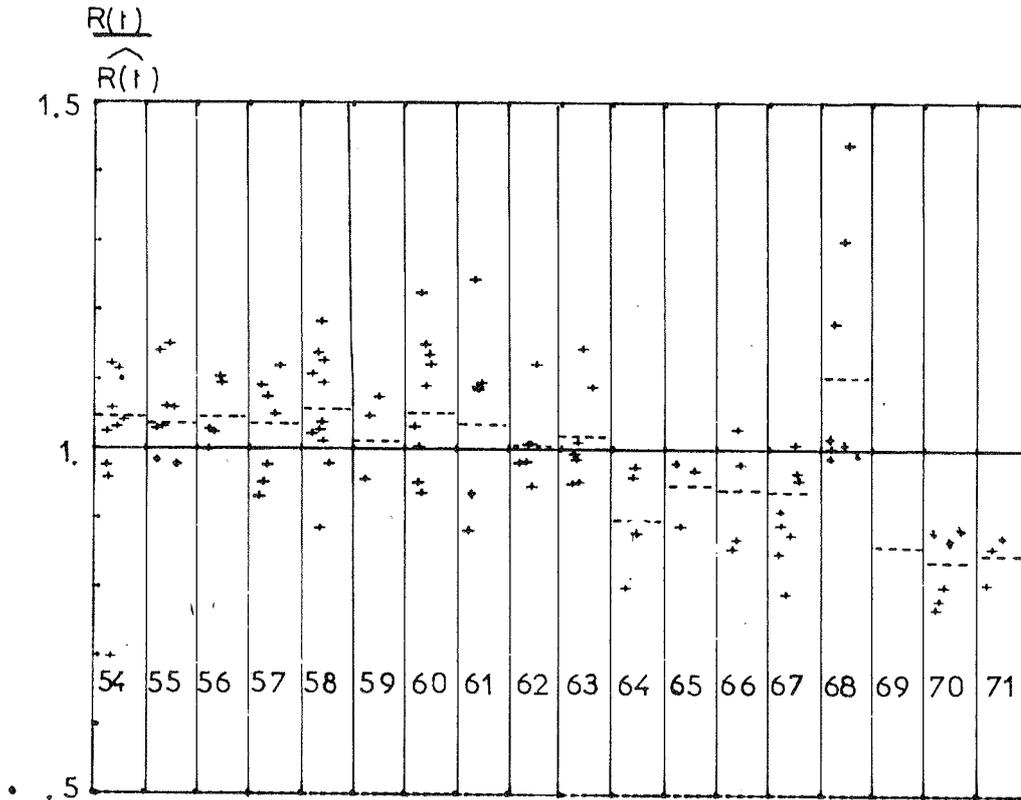


FIG. 2

On cherche alors pour chaque année j l'équation de régression du type $\widehat{R}_j(t) = a_j \sin \frac{360}{365} t + b_j$; soit r_j le coefficient de corrélation pour l'année j (il est souvent très élevé car il n'y a que 10 à 20 points par an avec des fluctuations saisonnières importantes).

Le tableau I donne les valeurs a_j , b_j et r_j

Année	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
r_j	.998	.993	.996	.998	.987	.996	.993	.994	.995	.997	.982	.996	.975	.996	--	--	.999	.999
a_j	338	385	375	404	334	377	379	360	385	392	340	338	332	347			302	308
b_j	558	575	577	590	556	571	585	565	567	581	507	519	512	520			438	475

On peut définir 3 périodes

De 1954 à 1963	$\bar{a} = 380$	$\bar{b} = 580$
De 1964 à 1967	$\bar{a} = 340$	$\bar{b} = 515$
De 1970 à 1971	$\bar{a} = 305$	$\bar{b} = 460$

Il semble donc exister entre ces trois périodes des écarts systématiques du type multiplicatif de l'ordre de 10% par exemple entre 1954-1963 et 1964-1967 ; au sein de chacune de ces périodes, les mesures semblent excellentes.

Cet exemple montre l'intérêt qu'il y a parfois à utiliser une information extérieure.

3 - DONNEES CHRONOLOGIQUES MULTIDIMENSIONNELLES

Ce cas est un des plus courants en hydrologie ; les variables sont chronologiques et corrélées entre elles. Nous nous limiterons au cas de variables normales avec indépendance des observations entre elles (cas de la plupart des données annuelles). Notre souci est de rechercher s'il y a des anomalies systématiques dans ces données, celles-ci pouvant provenir d'erreurs ou de non stationnarité du phénomène.

3.1 - Rappels sur les doubles cumuls (improprement appelés doubles-masses)

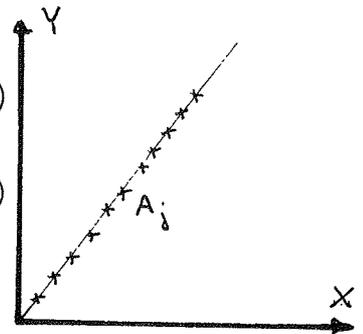
Cette méthode est ancienne ; elle a été surtout utilisée pour la critique des réseaux pluviométriques.

Soit une station ou variable à contrôler prenant pour valeur y_j à la j^{e} observation et soit x_j la valeur correspondante, soit d'une variable "témoin" (autre variable ou combinaison de variables)

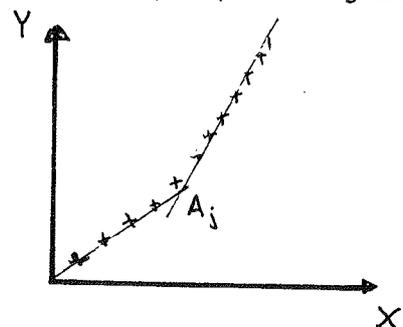
$$\text{Soit } X_j = \sum_{i=1}^j x_i \quad \longrightarrow \quad (\text{cumul des } x)$$

$$Y_j = \sum_{i=1}^j y_i \quad \longrightarrow \quad (\text{cumul des } y)$$

On porte les points - $A_j = (X_j, Y_j)$



Supposons que, à partir d'une certaine période, une erreur systématique ait été commise sur la valeur de y (erreur additive, par exemple) ; supposons également que x et y soient corrélées et que σ_x et σ_y soient de l'ordre de 0,1 à 0,3 \bar{x} ou \bar{y} . Dans ce cas, les points A_j au lieu d'être à peu près alignés s'il n'y avait pas d'erreur systématique, présente une cassure.



On trouvera dans la bibliographie, la référence à l'étude de Brunet MORET qui a amélioré cette méthode.

3.2 - Méthode du cumul des résidus

Nous allons présenter une méthode plus puissante et moins contraignante que la précédente ; on peut d'ailleurs considérer que c'est un développement de la précédente. C'est-à-dire que toute anomalie détectable par la méthode précédente l'est par la méthode du cumul des résidus, l'inverse n'étant pas vrai dans tous les cas.

Soit $x \rightarrow y$, soit

$$\hat{y}_i = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x_i - \bar{x})$$

l'équation de régression

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

le résidu de l'observation i .

Posons

$$Z_j = \sum_{i=1}^j \varepsilon_i$$

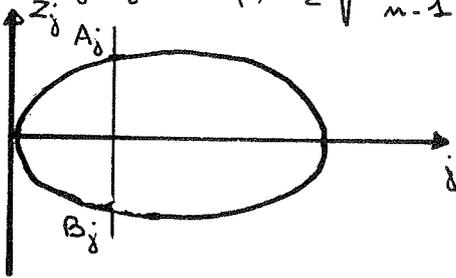
Z_j est le cumul des résidus.

- Séries non erronées

Supposons la distribution multinormale, r étant le coefficient de corrélation. Alors :

- pour j donné, la loi de probabilité de Z_j , cumul des résidus jusqu'à j est une loi normale de moyenne 0 et d'écart type $\sigma_j = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{j(n-j)}{n-1}}$, écart type résiduel. si n est le nombre d'observations et $\sigma_\varepsilon = \sigma_y \sqrt{1-r^2}$.

Autrement dit, si l'on se fixe un seuil de probabilité f (par exemple 1%), Z_j a une probabilité $1-f$ de se trouver à l'intérieur du segment centré sur l'axe des j .

$$A_j B_j = t(f) \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{j(n-j)}{n-1}}$$


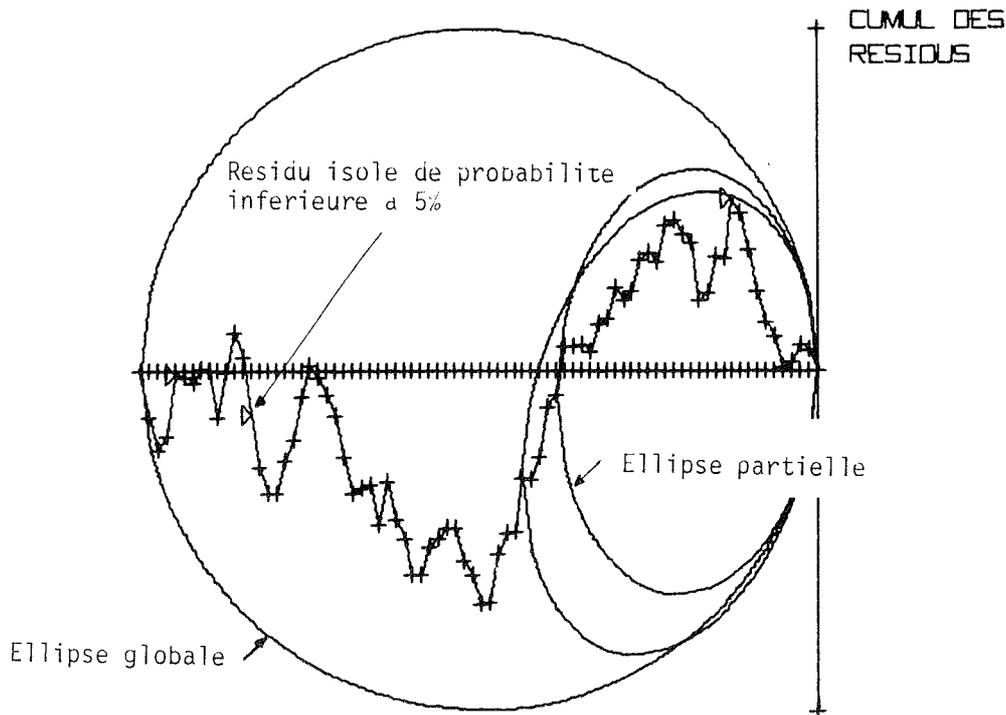
Les points $A_j B_j$ dessinent une ellipse critique du cumul, que l'on ne doit franchir que rarement (probabilité f pour chaque j , mais attention les cumuls sont dépendants).

La figure suivante donne un exemple de tracé, sur lequel on a également porté les résidus de probabilité faible. Il faut noter qu'en général les cumuls dessinent de larges ondulations.

SEQUENCE 1

STAT 8 COMPAREE AVEC 1 PERIODE 1 80

R = 0.69 MOY = 119. EC. TYP. = 793.7



- Séries erronées

Il est intéressant de voir comment évoluent les tracés selon le type d'erreurs systématiques.

3.2.1 - Erreur systématique additive

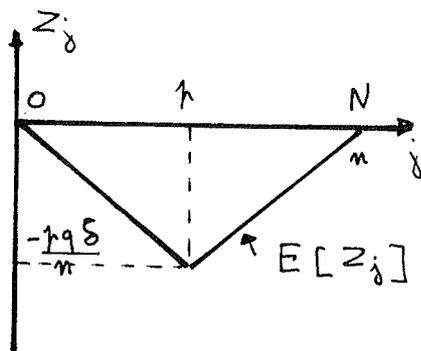
Si, à partir d'une certaine période, y se voit affectée d'une erreur systématique additive δ , alors :

$$y_i \in \mathcal{N}(\bar{y}, \sigma_y) \quad i \leq p$$

$$y_i \in \mathcal{N}(\bar{y} + \delta, \sigma_y) \quad i > p$$

Ceci est par exemple le cas d'une station de température entourée, à partir d'une certaine date, d'un ensemble urbanisé.

On montre alors que le cumul Z_j a une espérance mathématique qui dépend de j et dessine 2 segments dans le plan j, Z_j :

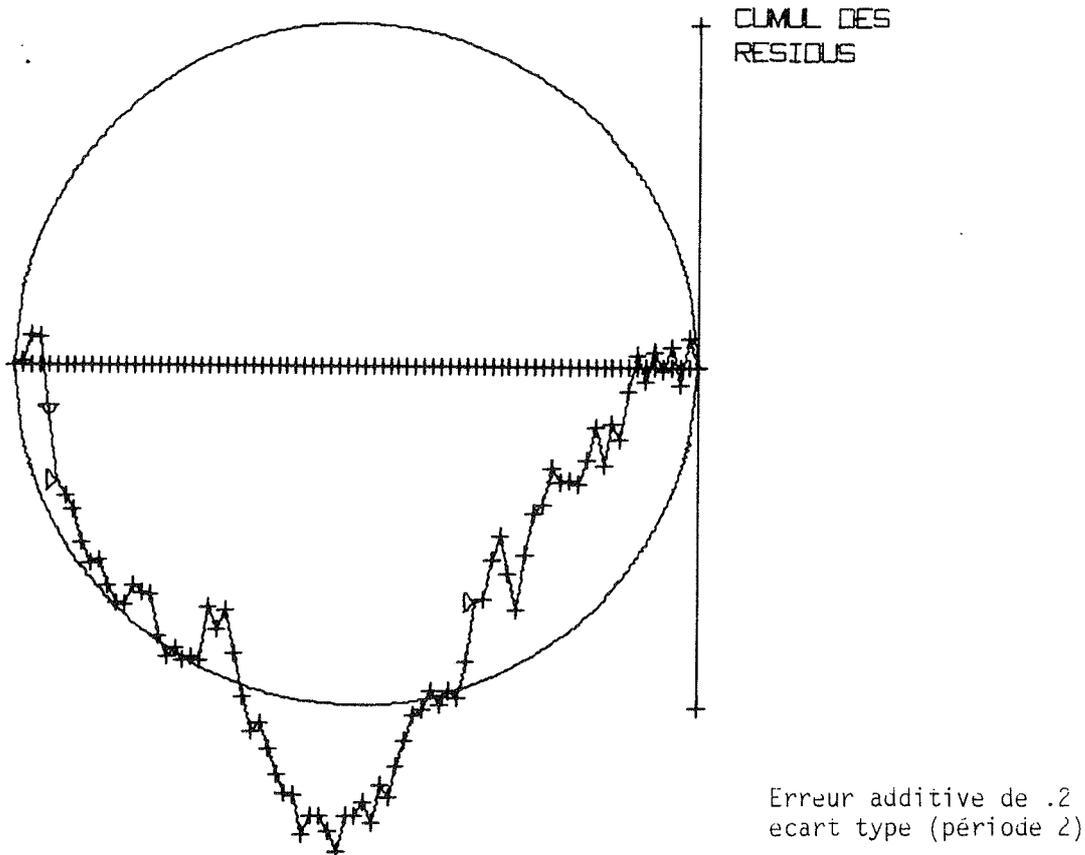


$q = n - p$

Il faut donc s'attendre à ce que le tracé sorte, si δ est assez grand (voir plus loin) de l'ellipse ; la figure suivante

où $\delta = .2 \sigma_y$ et $r = .89$ donne un exemple.

STAT 5 COMPAREE AVEC 1 PERIODE 1 80
R = 0.89



Pour donner une idée de la sensibilité de la méthode, on suppose que $p = \frac{n}{2}$ et on compare les valeurs de δ , fonction de r , telles que $E(Z_j)$ soit sur l'ellipse 1% pour $j = \frac{n}{2}$, aux valeurs δ' décelables au seuil 1% par un test d'homogénéité de Student (ici $n = 100$)

r	.4	.6	.8	.9	.95	.98
$\frac{\delta'}{\delta}$	1.1	1.2	1.6	2.3	2.8	4.2

Autrement dit, cette méthode est deux fois plus sensible dès que

$r > .85$

3.2.2 - Erreur multiplicative sur une période

A partir de $i = p+1$, on commet une erreur multiplicative systématique :

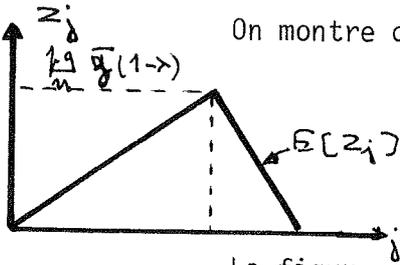
$$y_i \in \mathcal{N}(\bar{y}, \sigma_y) \quad i \leq p$$

$$y_i \in \mathcal{N}(\lambda \bar{y}, \lambda \sigma_y) \quad i > p$$

On montre que l'espérance mathématique du cumul est de la forme :

$$E[Z_j] = j \frac{q}{m} \bar{y} (1-\lambda) \quad j \leq p$$

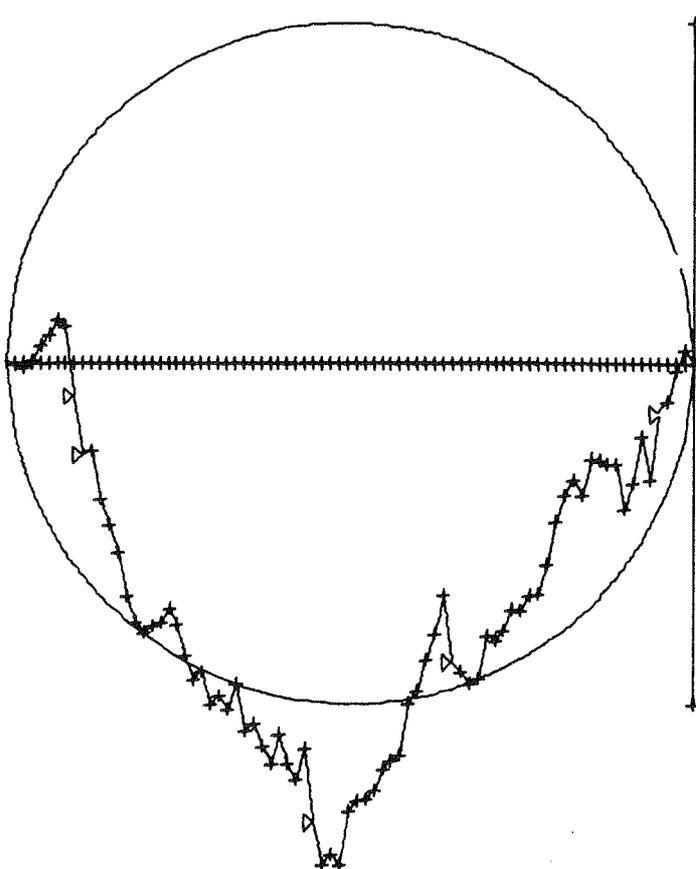
$$E[Z_j] = \frac{p}{m} \bar{y} (\lambda-1)(1-j) \quad j > p$$



La figure suivante donne un exemple dans le cas où $\lambda = 1.1$ pour

$\frac{p}{m} = 1$ et $r = .82$.

SEQUENCE 1
STAT 7 COMPAREE AVEC 1
R = 0.82



Erreur multiplicative
 $\lambda = 1.1 \quad \sigma = 1000$
 $\bar{Z} = 10000$

On peut montrer que $E [Z_j]$, dans le cas où $p = q = \frac{n}{2} = 40$ dépasse l'ellipse pour les valeurs suivantes de :

$\frac{p}{n}$.5	.25	.10	.03	
r_1	.4	.7	.8	.95	.98
	1.26	1.13	1.05	1.03	
	1.21	1.09	1.03	1.02	
	1.12	1.05	1.03	1.02	
	1.09	1.05	1.02	1.01	
	1.05	1.03	1.01	1.01	

r_1 = corrélation au sein de chacune des deux périodes

Valeurs critiques de λ

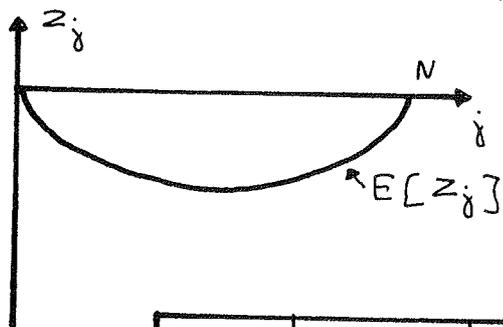
La détection est donc assez puissante.

3.2.3 - Tendance linéaire dans le temps

On suppose que $y_i = y_i^i + i \frac{\delta}{m}$ où $y_i^i \in \mathcal{N}(\bar{y}_i, \sigma_y)$

y_i^i est la valeur que l'on aurait eu s'il n'y avait pas eu d'erreur. Ce cas se produit lors du détamage lent de certains appareils.

On montre que $E [Z_j] = -j \frac{\delta}{2} \frac{m-j}{m}$, c'est-à-dire que l'espérance mathématique du cumul décrit une ellipse.

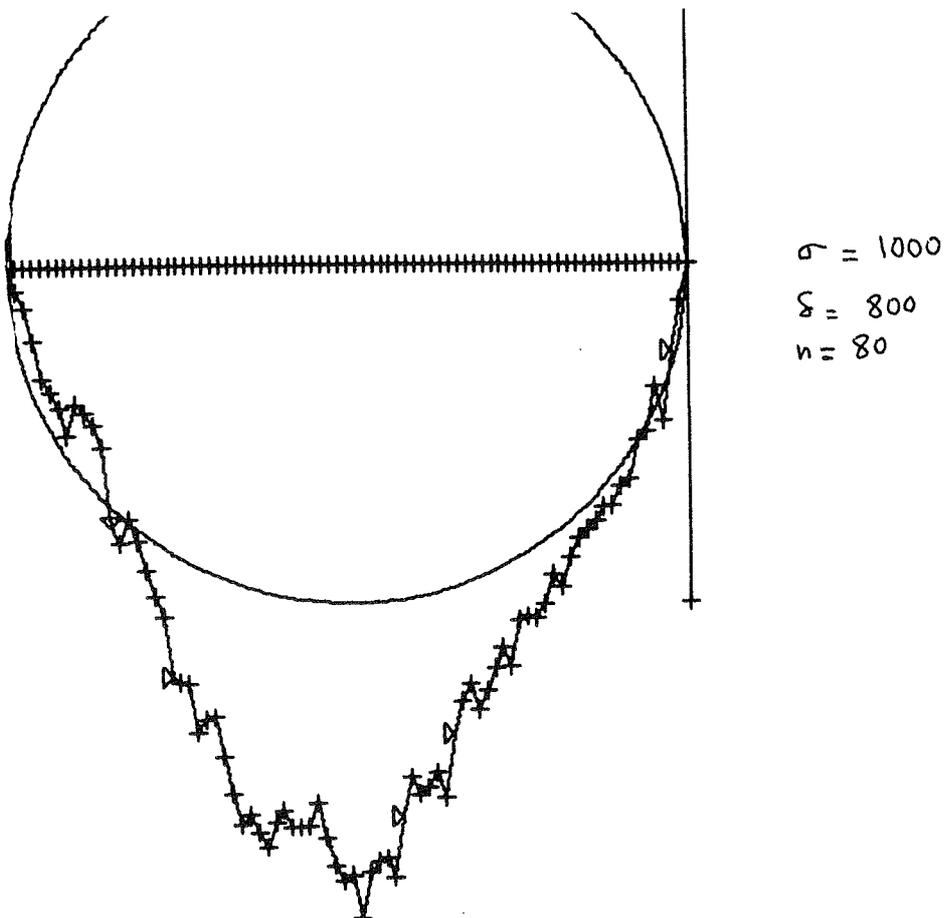


De même que précédemment, on peut chercher la valeur minimale de telle que l'on sorte de l'ellipse critique ; pour $n = 80$, r_0 étant le coefficient de corrélation entre y' et x :

r_0	.95	.9	.84	.71	.63
$\frac{\delta}{\sigma_y}$.4	.6	.71	.92	1

Valeurs critiques de $\frac{\delta}{\sigma_y}$ pour $n = 80$

La figure suivante donne un exemple dans le cas où $\sigma = 1000$, $\delta = 800$.



3.3 - Utilisation pratique

Dans la pratique on ne connaît évidemment ni la date de l'hétérogénéité ni le type d'erreur. Aussi pourra-t-on procéder de la manière suivante, si l'on possède plusieurs variables :

- Chercher si les variables (ou stations) sont corrélées de manière homogène ou si elles forment des groupes.

- Au sein de chaque groupe, tester chaque station par rapport aux autres ; en fait, si chaque groupe a un effectif pas trop réduit (5), on pourra prendre la lère composante principale de l'ensemble comme témoin du groupe. Sinon on pourra prendre la lère composante des stations du groupe, une fois retirée la station à tester.

- Si l'on suppose avoir détecté des anomalies :

- . vérifier les données (et les calculs : n'y a-t-il pas eu erreur de fichiers ?)
- . comparer moyennes, écarts types et coefficient de corrélation entre les périodes afin de déceler le type d'erreur possible
- . enquêter en revenant éventuellement aux originaux.

Nota - Tous ces calculs peuvent être faits à partir de petits calculateurs, quitte à remplacer les composantes par des moyennes pondérées. Il est évidemment intéressant de disposer d'un ordinateur équipé d'un écran de visualisation graphique permettant de tester très rapidement toutes les variables.

3.4 - Exemple concret

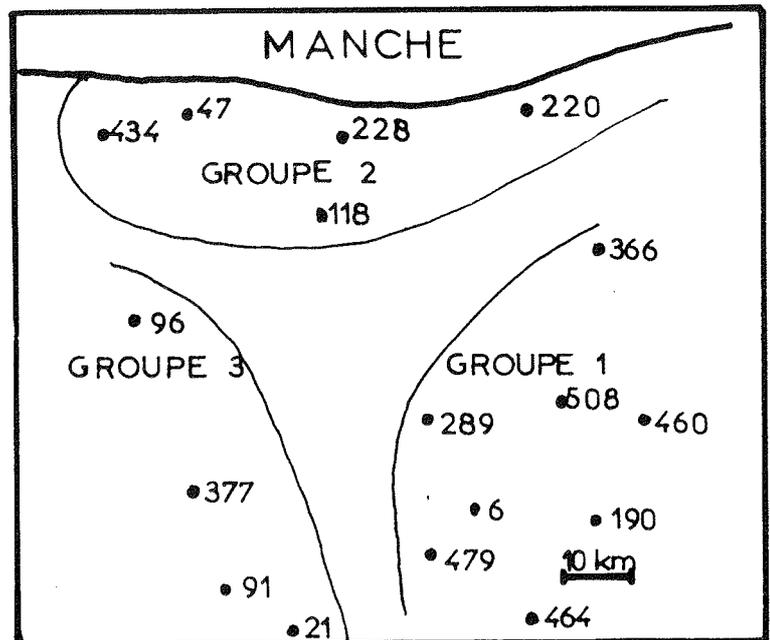
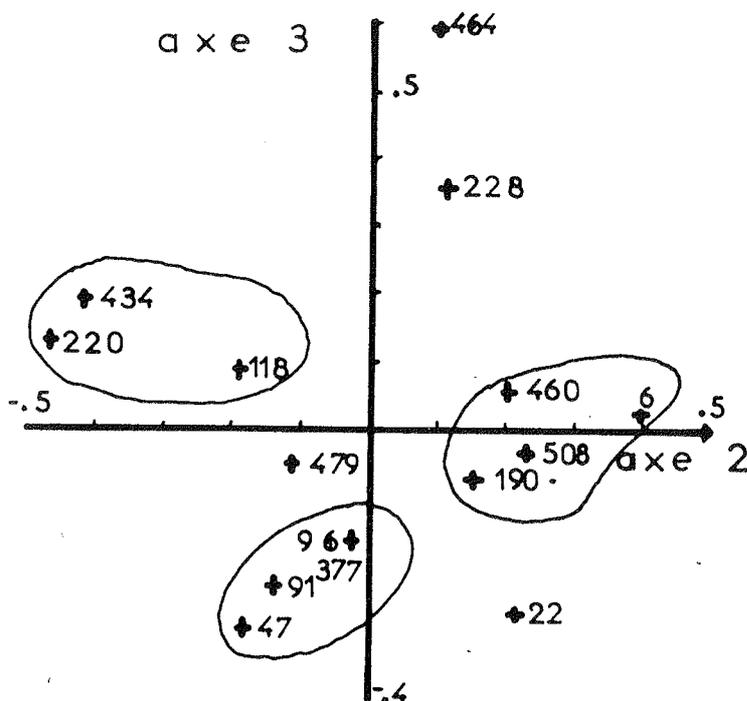
Nous donnons l'exemple de 15 stations pluviométriques françaises connues en valeurs journalières de 1950 à 1973, que nous identifierons par des numéros de 1 à 15.

La zone étudiée est un carré de 100 x 100 km.

Chaque valeur est codée par un nombre de 0 à 9 indiquant le type de précipitations, le cumul et le manque de données éventuellement.

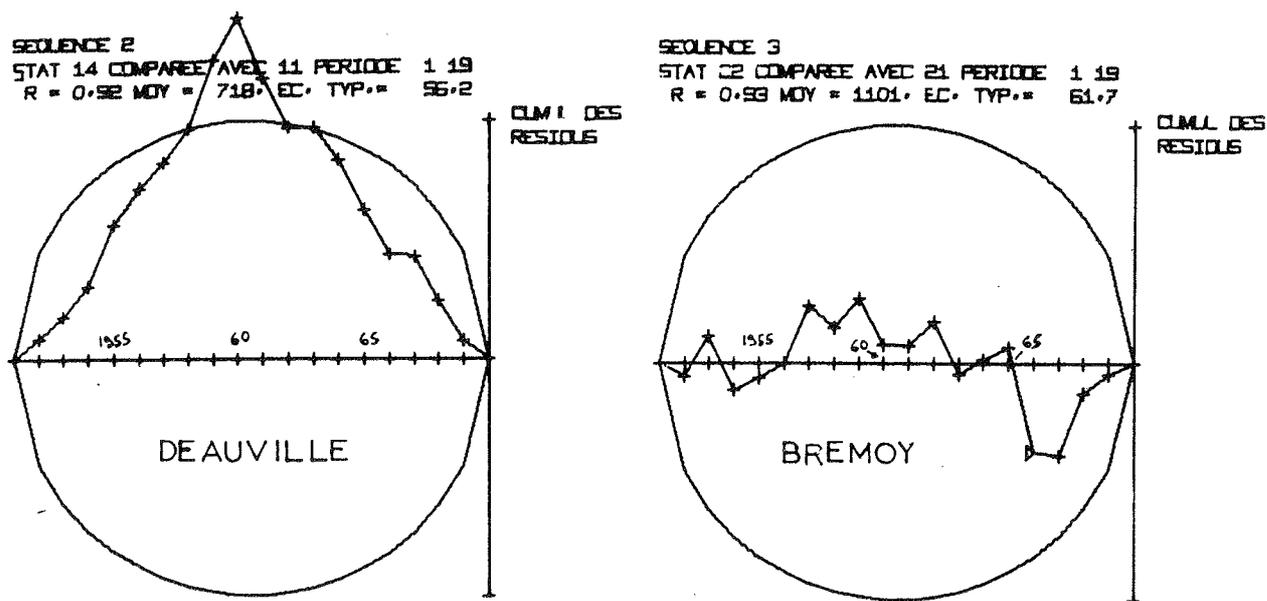
- Recherche de groupements

Nous avons effectué une analyse de composantes principales sur les totaux annuels. Il apparaît que 4 composantes expliquent 95% de la variance. Seules deux stations (la 13 et la 5) sont corrélées à moins de .8 avec la 1ère composante. Dans les axes principaux 2 et 3, les stations semblent se grouper, groupement que l'on retrouve géographiquement.



- Analyse du cumul des résidus

Nous donnons deux exemples : 1 station anormale et 1 station normale.



L'étude du cumul des résidus nous a conduit à distinguer 3 types de stations : 7 stations homogènes, 5 stations un peu hétérogènes, 3 stations hétérogènes.

- Analyse plus fine des données

Une fois détectées ces erreurs, nous avons effectué une analyse plus fine des données journalières de la façon suivante :

Dans chaque groupement nous comparons les données journalières d'une station aux données journalières des autres stations de la façon suivante :

- une journée sèche est acceptée si :
 - . le code qualité correspond effectivement à une pluie nulle
 - . la moyenne du groupe est inférieure à 1 mm
- une journée pluvieuse est acceptée si :
 - . elle s'écarte de moins de 33% de la moyenne du groupe si cette dernière est supérieure à 1 mm
 - . elle est inférieure à 2 mm lorsque la moyenne du groupe est inférieure à 1 mm.

Le nombre d'anomalies ainsi détectées est important (essentiellement des manques non signalés, des cumuls sur plusieurs jours); il décroît avec le temps surtout dans les années récentes.

4 - DONNEES MULTIDIMENSIONNELLES

Supposons que l'on ait à critiquer un tableau X de données (n observations de p variables supposées à peu près normales et entrées réduites pour simplifier la présentation des calculs).

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{p1} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & x_{ij} & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_{x_j} &= 1 \\ \bar{x}_j &= 0 \end{aligned}$$

- Types d'anomalies

- Sur les variables

Une ou plusieurs des variables ne présentent pas des corrélations cohérentes avec l'ensemble ; ce cas est très classique si les variables sont de types différents, et ne signifie pas nécessairement une erreur de données.

- Sur les observations

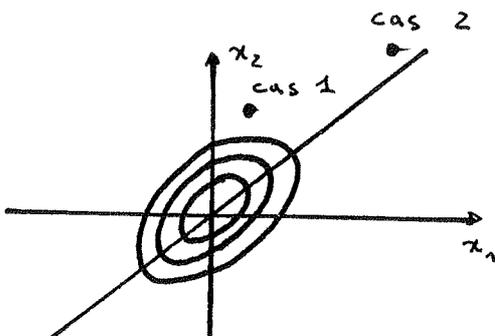
Cas 1 : Observation hétérogène

Par exemple, une des variables a une valeur très éloignée de celle que donnerait un schéma de corrélation multiple ; par exemple, quantité de neige tombée faible et quantité reçue au pluviographe chauffant forte). Ces observations sont souvent douteuses.

Cas 2 : Observation peu probable mais homogène

Par exemple, températures toutes très élevées dans un réseau : la probabilité est très faible, mais ces données sont probablement bonnes.

La figure suivante illustre ces 2 cas à deux dimensions :



Le cas 1 est indécélable si l'on fait une analyse variable par variable.

4.1 - Test de distance au centre dans la métrique R^{-1}

Soit R^{-1} l'inverse de la matrice de corrélation ; la densité de la loi multinormale a pour expression :

$$f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) = \frac{1}{K |R|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} T_1 \right\}$$

où $T_1 = x_{i\alpha} R^{-1} x_{i\alpha}$ et $K = (2\pi)^{p/2}$

Si les données sont multinormales, l'observation est d'autant plus probable que f est élevé, ou T_1 faible. On montre que $\frac{m-p}{m-1} \frac{m}{m+1} T_1$ suit une loi de Fisher à p et $n-p$ degrés de liberté.

Or cette valeur de T_1 est facile à calculer si l'on fait une analyse en composantes principales :

$$T_1 = \sum_{j=1}^p w_{ij}^2 \quad \text{où } w_{ij} \text{ est la } j^{\text{e}} \text{ composante réduite.}$$

T_1 est donc la somme des carrés des composantes réduites.

Ce test facile à mettre en oeuvre si l'on dispose d'un programme en analyse en composantes principales permet de déceler des observations peu probables au sens de l'hypothèse de probabilité ; mais cette hypothèse est très contraignante aussi risque-t-on de déceler des anomalies en probabilité qui n'en sont pas du point de vue des données.

D'autre part, une erreur ponctuelle dans une variable est peu sensible sur la valeur de T_1 : ce test est peu puissant dans la recherche d'hétérogénéités.

4.2 - Analyse des composantes principales

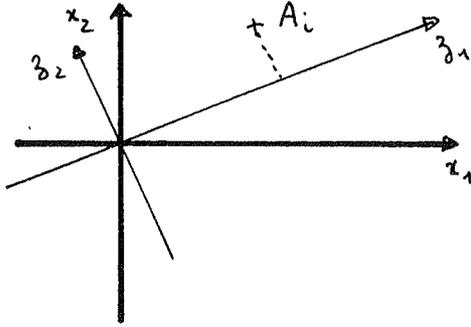
Supposons qu'une analyse en composantes principales nous ait montré que k composantes suffisaient à décrire le tableau (par exemple, elles contiennent plus de tant % de variance).

Soit z_{ij} la j^{e} composante de l'observation i , composante non réduite, c'est-à-dire $\frac{z_{ij}^2}{\sigma_j^2} = \lambda_j$ j^{e} valeur propre de R dans l'ordre décroissant.

La distance de l'observation au centre de gravité (dans la métrique habituelle I) est :

$$d_i^2 = \sum_{j=1}^k z_{ij}^2 + \sum_{k+1}^p z_{ij}^2$$

Le premier terme est la distance du point dans les k premiers axes, le deuxième est la distance du point à ce sous-espace ; à deux dimensions, cela se conçoit aisément :



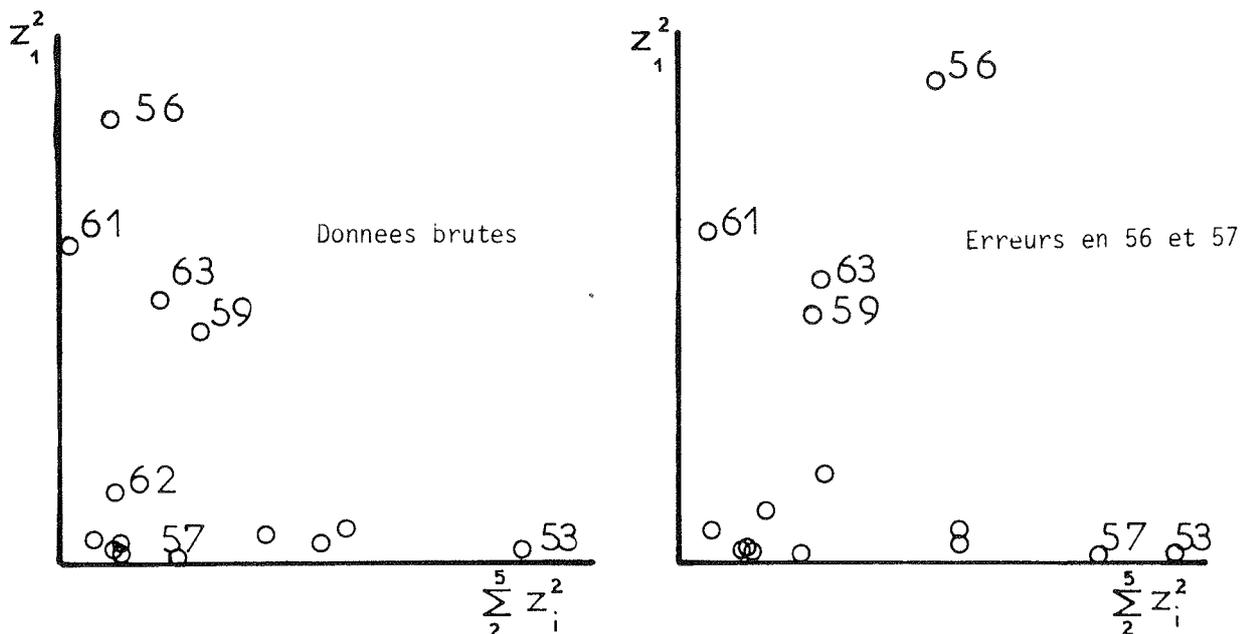
Le premier terme z_{1i} est la distance au centre en suivant le 1er axe (en quelque sorte la vraisemblance de l'observation selon le 1er axe).

Le deuxième terme z_{2i} indique la distance du point à la ligne composante ξ (indice d'homogénéité).

Exemple : 5 stations de températures annuelles de matrice de corrélation :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & .915 & .919 & .976 & .938 \\ .915 & 1 & .828 & .906 & .866 \\ .919 & .828 & 1 & .939 & .953 \\ .976 & .906 & .939 & 1 & .964 \\ .938 & .866 & .953 & .964 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous avons introduit une erreur d'un demi écart-type dans 1 variable de l'observation 56 (observation éloignée du centre) et 57 (observation proche du centre). La figure suivante montre le déplacement des points observations :



4.3 - Analyse des résidus d'explication des variables par leurs composantes

On peut chercher à expliquer chaque variable par les k premières composantes ; l'étude des résidus d'explication permet ensuite de détecter rapidement les hétérogénéités. Le calcul est en fait très rapide et on démontre que si U_{p-k} est la matrice des vecteurs propres remplie de zéros à la place des k premiers vecteurs propres, si E est la matrice des résidus d'explication de chaque variable par les k premières composantes :

$$E = X U U_{p-k}^t$$

Une visualisation est donc envisageable.

Pour chaque observation, on calcule soit $\text{Max} \left| \frac{\varepsilon_{ij}}{\sigma_{\varepsilon_j}} \right|$, c'est-à-dire le max. des p résidus en valeurs réduites soit (somme des carrés des distances réduites aux p plans de régression). Les $\sum_{j=1}^p \frac{\varepsilon_{ij}^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}$ figures suivantes illustrent cette visualisation.

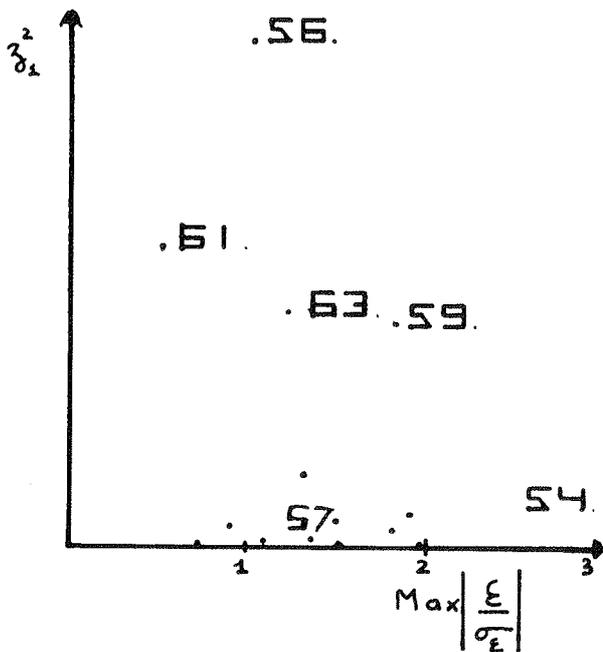


Fig.I.4.5 : Données brutes

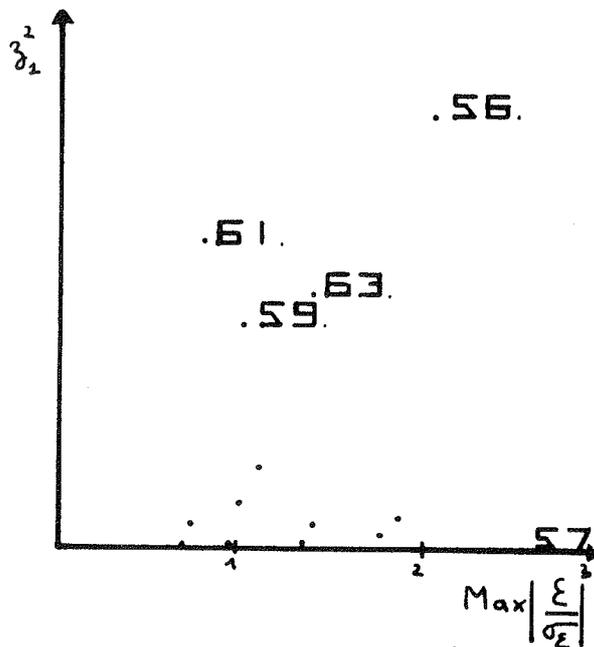
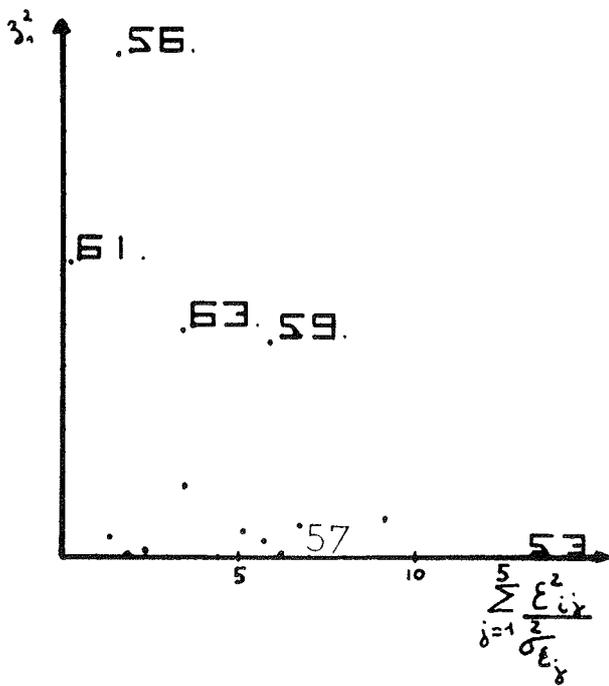
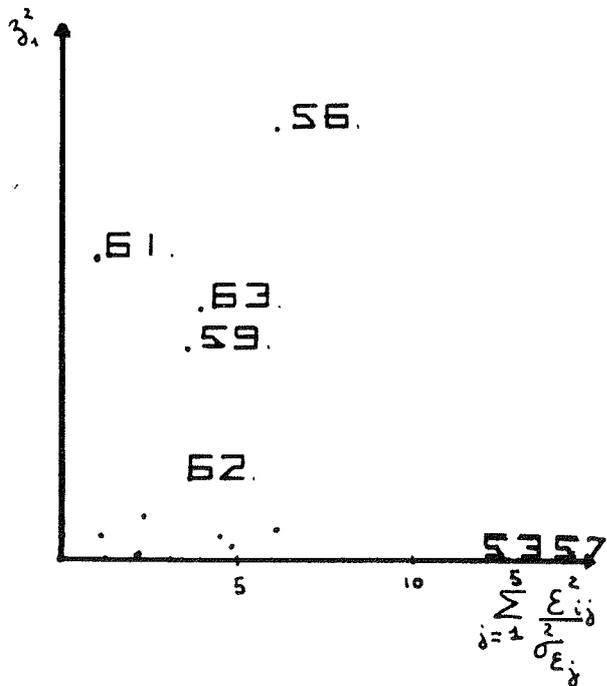


Fig.I.4.6 : Erreurs en 56 et 57



Données brutes



Erreurs en 56 et 57

Ces deux dernières représentations semblent intéressantes, surtout si ces variables sont destinées à être utilisées en corrélation multiple.

5 - DONNEES SPATIALES

Lorsque les données sont spatiales (réseau de stations), les méthodes précédentes sont évidemment utilisables ; en outre, on peut utiliser l'information géographique dans l'hypothèse où le phénomène a une certaine régularité spatiale. Pour cela on peut effectuer une analyse en composantes principales et porter sur des cartes géographiques les lignes de même corrélation avec la 1ère composante, puis avec la 2ème composante; ce qui revient à porter sur une carte des stations des cosinus directeurs du 1er vecteur propre multipliés par la racine carrée de la valeur propre associée et à tenter de tracer le réseau des isovaleurs.

Exemple : 1er vecteur propre de R

Station 1]	.38]	→]
Station 2		.32			
Station 3		.22			
Station 4		.17			
Station 5		.23			

$\lambda_1 = 4$

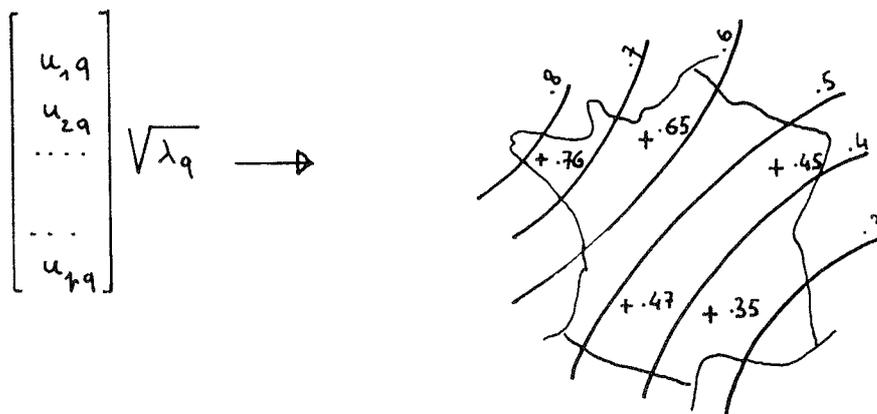
→

corrélation

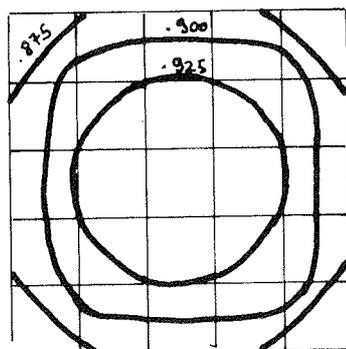
]

$\rho_{jg} = u_{jg} \sqrt{\lambda_g}$ avec ρ_{jg} corrélation entre la 1ère composante et la j^{ème} station, λ_g g^{ème} valeur propre, u_{jg} projection sur la variable j du g^{ème} vecteur propre.

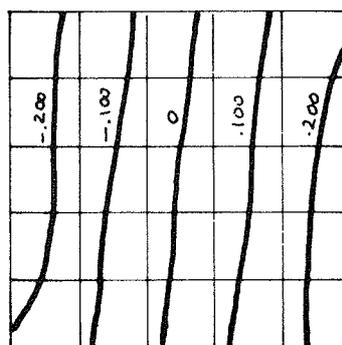
On cartographie ainsi la corrélation des stations :



Si le phénomène physique est continu et corrélé spatialement, le réseau des isocorrélations a une structure continue. Par exemple, si les corrélations entre stations ne dépendent que de la distance entre stations, on obtient des réseaux de cette forme :

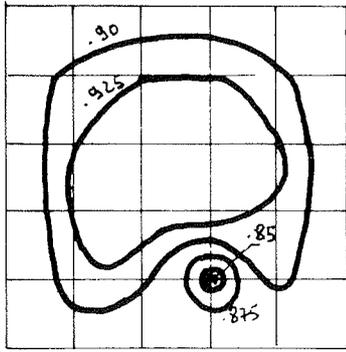


Vecteur propre N°1

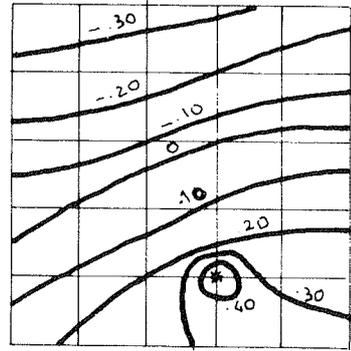


Vecteur propre N°2

Par contre, introduisons une erreur aléatoire dans toutes les observations d'une station, la station peut paraître anormale si l'erreur est assez grande. Nous reprenons l'exemple précédent en introduisant une erreur aléatoire de variance 50% de la variance résiduelle de cette variable avec chacune des stations : (la station erronée est signalée par une étoile).

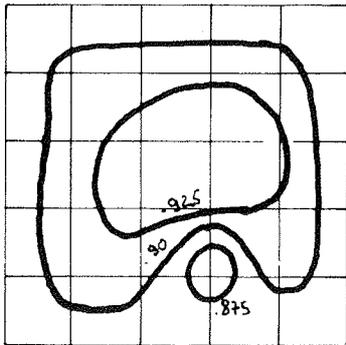


Vecteur propre N°1

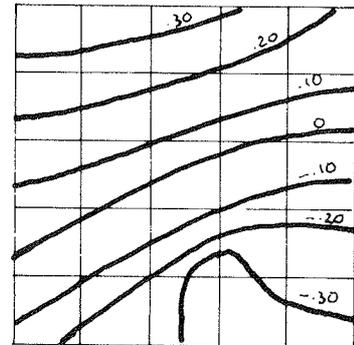


Vecteur propre N°2

Si par contre l'erreur est plus faible (25%), l'anomalie n'apparaît que dans la 1ère composante.



Vecteur propre N°1



Vecteur propre N°2

6 - CONCLUSIONS GENERALES

Nous avons présenté diverses méthodes de critique, certaines simples et rapides, d'autres plus sophistiquées ; cette présentation n'est certainement pas exhaustive et aucune méthode n'est générale. A chaque utilisateur de trouver la méthode adaptée :

- aux types d'erreurs les plus importants selon son problème
- aux données

- à ses moyens de calcul et au temps dont il dispose.

Une fois les erreurs soupçonnées, une enquête sera nécessaire pour savoir s'il s'agit réellement d'une erreur ou de la réalité.

Il ne faudrait pas croire que les banques de données (disques ou bandes magnétiques), les annuaires édités sous forme de listing d'ordinateurs soient dépourvus d'erreurs ; il est toutefois étonnant de voir que certains annuaires de données sont édités par ordinateur sans aucun contrôle, ne serait-ce que d'ordre de grandeur, lors de l'impression du listing.

Nous ne saurions trop conseiller avant tout calcul statistique de contrôler attentivement les données et de poursuivre un contrôle même élémentaire (par exemple, impression des extrêmes de chaque variable) lors de tout calcul.

Cette tâche est ingrate mais absolument nécessaire à la validité des résultats.

LES ETIAGES

INTRODUCTION :

Dès que la pluie ou la fusion de la neige ou de la glace cessent, les débits des rivières naturelles proviennent :

Du débit des réserves d'eau accumulées dans les lits, ensuite des réserves souterraines disponibles. Ces réserves souterraines disponibles sont parfois importantes : dans certains pays, elles peuvent alimenter des rivières pendant quelques années même sans pluie.

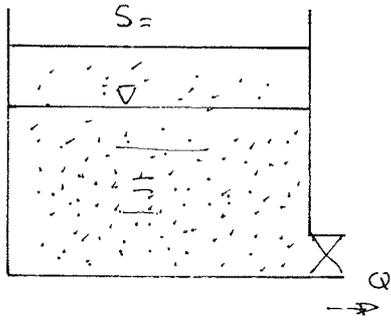
L'étude des étiages revêt une importance économique assez grande dans des domaines très divers :

- irrigation : prélèvements disponibles lorsque les saisons d'irrigation et d'étiages sont confondues,
- navigation (cas de 1971 sur le Rhin),
- alimentation en eau potable,
- pollution chimique et thermique (il faut parfois arrêter des centrales thermiques pour éviter un trop grand échauffement).

L'étude pourra être locale pour les pays dotés de climats variés, ou régionale pour les pays à unité de climat. Pour la France, le printemps et l'été 1976 ont été secs dans la moyenne partie du pays et pourront servir de référence comme étiage sévère pour de nombreuses rivières.

I) Schéma des étiages

Puisqu'en l'absence de pluie, seule la nappe se déverse, on peut penser à schématiser le bassin par un réservoir poreux se vidant sous sa propre charge.



$$Q = k'h$$

Volume d'eau = $V = kh$; α = porosité

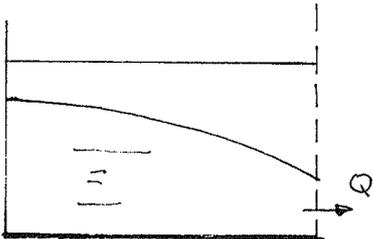
$$\alpha S dh = - Q dt$$

$$\text{d'où } \alpha S \frac{dQ}{k'} = - Q dt$$

soit $\frac{dQ}{Q} = - \frac{k'}{S} dt$

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

On peut donc s'attendre à une décroissance exponentielle du débit. Un autre schéma est constitué par un réservoir poreux, fermé par une paroi perforée :

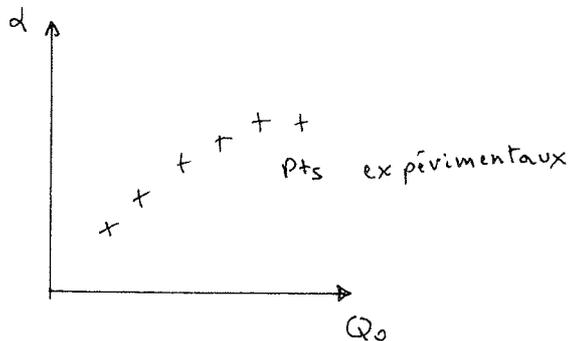


$$Q = Q_0 \left[1 + \mu \sqrt{Q_0} (t-t_0) \right]^{-2} \quad (2)$$

Les lois (1) et (2); lois à deux paramètres sont relativement voisines, elles représentent approximativement ce que l'on observe dans la nature. On peut chercher des ajustements un peu plus complexes en considérant que plusieurs nappes se vident :

$$Q = Q_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + Q_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \dots$$

Dans la réalité, pour un point donné d'une rivière, $\alpha = \frac{1}{\tau}$ n'est pas tout à fait constant ; on cherche à lier α à un paramètre hydrologique, par exemple Q_0 si Q_0 est déjà un débit de tarissement. (cf. Travaux dirigés).



II) Quelques données

On peut définir :

- l'étiage caractéristique annuel, qui représente le débit dépassé pendant 355 jours au cours d'une année donnée,
- l'étiage caractéristique moyen, débit dépassé en moyenne 355 jours par an au cours d'un grand nombre d'années (plus précisément débit journalier de fréquence cumulée 0,027).

Nous donnons ci-après quelques ordres de grandeur :

Rivière	Station	B.V. ₂ en km ²	Etiages		Débit annuel	
			Q m ³ /s	q 1/s/km ²	\bar{Q} moyen	\bar{q} 1/s/km ²
DURANCE	VENTAVON	4 200	8	2	94	22
LOIRE	BLOIS	38 180	19	0,5	356	9
SEINE	PARIS	44 300	18	0,4	268	6
DRAC	SAUTET	1 020	3	3	33	33
RHIN	RHEINFELDEN	34 550	200	6	1 000	29
RHONE	TEIL	69 500	320	5	1 500	22
ISERE	GRENOBLE	5 700	25	5	180	30
DANUBE	VIENNE	800 000	500	0,6	6 500	8
AMAZONE	OBIDOS	5 500 000	40 000	7	100 000	18
NIGER	BAMAKO	120 000	40	0,3	1 500	13

Certaines rivières ont des étiages nuls (cas des oueds).

III) Prédétermination

De même que pour les crues, on peut songer à calculer, à partir des données historiques, les étiages de fréquence donnée en cherchant des ajustements statistiques.

Certains auteurs préconisent la loi de FRECHET :

$$F(x) = e^{-x^{-k}}$$

c'est en fait la

loi de GUMBEL après la transformation $x \rightarrow \text{Log } x$
 ou encore $F(x) = e^{-\left[\frac{(x-\varepsilon)(\theta-\varepsilon)}{\theta}\right]^k}$ si l'on considère
 qu'un débit nul est impossible dans certains cas.

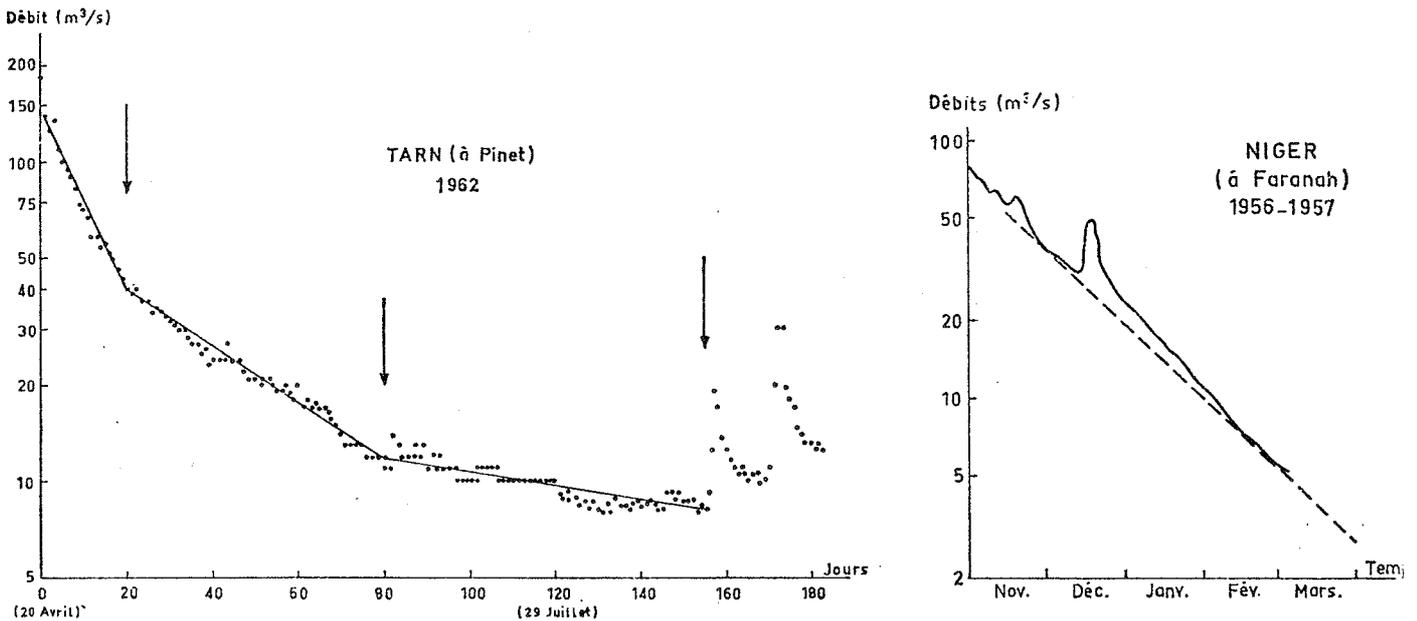
L'extrapolation de ces ajustements est souvent hasardeuse ; les données d'étiages sont en effet souvent entachées d'erreurs dues à l'instabilité des courbes de tarage pour les faibles débits (fluctuation du lit de la rivière). D'autre part, on manque d'information statistique sur les longues séquences sèches.

IV) Prévision à court terme des débits d'étiages

Il est important de prévoir à 1 semaine, 1 mois ou plusieurs mois les débits d'étiages ; cette prévision est souvent réalisable, du moins elle permet de calculer des débits probables après certaines hypothèses sur les pluies et températures qui surviendront après le jour auquel est émis la prévision.

1) Méthodes basées sur les courbes de tarissement

La méthode la plus simple est évidemment d'extrapoler, dans le temps, la courbe de tarissement. Cette méthode peut être très inexacte si le α défini précédemment est variable (exemple Tarn à Pinet en 1962).



Roche (Hydrologie de Surface) propose une méthode dite de "la charnière" qui peut être précieuse lorsqu'on a à effectuer la prévision pendant un épisode pluvieux relevant momentanément le débit.

2) Méthodes de corrélation multiple

Cette méthode suppose que l'on dispose d'un assez grand nombre de variables dites explicatives (pluies, températures, débits); certaines que nous appellerons X_i (i de 1 à k) sont connues au moment de la prévision, d'autres les Y_i (i de 1 à m) sont inconnues au moment de la prévision (par exemple pluies après l'établissement de la prévision).

Soit Q le débit à prévoir. Les variables X_i, Y_i, Z qui pour l'observation j prennent pour valeurs $Z(j), X_i(j), Y_i(j)$ sont des mesures brutes (températures mensuelles, pluies décadaires ...) ou des variables transformées par des transformations simples (exemple $X_i = \sqrt{\text{pluie de Juin}}$) de telle sorte que la relation entre Z et les X_i et Y_i soit la plus linéaire possible.

On cherche alors par corrélation multiple sur les données du passé (cf. cours d'Hydrologie approfondie) les coefficients de régression α_i et β_i tels que :

$$\sum_{j=1}^n \left[Z(j) - \sum_{i=1}^k \beta_i X_i(j) - \sum_{i=1}^m \gamma_i Y_i(j) \right]^2 = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2$$

soit minimum sur les n observations constituant l'échantillon ($n \gg 2(m+k)$ si possible). De même qu'en corrélation simple, la qualité de cet ajustement est donnée par la valeur des coefficients de corrélation multiple R puisque $\sigma_z \sqrt{1-R^2}$ est l'écart type des erreurs ou résidus ε_j . R^2 est donc la proportion de variance de Z expliquée par la relation linéaire.

Si R est élevé (par exemple $> .9$), on peut poser :

$$C = \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \delta \quad \text{et} \quad P = \sum_{i=1}^m \gamma_i Y_i$$

et chercher la loi de probabilité de P , loi en général liée à C (c'est-à-dire que les valeurs de P peuvent dépendre en partie des valeurs de C).

$$Z = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Connu}}}{C} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{à prévoir}}}{P}$$

Au moment de l'établissement de la prévision, on calcule C et on donne Z pour divers seuils de probabilité qui permettent de calculer diverses valeurs de P.

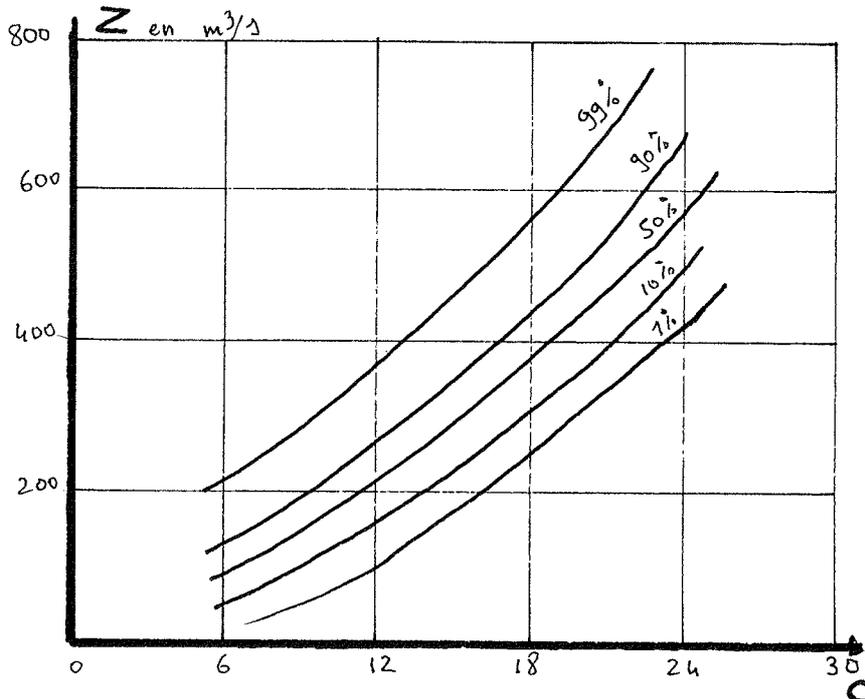
Exemple I : Apports d'octobre de la Loire à GIEN (EdF/DTG)

Z	= Débit mensuel d'Octobre en m ³ /s	
X ₁	= " " de Mai en m ³ /s	B ₁ = .006
X ₂	= " " d'Août "	B ₂ = - .017
X ₃	= Pluie de Mai en mm	B ₃ = - .027
X ₄	= " " Juillet en mm	B ₄ = - .061
X ₅	= " d'Août " "	B ₅ = .04
X ₆	= " de Septembre "	B ₆ = .079
X ₇	= Température de Mai en °C	B ₇ = -.39

$$\delta = 4.7 \quad C = \sum_{i=1}^7 B_i X_i + \delta$$

Y ₁	= Pluie d'octobre en mm	γ_1^* = .06
Y ₂	= Température d'Octobre en °C	γ_2^* = - .142

L'étude de la loi de probabilité de P en fonction de C permet alors de tracer un abaque gradué en probabilités (cf. Figure suivante).



Exemple II : Pr evision des étiages du Niger   BAMAko (MALI).

La saison des pluies s'arrête à BAMAko vers Octobre - Novembre pour ne reprendre l'année suivante que vers Mars - Avril ou Mai avec parfois (50 % des cas environ) des précipitations en Janvier, Février. L'écoulement se tarit alors ; nous donnerons l'exemple de la prévision à 2 mois : prévision d'Avril (débit moyen)   partir de fin Janvier.

1. Données disponibles

- débits depuis 1926
- pluies en 5 stations depuis 1927
- températures à BAMAko depuis 1927 (données hétérogènes dues à des déplacements d'appareils)

Notations : $Q_9, Q_{10}, Q_{11}, Q_{12}, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ débits moyens mensuels en m³/s des mois d'octobre ... Avril de la même année hydrologique Juin-Mai.

P_9   P_4 pluies mensuelles en mm (moyennes des 5 stations)

T_9   T_4 températures moyennes mensuelles à BAMAko.

2. Transformation des variables

Le nuage de points $Q_1(i), Q_4(i)$ montre une asymétrie évidente en Q_1 et Q_4 qui disparaît en effectuant la transformation $\text{Log } Q$. Nous noterons $QL4 = 100 \log Q_4$ (en m³/s) ...

3. Corrélation d'explication

Avec 42 observations et sur un choix de 23 variables explicatives possibles, les 4 premières variables retenues (au déjà, certaines variables ne sont pas très significatives) sont les suivantes :

	Variable	Coef. de régression	Corrélation partielle	t
QL = 100 Log Q	QL3	. 61	. 82	9
	QL ₉	. 55	. 40	2.5
	PL ₁	. 64	. 42	3
	PL3	. 74	. 60	4.5
Constante = - 366		$R^2 = . 86$		

$R^2 = .86$ est à comparrr avec $r^2 = .66$ du carré de l'autocorrelation entre QL1 et QL4

4. Effet des pluies intermédiaires. Découpage de l'échantillon en deux groupes.

Le diagramme QL4 - QL1 montre que l'on a en effet deux nuages de points selon que l'hiver a été humide ou sec.

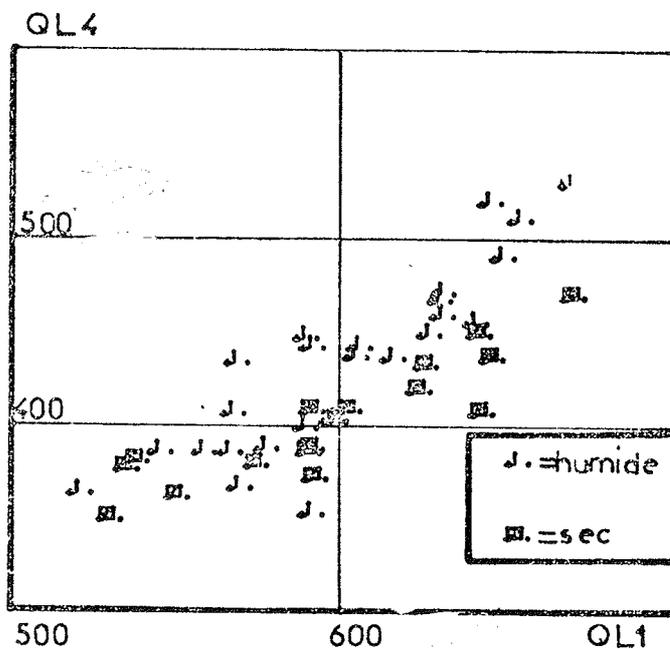


Fig. II-2-13 : Corrélation totale entre QL4 et QL1.

Ceci nous conduit à définir 1 groupe (hivers humides), 1 groupe (hivers secs).

Si l'on effectue les calculs précédents sur chacun des groupes séparément, on aboutit aux résultats suivants :

	Variable	Coef. de régression	Corrélation partielle	t
Hivers secs n = 16	QL1	. 64	. 88	7
	PL3	. 36	. 39	1.5
	Constante = 11.4		$R^2 = . 84$	$\sigma_{\xi} = 15 ,$
Hivers humides	QL1	1.12	. 92	11
	PL3	.57	. 44	2.3
	Constante		$R^2 = . 87$	$\sigma_{\xi} = 18$

On constate que les pluies de Janvier et Février (PL1 et PL2) ne sont pas des variables explicatives significatives dans l'échantillon des hivers humides ; il semble donc que ce sont non pas la valeur des précipitations mais la présence ou l'absence de précipitations qui expliquent la variation de QL4, ceci du moins à partir des variables et données dont nous disposons.

5. Schémas de prévision

Nous proposons alors trois schémas de prévision :

- un schéma global basé sur l'analyse de toutes les observations, hivers secs et humides confondus :

$$QL4 = .89 QL1 + P \quad \text{avec} \quad P = .7 PL3 + \xi$$

appartenant à une loi normale de moyenne 26, d'écart type 25, indépendante de QL1.

- un schéma correspondant aux hivers humides

- un schéma " " " secs

Les deux derniers schémas permettent de faire une prévision à deux niveaux :

• $\begin{cases} \rightarrow & \text{si l'hiver sera sec (Probabilité 40 \%)} & \text{schéma "sec"} \\ \rightarrow & \text{" " " humide (. " 60 \%)} & \text{" "humide"} \end{cases}$

Les abaques correspondant aux schémas précédents sont les suivantes :

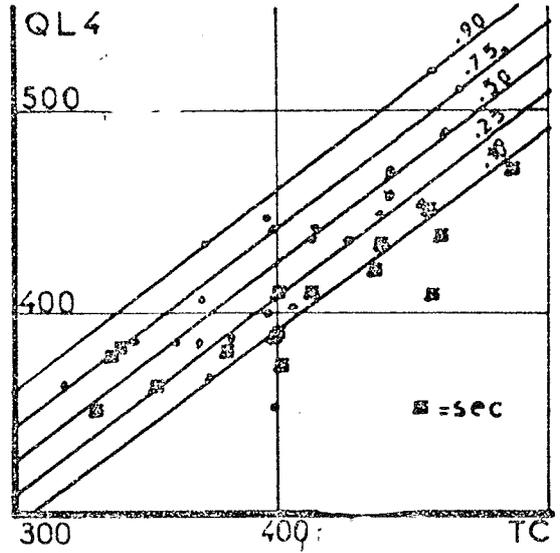
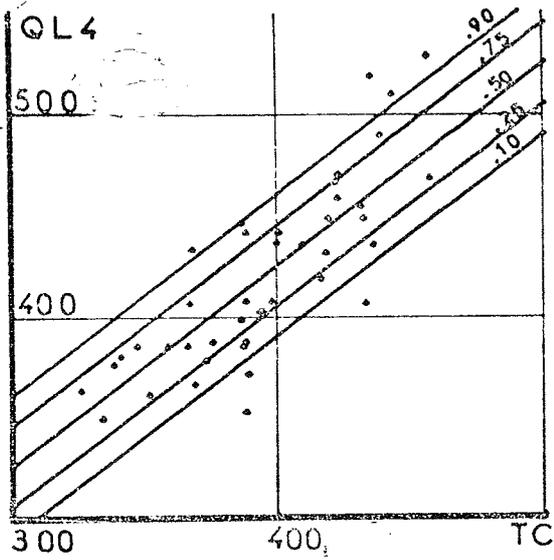


Fig. II-2-14 : Schéma de prévision globale. $TC = .8859 QL1 - 133 \text{ m}^3/\text{s}$

Fig. II-2-15 : Schéma de prévision correspondant aux hivers humides. $TC = 1.118 QL1 - 260 \text{ m}^3/\text{s}$

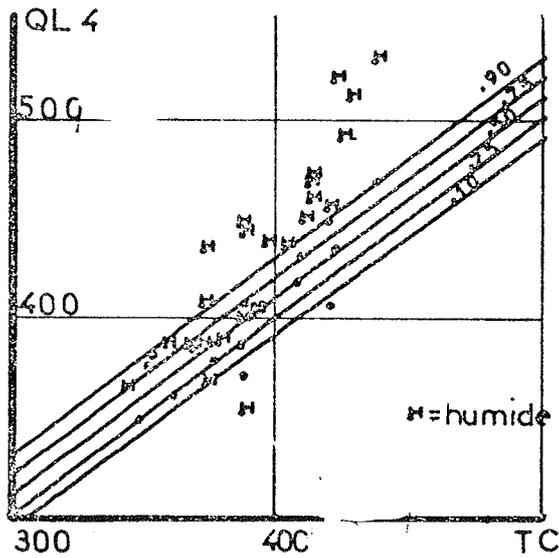


Fig. II-2-16 : Schéma de prévision correspondant aux hivers secs. $TC = .639 QL1 + 11.4$

Bibliographie spécifique :

J. LARRAS "Prévision et prédétermination des étiages et des crues"
Eyrolles 1972, 160 pages.

LES CRUES

- 1) Données de base
- 2) Méthodes empiriques de prédétermination des ordres de grandeur
- 3) Méthodes probabilistes " " " " "
- 4) Méthodes hydrométéorologiques
- 5) Prévision à court terme des ondes de crues.

Nous dirons qu'une rivière est en crue lorsque son débit dépasse une valeur de faible probabilité, quelques % ; il faut donc distinguer les crues, phénomène peu fréquent, des hautes eaux (par exemple, en Mai-Juin à Grenoble, l'Isère est en hautes eaux de fusion nivale sans être nécessairement en crues). Nous nous intéresserons ici aux bassins moyens et grands (> 500 km²).

1) Données de base.

Intérêt. Les crues sont généralement considérées comme des fléaux dont il faut se protéger par une défense passive : digues, barrages, écrêteurs de crue ... ou active : prévision ; les dégâts peuvent être considérables (cas de l'Italie il y a quelques années, dégâts de l'ordre du budget annuel). Toutefois, dans certains pays arides, c'est au contraire un bienfait, car c'est le seul apport permettant de remplir des barrages ou de recharger les nappes.

Les questions que l'on peut se poser à propos des crues sont les suivantes :

- Valeur du débit de pointe de probabilité donnée :

Par exemple pour une ville : crue centennale
 un chantier : crue décennale
 évacuateur de crue d'un barrage en terre : crue millénaire

Ces termes "centennale, millénaire" doivent être plutôt pris dans un sens économique ; la crue centennale est la crue qui a une probabilité 1/100 d'être dépassée au cours d'une année.

- Forme de la crue : notamment Temps de montée Temps de concentration

- Epoque et genèse des crues :

- . Caractéristiques météorologiques critiques
- . Epoque de l'année
- . Caractéristiques hydrauliques critiques (par exemple conjugaison de crues d'affluents ...)

- Volume écoulé : (pour les barrages notamment ...)

- Données numériques.

Un paramètre intéressant est $\frac{Q}{\sqrt{S}} = A$ Q en m³/s, S surface du bassin versant en km².

FRANCE :	S km ²	Q m ³ /s	q l/s/km ²	A m ³ /s/km
Garonne à Toulouse 1875	10 000	7 000	700	70
Seine avant l'Yonne 1910	10 000	700	66	7
Loire à Roanne 1846	7 000	4 000	570	48
Seine à Paris 1910	44 000	2 400	52	11
Rhône à Lyon 1851	20 500	4 300	200	30
EUROPE :				
Rhin à Cologne 1926	144 000	11 500	79	30
Danube à ORSHAVA 1940	576 000	16 000	28	21
Autres pays :				
AMAZONE	5 500 000	180 000	29	77
Mississipi à ALTON 1844	444 000	14 000	31	21

En France, les

En France, les Cévennes sont propices à des crues très rapides et fortes, car il n'est pas rare qu'il tombe plus de 200 mm en 24 heures.

<u>Terres inondables</u> :			
France	3 %	500 000 personnes	
E.U.	4 %	10 millions	
Hongrie	23 %		
Bengha Desh	34 %		

- Facteurs de crues (voir les ouvrages de M. Pardé)Facteurs du bassin :

. Surface : en général Q augmente si la surface augmente ; c'est le contraire pour le débit spécifique.

. Forme : la crue est d'autant plus pointue que le bassin est ramassé sur lui même.

. Pentes

. Géologie (au sens de l'infiltration)

. Végétation

Facteurs climatologiques :

. Intensité-durée de la pluie pour les petits bassins.

. Possibilité de pluie longue et étendue pour les grands bassins.

2) Méthodes empiriques de prédétermination des ordres de grandeur.

Ces méthodes sont utiles lorsqu'on possède peu de données de débits dans une région ; elles ne fournissent que des ordres de grandeur difficilement probabilisables.

2-1) Méthodes par reconstitution des débits à partir des cotes atteintes dans le passé.

On recherche dans les chroniques du passé, ou sur les ouvrages (ponts, vieilles maisons ...) les traces de crues observées ; on essaie ensuite soit par le calcul, soit par des modèles hydrauliques de déterminer le débit de cette crue. Malheureusement, dans de nombreux cas, les conditions d'écoulement ont évolué sensiblement. Il faut noter, a contrario, que les dernières grandes crues de l'ARNO à FLORENCE étaient supérieures en cote de plus d'1 m à celles de 1333, 1557, 1844.

2-2) Formules empiriques.

Il existe un grand nombre de formules empiriques, en général, mises au point pour une région donnée ; leur utilisation doit être faite avec une prudence extrême. Elles peuvent servir toutefois à caractériser spatialement le phénomène cru es en étudiant la répartition spatiale des index figurant dans ces formules.

Exemples : - U.S.A.

$$Q = CS^{\alpha} \quad \alpha \in (0,4 - 0,8)$$

S = Surface du B.V.

C est la cote "MYER" de la rivière, fonction de la pente des bassins.

C = 13 Seine à Paris

4 à 11 dans le Massif Central

C'est en fait une amélioration du coefficient A défini précédemment.

- Formule italienne : $\frac{Q}{S} = \frac{600}{S + 10} + 1$ en m³/s/km²

si S < 1000 km²

- Formule de Possenti pour les torrents des Alpes

$$Q = \lambda \frac{Hm}{L} \left(S_m + \frac{S_p}{3} \right)$$

Hm = Pluie en m en 24 heures

L = longueur du thalweg

S_m = Surface de montagne

S_p = " " plaine

λ est un coefficient d'ajustement compris entre 700 et 800.

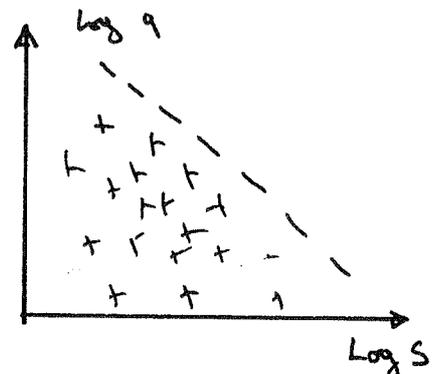
2-3) Méthode des courbes enveloppes.

Elle consiste à repérer les crues connues dans un diagramme

$$\text{Log } q = f(\text{Log } S)$$

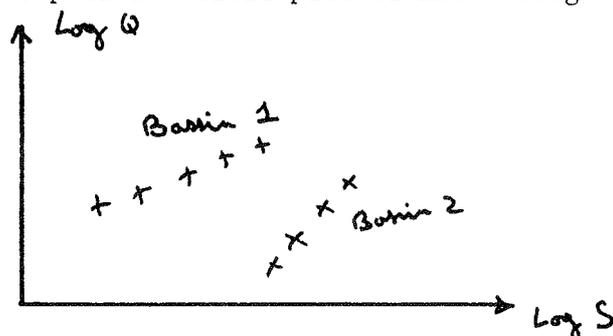
et à considérer qu'il y a une enveloppe limite.

La méthode suivante paraît beaucoup plus intéressante.



2-4) Méthode FRANCOU-RODIER (ORSTOM) de classification.

Ces auteurs (cf publications des cahiers hydrologiques de l'ORSTOM) ont classé plusieurs centaines de crues dans le monde dans un diagramme $\text{Log } Q = f(\text{Log } S)$ et constaté que dans des régions relativement homogènes, les points étaient plus ou moins alignés.



Ils en ont déduit un paramètre k régional ($k = 2$ pour la Seine, 3,5 pour le Rhin et le Rhône)

tel que :

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{S}{S_0}\right)^{1 - \frac{k}{10}}$$

Q_0 étant une crue correspondant à la surface S_0 .

On pourra consulter avec profit cette étude car elle permet de fournir pour de nombreuses régions un ordre de grandeur des crues exceptionnelles.

3) Méthodes probabilistes

Les méthodes probabilistes consistent à ajuster une loi de probabilité aux crues observées et à extrapoler ces lois. Deux problèmes majeurs se posent :

- l'ajustement : dans la plupart des cas, il est possible de trouver plusieurs lois de probabilité s'ajustant correctement aux données disponibles ; on ne peut donc dire que les débits obéissent à telle loi mais on doit dire que telle loi, dans le domaine de fréquence $a - b$ (par exemple 5 - 95 %) décrit bien la distribution.

- l'extrapolation : a-t-on le droit d'extrapoler les ajustements réalisés à des fréquences faibles ; on voit déjà au moins deux difficultés :

- l'une d'origine hydrologique : on supposerait ainsi que les crues de fréquence rare ne sont qu'un prolongement des crues courantes,

- l'autre d'origine analytique : selon la loi choisie l'extrapolation peut donner des résultats différents de 50 à 100 % pour des crues millénaires, par exemple (cf. Travaux dirigés).

L'ajustement et l'extrapolation des débits de crues doivent donc être maniés avec la plus grande réserve.

Lois utilisées :

- Loi de GUMBEL (cf. Travaux dirigés)

$$F(x) = e^{-e^{-a(x-x_0)}} = \text{Prob. } [X \leq x]$$

On peut ajuster a et x_0 par une méthode graphique de façon simple sur un papier gradué en probabilité mais avec une échelle non linéaire : en $-\text{Log}(\text{Log } F)$.

On peut aussi faire un ajustement par la méthode des moments
(attention alors aux points aberrants ou isolés dans la distribution) :
soit l'écart type de x sa moyenne, si l'échantillon est assez important* :

$$\frac{1}{a} = .78 \sigma$$

$$x_0 = \bar{x} - \frac{.577}{a}$$

\bar{x} = moyenne
 σ = écart type

Exemple d'ajustement : MAULE à ARMERILLO (CHILI)

Bassin versant total 5000 km² (dont 4000 km² de neige en hiver)

Débits moyens journaliers maxima :

1951	1380 m ³ /s	1959	1400
52	2000	60	540
53	1500	61	2700
54	1600	62	360
55	1200	63	2800
56	830	64	500
57	900	65	1900
58	1300	66	1250
		67	300

On prend comme fonction de fréquence cumulée empirique

$$F(x) = \frac{m}{n+1} \quad n = \text{nombre de données, } m = \text{rang de la donnée.}$$

D'où le graphique ci-après.

* Nota : si l'échantillon est petit, une meilleure estimation de a et x_0 est la suivante :

$$a = \frac{\sigma_n}{\sigma_x} \quad x_0 = \bar{x} - \frac{\bar{y}_n}{a}$$

où σ_n et \bar{y}_n dépendent de n taille de l'échantillon :

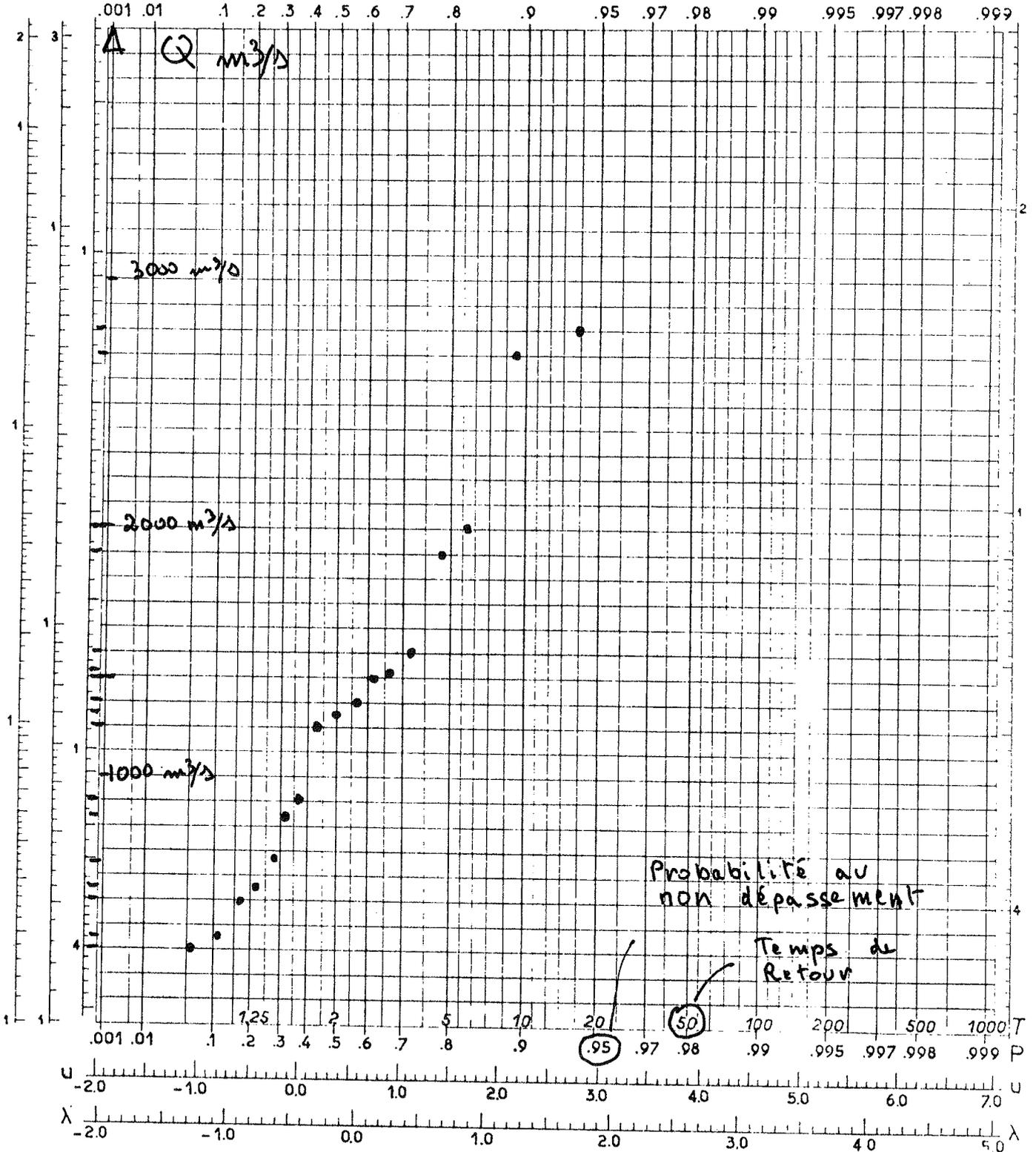
n	\bar{y}_n	σ_n
17	.52	1.04
20	.52	1.06
40	.54	1.14
60	.55	1.17
100	.56	1.21

si $u = a(x-x_0)$, la relation entre u et le temps de retour est résumé ainsi :

Tr = 2	$u = .37$
Tr = 10	$u = 2.25$
Tr = 50	$u = 3.9$
Tr = 100	$u = 4.6$
Tr = 1000	$u = 6.9$

$u = -\log_e(-\log_e P)$

$\lambda = u \text{ centrée réduite} = 0,78u - 0,45$



MAULE A ARMERRILLO
CHILI CENTRAL

4) Méthodes hydrométéorologiques

Les méthodes hydrométéorologiques ont pour principe de relier les crues aux pluies ; pour cela, on peut utiliser un modèle mathématique et fournir comme pluies d'entrée des pluies de faible probabilité. Les résultats ne seront valables que si les relations définies au sein du modèle sont applicables aux pluies assez fortes, ce qui n'est pas forcément le cas sur des modèles ajustés sur quelques années ne présentant pas de crues importantes.

Une autre idée est de relier, dans certaines conditions, les lois de probabilité des crues aux lois de probabilité des pluies recueillies sur une base de temps telle que l'essentiel du volume de la crue (80 %) due à un épisode pluvieux court passe dans cet intervalle de temps. Cette méthode a été développée par le service Energétique et Prévision d'E.D.F. et est connu sous le nom de la méthode du GRADEX.

Principes de la méthode du gradex.

4-1) Fonctions de répartition des pluies.

Considérons la série des pluies mesurées sur un intervalle de temps t (par exemple 24 heures ou 12 heures...) ; considérons également une période comprenant k intervalles de temps t (par exemple une saison de 3 mois homogène du point de vue pluviométrique) et relevons sur chaque période la valeur la plus forte des pluies mesurées sur t . Si l'on possède n périodes, on obtient ainsi une série de n valeurs de pluies extrêmes.



$$x_i = \text{Max des pluies mesurées sur } \Delta t \text{ dans la période } i$$

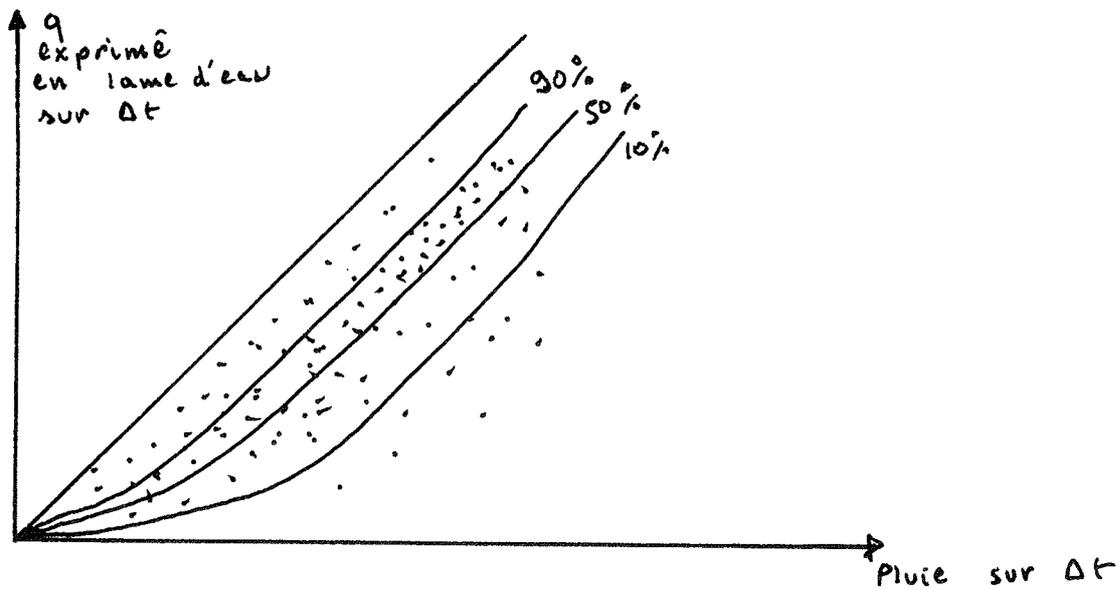
On a constaté que dans la plupart des pays la série des x_i est bien ajustée, pour les fortes valeurs de x_i , par une loi de GUMBEL :

$$F(x) = e^{-e^{-a(x - x_0)}}$$

On appellera GRADEX la valeur de $\frac{1}{a}$, c'est à dire la pente de la droite d'ajustement sur un papier de GUMBEL. Plus cette valeur est forte, plus les pluies fortes sont éloignées des pluies courantes.

4-2) Relation entre pluies et débits

Supposons que pour une rivière donnée, on possède un grand nombre de couples pluies mesurées sur Δt et volume de la crue correspondante exprimée en lame d'eau équivalente sur Δt . On peut tracer pour chaque valeur de pluie p les déciles des débits q obtenus.



Dans la pratique, on extrapole ainsi la loi des crues parallèlement à la loi des pluies à partir de la valeur décennale des crues.

4-4) Utilisation pratique.

- Déterminer l'intervalle de temps Δt , ou au moins un ordre de grandeur (24 heures pour des bassins de l'ordre de 1000 km² mais quelques heures pour des bassins plus petits à forte pente ou à coefficient de ruissellement élevé).

- Définir des saisons homogènes à la fois en pluviométrie et en relations pluies-débits. On constate souvent que les gradex d'hiver sont différents des gradex d'été par exemple ; de même, la relation du sol est plus rapidement et plus souvent atteinte en période froide qu'en période chaude ...

- Etudier les lois des pluies.

- Extrapoler, si les hypothèses de la méthode sont vérifiées, les crues selon une droite de pente égale au gradex.

- Si l'on s'intéresse à la valeur de pointe de la crue, étudier les liaisons volumes-pointes sur les crues passées.

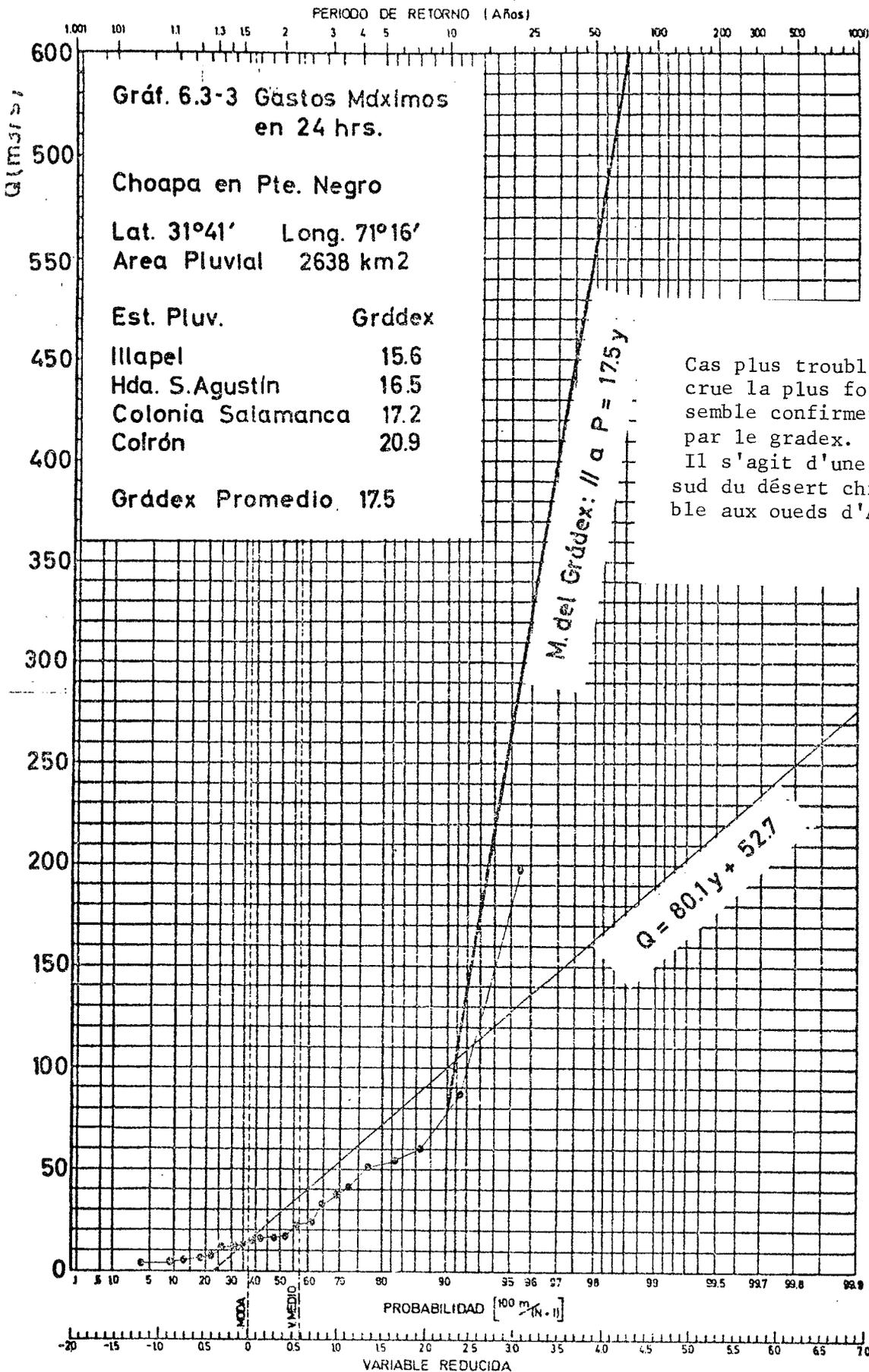
Exemple : crue du MAULE à ARMERILLO (suite)

B.V. = 1000 km² Pluvial Gradex : 53 mm/24 heures (Valeur assez élevée)

$$1 \text{ mm} / 24 \text{ heures} = \frac{10^{-3} \times 1000 \times 10^6}{86400} \text{ m}^3/\text{s} = 11.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rightarrow \text{GRADEX exprimé en m}^3/\text{s} = 53 \times 11.6 = 615 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Crue décennale} \approx 2300 \text{ m}^3/\text{s}$$



Cas plus troublant; mais la crue la plus forte observée semble confirmer l'extrapolation par le gradex. Il s'agit d'une rivière du sud du désert chilien comparable aux oueds d'Afrique du Nord.

5) Prévision à court terme des crues

Alors qu'auparavant on s'est attaché à fixer une valeur de probabilité à une crue sans savoir quand elle arrivera, on va s'intéresser à l'aspect défensif : prévoir à court terme (quelques heures, quelques jours) la crue à partir des données disponibles (pluviophare, hauteurs de rivières ...). On distingue plusieurs méthodes de prévision :

- Réglettes Backet (c'est la méthode développée en France vers les années 1940) ; c'est une approximation graphique de la résolution des équations de Barré de St VENANT simplifiée. Cf. bibliographie.

- Modèles numériques de résolution des équations de Barré de St VENANT ; c'est la solution la plus exacte mais difficilement opérationnelle (cf. cours de Mouvements non permanents à surface libre).

- Modèles mathématiques hydrologiques. On schématise le bassin par un ensemble de relations assez simples déterministes ; le développement récent des calculateurs de bureau programmables commence à permettre l'utilisation opérationnelle de ces modèles (cf. travaux dirigés sur les Gardons des Cévennes).

- Modèles statistiques corrélatifs. C'est la solution souvent la plus opérationnelle ; elle nécessite pour l'ajustement des moyens de calcul assez puissants (petit ordinateur) et de nombreuses données.

Par contre, comme on aboutit à des formules simples de prévision, l'utilisation pratique est facilement réalisable.

Exemple : Prévision à deux jours des hauteurs du Niger à BAMAKO à partir des hauteurs à SIGUIRI (Mali).

Une analyse statistique en corrélation multiple sur une quinzaine d'années d'observations a fourni les résultats suivants :

soit MB(J) la hauteur du Niger à BAMAKO le jour j
 HS(J) " " " " à SIGUIRI " " "

Variable à expliquer : MB(J+2) - MB(J)

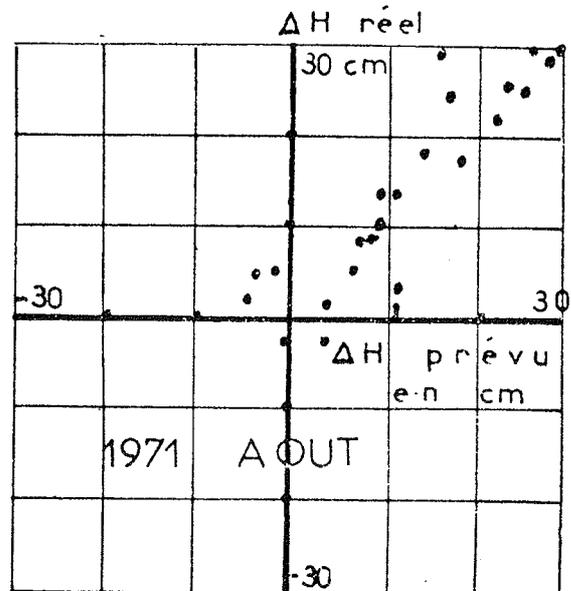
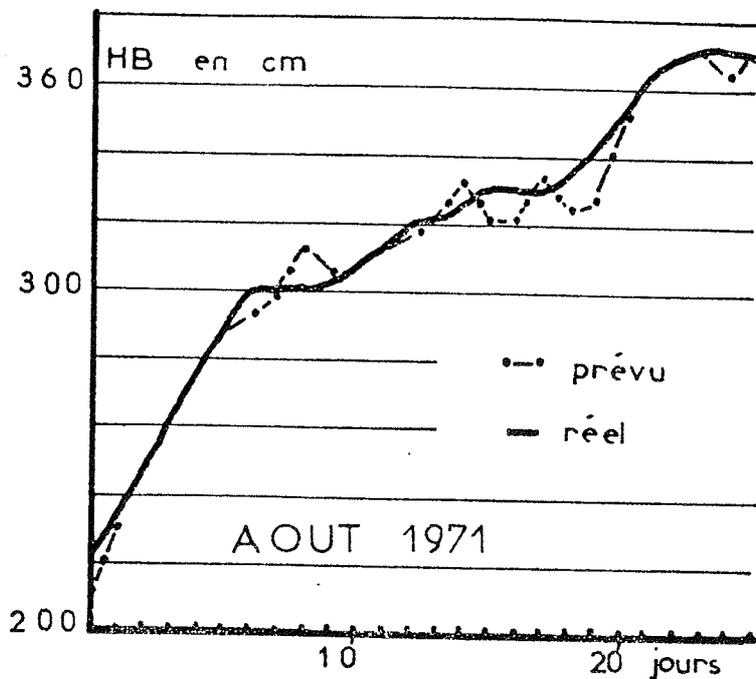
Variables explicatives	Coef. de régression	Corr. partielle	t
MB(J) - MB(J-1)	.992	.64	18
MS(J) - MS(J-1)	.268	.33	7.5
MS(J-1) - MS(J-2)	.2624	.30	6.8

Coefficient de corrélation multiple : R = .88

Le prévisionniste a simplement à calculer :

$$\begin{aligned}
 HB(J+2) - HB(J) &= .992 \text{ MB}(J) - HB(J-1) \\
 &+ .268 \text{ HS}(J) - HS(J-1) \\
 &+ .262 \text{ HS}(J-1) - HS(J-2)
 \end{aligned}$$

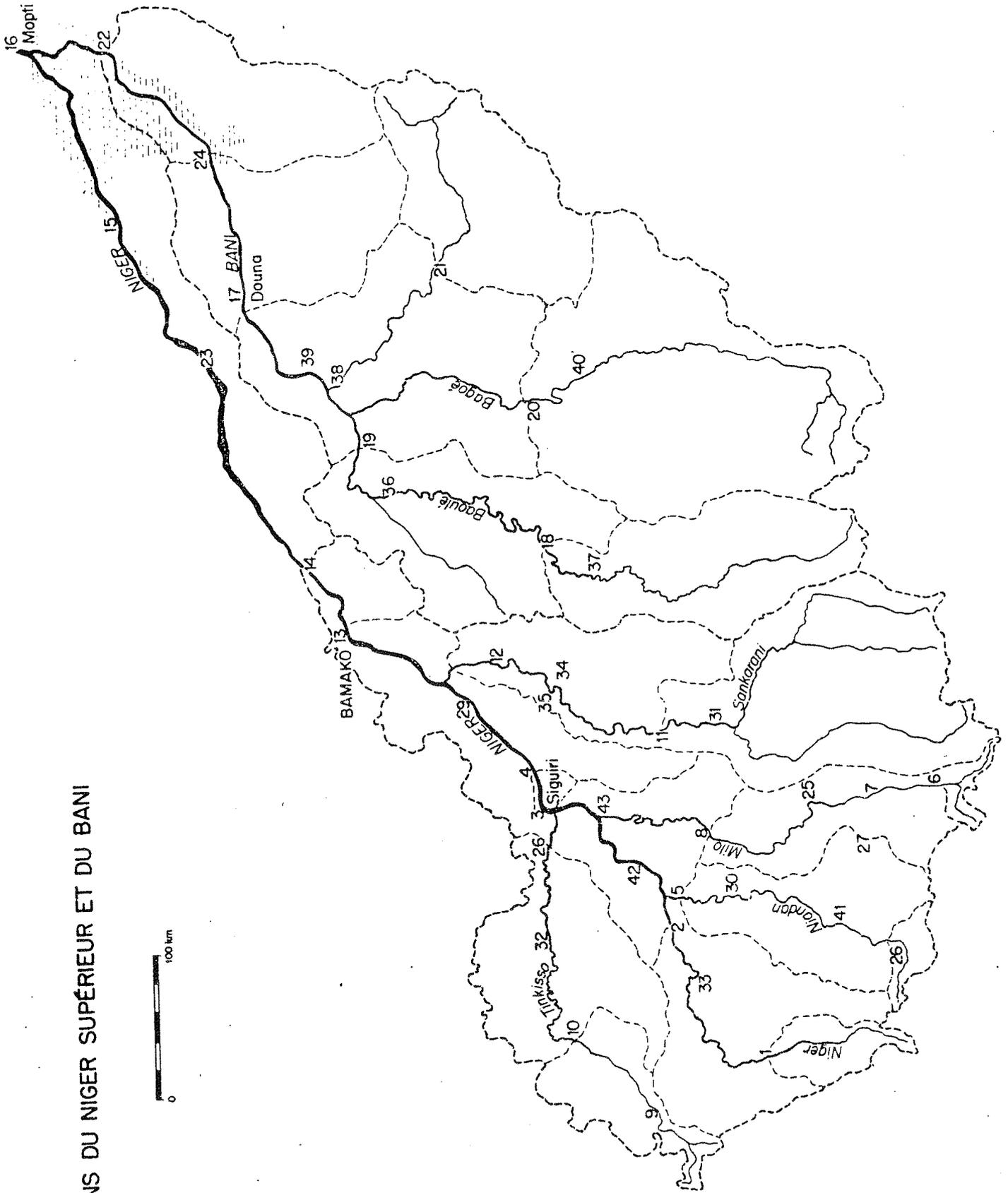
Les figures suivantes montrent l'application d'un tel modèle à la crue de 1971, crue n'ayant pas servi à l'ajustement statistique.



Bibliographie :

- GUILLOT P. et DUBAND D. - "La méthode du gradex pour le calcul de la probabilité des crues à partir des pluies". Question 1 Rapport 7 Dizièmes journées de l'Hydraulique, 1968.
- BERNIER J. et VERON R. - "Sur quelques difficultés dans l'estimation d'un débit de crue de probabilité donnée". Revue de statistique Appliquée, Vol XII, n° 1, 1964.
- L'application de la méthode du gradex à l'estimation des crues de faible fréquence. C.T.G.R.E.F. Division Hydrologie, 1972.
- J. LARRAS - "Prévision et prédétermination des étiages et des crues". BCEOM Eyrolles Paris 1972. Bibliographie importante.
- M. PARDE - "Sur la puissance des crues en diverses parties du monde". Edité par : GEOGRAFICA. Facultad de Letras de Zaragoza, Espagne. Ouvrage fournissant énormément de données.
- FRANCOU et RODIER. Cahiers de l'ORSTOM. Série Hydrologie, 1967.

BASSINS DU NIGER SUPÉRIEUR ET DU BANI



CHAPITRE IX HYDROLOGIE ANALYTIQUE

Introduction

I) Description d'un hydrogramme en période de crue

- I-1) Ruissellement
- I-2) Ecoulement hypodermique ou retardé
- I-3) Ecoulement des nappes
- I-4) Précipitations sur les cours d'eau et les lacs
- I-5) Décomposition classique d'un hydrogramme de crue

II) Hauteur nette de pluie ou pluie efficace

- II-1) Importance de l'infiltration lors d'un épisode pluvieux
- II-2) Coefficients de ruissellement et quelques données de crues

III) Crues des petits bassins

- III-1) Méthode dite "rationnelle"
- III-2) Méthodes utilisées en Hydrologie urbaine en France

IV) Méthode dite de l'hydrogramme unitaire

- IV-1) Averse unitaire et durée de l'hydrogramme unitaire
- IV-2) Hydrogramme unitaire- Pluie nette
- IV-3) Utilisation et limites de l'hydrogramme unitaire

V) Hydrogramme synthétique

VI) Méthodes **DUBOUT** sur l'ajustement de fonctions de transfert

- VI-1) Calcul de la différence première de la fonction de transfert
- VI-2) Calcul de la précipitation efficace
- VI-3) Résultats obtenus et remarques de D. Dubout

VII) Méthodes de simulation - "Modèle mathématiques"

HYDROLOGIE ANALYTIQUE

Introduction :

Nous allons passer rapidement en revue dans ce chapitre les différentes méthodes qui se proposent pour un bassin déterminé de ~~passer~~ ^{passer} des données météorologiques (pluies, températures...) aux débits, soit pendant les épisodes de crues, soit même tout le temps.

I) Description d'un hydrogramme en période de crue

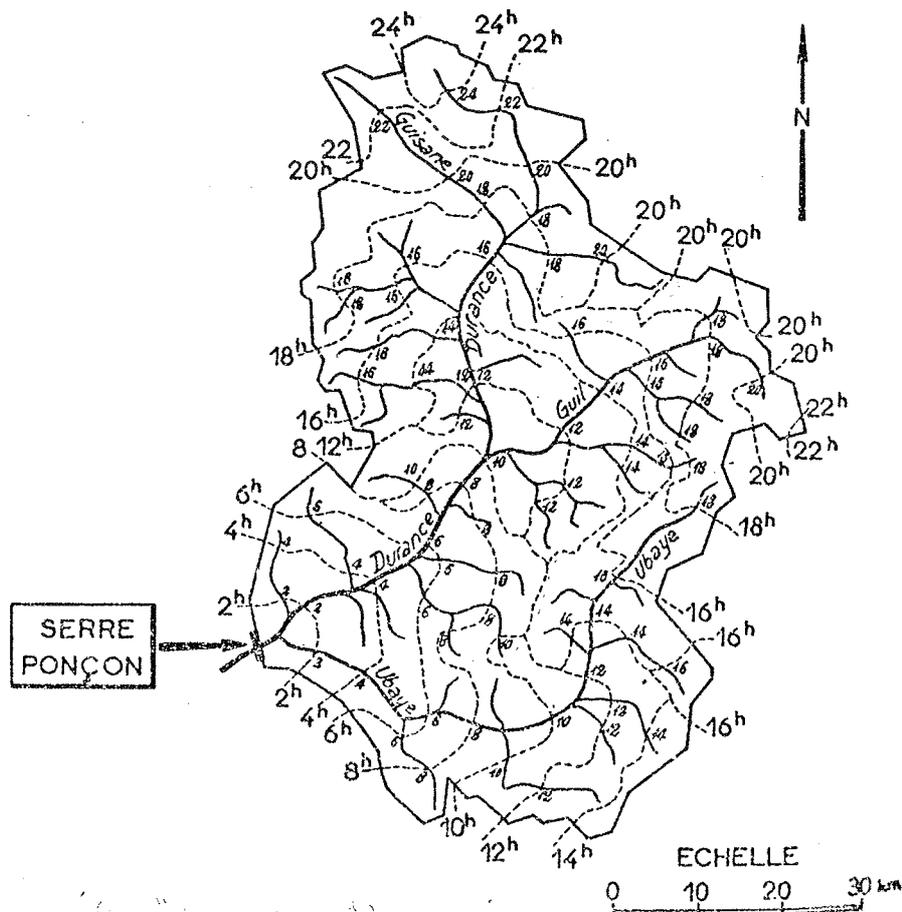
C'est la représentation du débit en fonction du temps, débit provenant :

- des nappes alimentant les rivières
- du ruissellement (n'existe pas toujours ni partout, car suppose soit des pluies intenses soit un sol assez imperméable ou saturé),
- de l'écoulement "hypodermique" ou "ruissellement retardé" (correspond schématiquement à l'eau qui après infiltration est ressortie, en un point d'une pente dans un des chenaux.

I-1) Ruissellement

Si l'intensité de la pluie est supérieure au débit d'infiltration, celle ci remplira les dépressions (flaques) et pourra si la pente est suffisante, s'écouler en formant des rigoles puis des ruisseaux. Pour que ceci se produise, il faut que l'infiltration soit faible par rapport à la pluie.

Dans certains bassins, cette condition n'est jamais remplie. La particule d'eau non infiltrée arrivera à l'exutoire un certain temps après la pluie : temps de ruissellement + transport dans les chenaux et la rivière. On peut donc découper assez schématiquement un bassin en lignes isodromes (temps de parcours égaux jusqu'à l'exutoire); un tel tracé est évidemment assez difficile à réaliser. Nous donnons l'exemple du bassin de Serre Ponçon.



I-2) Écoulement hypodermique ou retardé

Cette notion est parfois controversée ; elle correspond à un retard entre la pluie et l'écoulement à l'exutoire, dû au fait que l'eau a transité pendant un certain temps soit à travers le sol soit même à travers les couches poreuses de surface constituées parfois sur des pentes par la végétation. On observe ce phénomène en montagne lorsqu'il n'y a manifestement pas de ruissellement de surfaces mais des rigoles dans les sentiers ou chemins creux, rigoles alimentées par des suintements.

Cet écoulement lorsqu'il existe *lamine et retarde* l'hydrogramme par rapport au hétéogramme.

I-3) Écoulement des nappes

Cet écoulement est souvent plus important, c'est le seul (hors des fusions nivales et glaciaires) en période sèche où même lorsque les pluies sont faibles par rapport à l'évapotranspiration. Les nappes (cf chapitre sur les étiages) alimentent lentement les rivières et lors des épisodes pluvieux ont des temps de réaction souvent très grands.

I-4) Précipitation sur les cours d'eau et les lacs

N'a en général qu'une importance mineure sauf dans les régions où il y a des grandes étendues lacustres. Participe évidemment au ruissellement.

I-5) Décomposition classique d'un hydrogramme de crue.

Lors d'une crue violente consécutive à une pluie courte mais intense dans des bassins petits ou moyens (de l'ordre de 100 à 1000 km², selon les pentes), on distingue (cf figure suivante),

- temps de montée : entre le débit significatif de la montée du débit et la pointe.
- temps de réponse ou "lag", entre le centre du gravité de la pluie dite "efficace" (c'est à dire celle qui participe réellement à la crue) et la pointe.
- temps de base ou durée du ruissellement : entre la montée significative du débit et le moment où la descente amorce une décroissance plus lente (correspondant à l'écoulement retardé prédominant).
- temps de concentration entre le centre de gravité et la fin du ruissellement définie précédemment,

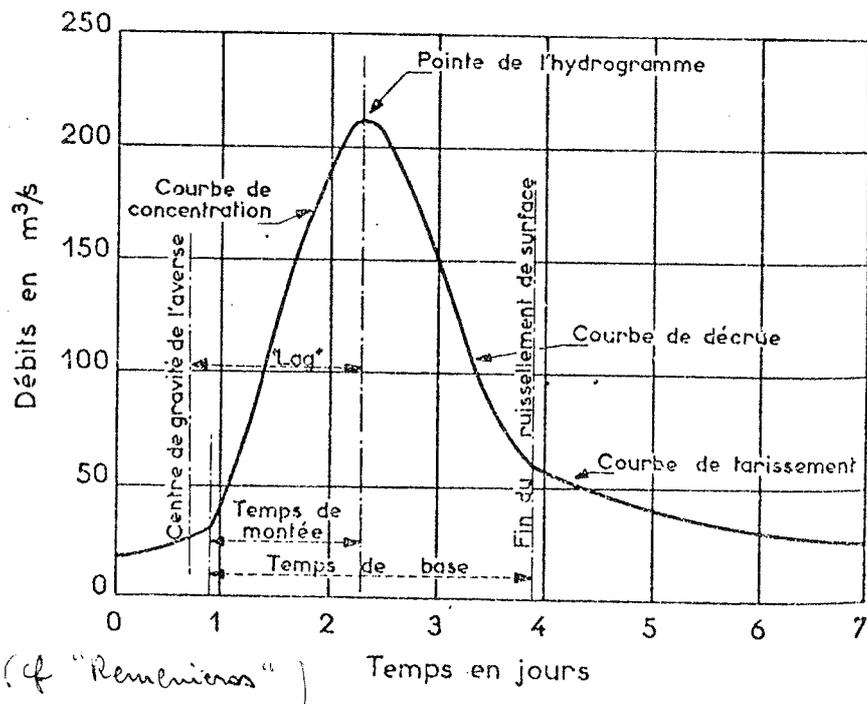


FIG. VIII-8 -- Les diverses caractéristiques de l'hydrogramme-type

Pour déterminer les deux derniers termes, on peut tracer $Q(t)$ en échelles logarithmiques $\log Q = f(t)$; on constate parfois que la décroissance correspond grossièrement à 3 branches de courbes voisines d'exponentielles (cf courbe précédente).

II) Hauteur nette de pluie ou pluie efficace.

C'est la partie de l'averse qui a ruisselé. Son volume peut être estimé à posteriori en moyenne sur le bassin en déduisant le volume écoulé par la superficie du bassin versant. Elle diffère de la pluie réelle P car :

$$P : \ell + E + (F+S) + P_{net}$$

= Interception par la couverture végétale (en général négligeable, de l'ordre de q_1 mm)

E = Evaporation (au maximum q_2 mm/jour)

S = Stockage dans les dépressions

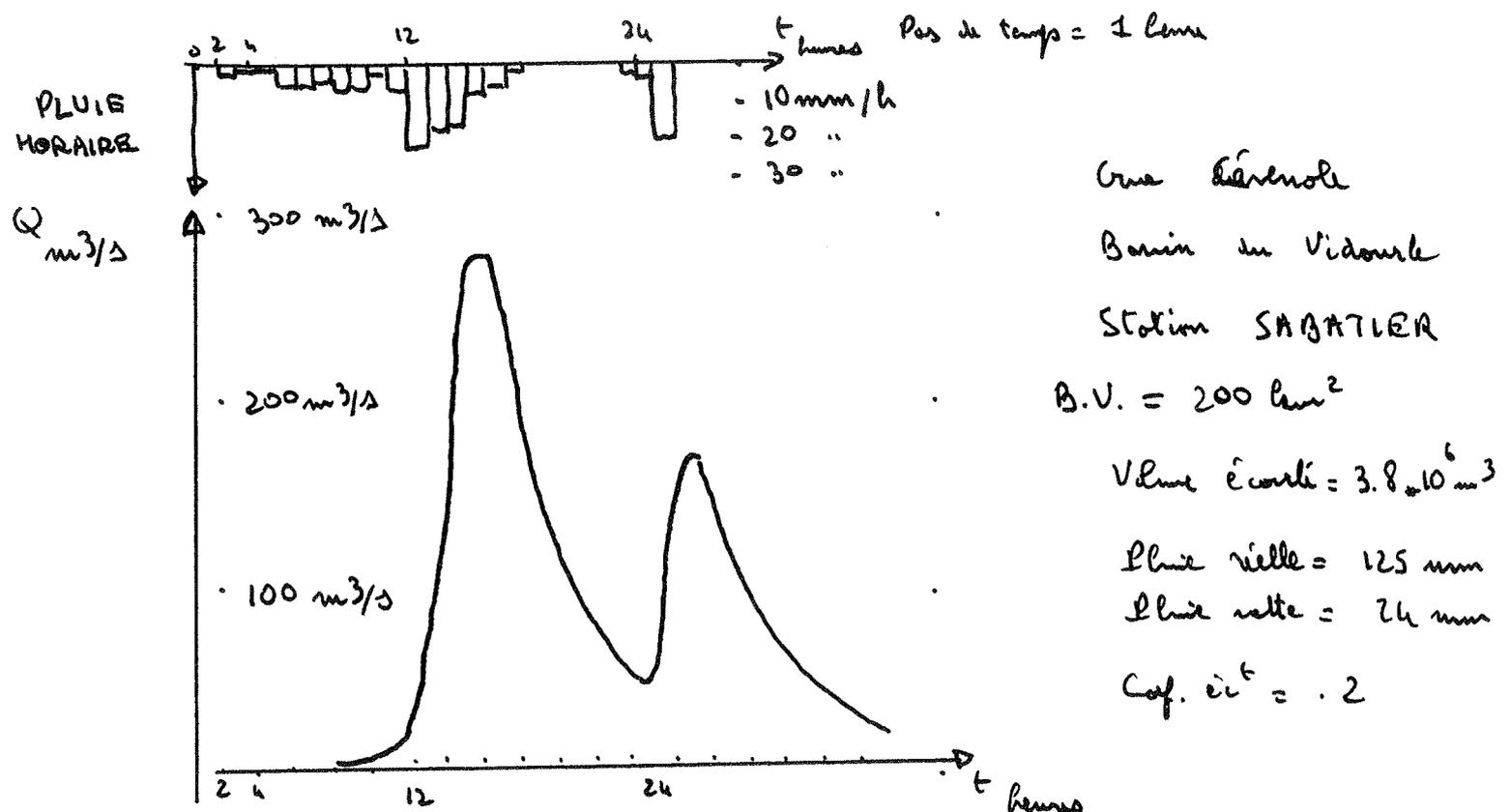
F = Infiltration

P_{net} = Pluie nette si les autres termes sont plus petits que P

II-1) Importance de l'infiltration lors d'un épisode pluvieux.

Pour donner des ordres de grandeur, disons que F peut atteindre en certains endroits et à certaines époques quelques dizaines de mm/h, c'est à dire des valeurs élevées par rapport aux intensités de pluie. Cette quantité dépend du terrain et pour un terrain donné de son état hydrique et de son passé immédiat (phénomène d'hystérésis)

En hydrologie de surface, on appelle capacité d'infiltration d'un sol donné, dans des conditions déterminées, l'intensité maximale de pluie qu'il peut absorber. La figure suivante montre que cette capacité peut varier très rapidement lors d'un épisode pluvieux.



On voit également l'importance de l'état initial du sol, ce qui explique que pour un bassin donné, des pluies voisines peuvent donner des débits très différents.

II-2) Coefficients, c'est le rapport du volume écoulé au volume reçu; c'est un terme variable d'un bassin à l'autre et variable dans le temps pour un même bassin.

Zone plane, urbanisée, 30 % imperméable : $C \approx 0.32.5$
 Zone à pente modérée 50 % : $C \approx 0.52.7$
 Zone à pente modérée 70 % : $C \approx 0.8$

Zones non urbanisées : très variables (selon M. PARDE, ils peuvent toutefois atteindre des valeurs élevées de 70 à 80 % pour des bassins assez grands ($> 10\ 000\ km^2$). Les crues cévenoles courantes ont des coefficients du ruissellement de 30 à 40 %.

Quelques ordres de grandeur des crues de bassins petits ou moyens.

Rivière	Dates	S	Q	$q = \frac{Q}{S}$	$A = \frac{Q}{\sqrt{S}}$	en $\frac{m^3/s}{\sqrt{km^2}}$
Isère-Grenoble	1651	5000	2500 ?	500 ?		35
Eyrieux Beauchastél	1857	850	3500 ?	4120		120
Gardon à Auduze	1958	538	3000 ?	5500		130
Creuse à Eguzon	1960	2400	1150	480		23
Ain à Chazey	1918	3600	2200	600		36

On trouvera un grand nombre de données dans les ouvrages de Maurice PARDE.

III) Crues de petits bassins (inférieurs à 10 km²)

Ce sont les crues causées par des intensités de pluies très fortes, on s'y intéresse surtout dans les zones urbanisées, par exemple pour dimensionner des ouvrages d'évacuation d'eau pluviales.

III-1) Méthode dite "rationnelle"

Hypothèses : - Intensité uniforme sur le bassin versant entier pendant toute la durée de l'orage.

- Taux maximum de ruissellement atteint lorsque tout le bassin participe à l'écoulement, c'est à dire au temps de concentration.

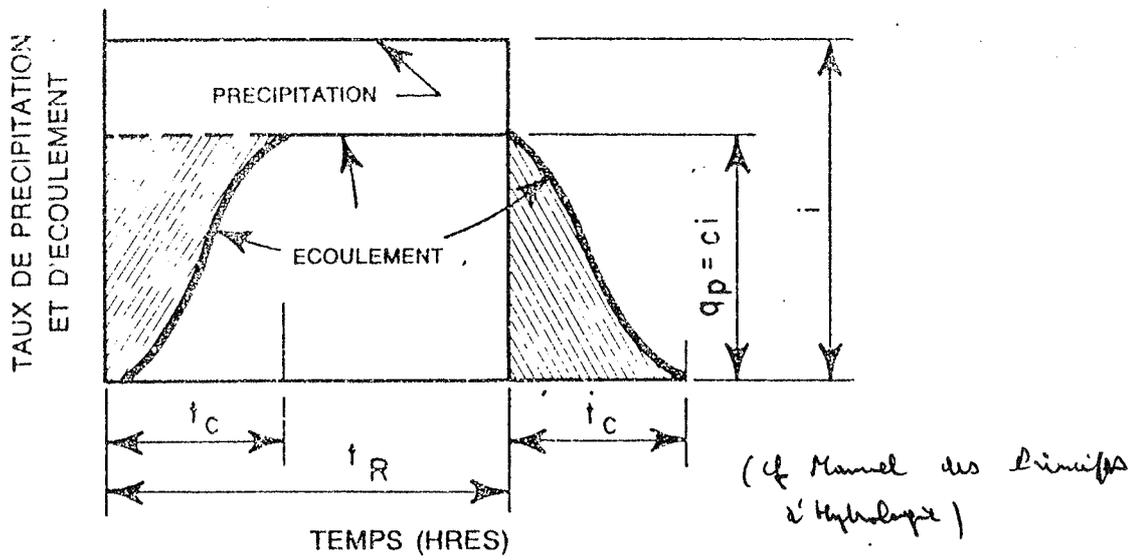


FIG. 8.1 ÉCOULEMENT PRODUIT PAR UNE PRÉCIPITATION UNIFORME, TEL QU'ILLUSTRÉ PAR LA MÉTHODE RATIONNELLE

- Le volume d'eau emmagasiné doit être égal au volume contenu sous la courbe de décrue.

Dans la réalité, les hydrogrammes ont plutôt la forme de celui indiqué en pointillés sur la figure précédente.

- Formules utilisées par cette méthode

$$Q_f = c \cdot i \cdot A$$

Q_f (taux de ruissellement)
 i (intensité de la pluie)
 A (surface du bassin)

Valeur de c : Dans "Principes d'hydrologie", on trouve un tableau pour les zones urbaines (varie de 0,4 à 0,8) et un tableau pour les zones agricoles où $c = 1 - c_1 - c_2 - c_3$ où c_1 dépend de la topographie (de 1 en montagne à 3 en plaine)

c_2 dépend du sol (de .1 à .4)

c_3 dépend du couvert végétal (de .1 à .2)

Conclusions : Ces tableaux donnent des ordres de grandeur ; on notera une hypothèse on ne fait pas dépendre c ni de l'intensité de la pluie, ni de l'état du sol.

- Temps de concentration t_c :

On trouve des formules du type corrélatif mises au point à l'époque où l'on possédait peu de moyens de calcul.

Exemple :

$$t_c = .0078 L^{.77} S^{-.385}$$

t_c en mn

L = Longueur maximale du parcours de l'eau en pieds

S pente

A utiliser avec circonspection."

III-2) Méthodes utilisées en hydrologie urbaine en France

L'objectif de ces méthodes est de déterminer à partir de paramètres simples les débits de crues de petits bassins urbanisés ; ceci pour calibrer les ouvrages d'évacuation des eaux pluviales.

Paramètres physiques utilisées :

- Surface du bassin versant S
- Coefficient d'imperméabilisation
- Pente moyenne

Comme bien souvent, deux approches sont possibles : statistique et déterministe.

Nous ne décrirons que quelques méthodes, à titre d'exemple.

IV) Méthode dite de "l'hydrogramme unitaire"

Cette méthode a été proposée en 1932 par Sherman puis reprise depuis ; elle est devenue une méthode quasi légale dans certains pays. Elle se propose de déterminer l'hydrogramme de crue à partir du hydrogramme sur des bassins de taille moyenne.

Hypothèses :

Des précipitations donnant lieu à du ruissellement et de même durée donnent des hydrogrammes d'à peu près même temps de base.

Des précipitations de même durée donnent des hydrogrammes homothétiques

IV-1. Averse unitaire et durée de l'hydrogramme unitaire

On appelle averse unitaire, une averse de durée telle que la période du ruissellement de surface n'est pas supérieure, de façon appréciable à celle d'une averse de durée moindre.

Les mots "averse unitaire" définissent donc d'abord une durée. Une averse plus longue pourra être découpée en une suite chronologique d'averses unitaires.

- Ordres de grandeur :
- Bassin versant $< 10 \text{ km}^2$
averse unitaire 2-3 Heures
 - Bassin versant $< \text{qq millions de km}^2$
de 6 à 12-24 Heures
 - Petites superficies : le tiers ou le quart du temps de concentration du bassin.

IV-2) Hydrogramme unitaire - pluie nette

On appelle hydrogramme unitaire, l'hydrogramme créé par une averse unitaire. Dans la pratique, on choisit des épisodes de pluies intenses courtes et bien distribuées (ce qui limite le choix). On découpe si cela est intéressant cet hydrogramme en ses composantes pour obtenir le volume ruisselé; la pluie nette est alors égale à ce volume divisé par la surface de bassin versant.

En outre, on se ramène par homothétie à des averses de pluies nettes identiques (par exemple 10mm à l'heure); on constate parfois que ces hydrogrammes unitaires sont voisins, ce qui permet de définir un hydrogramme unitaire moyen.

Exemple (cf Roche Hydrologie de surface), bassins de Côte d'Ivoire $S = 10,2 \text{ km}^2$ ramené à une pluie nette de 10 MM

N° crue	Date	Heures (0 = Heure de la pointe)												
		1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	22-8-57	.1	.6	1.7	3.6	4.8	4.2	3.2	2.5	1.6	1.1	.4	.2	
6	6-9-57	.7	.9	2.4	4.7	5.2	4.5	3.3	2.2	1.5	1.1	.3		
15	26-9-58	.3	.6	1.2	3.9	5.1	4.9	3.5	2.4	1.6	1.1	.6	.3	
+ autres crues														
Hydrogramme unitaire		.4	.8	2.1	4.2	5.2	4.3	3.2	2.2	1.5	1.0	.5	.1	
"Type"														

Cas où l'on ne possède que des averses complexes.

La difficulté dans ce cas est de déterminer les pluies nettes des différentes averses unitaires nécessaires. On peut penser résoudre un système d'équations en partant de l'hypothèse que chaque pluie nette (d'où un coefficient inconnu par pluie unitaire pour calculer la pluie nette correspondante) va donner un hydrogramme (défini par autant de coefficients qu'il y a de pas de temps dans l'hydrogramme unitaire du bassin; ces hydrogrammes seront *homothétiques* entre eux et leur composition doit être égale à l'hydrogramme de ruissellement observé.

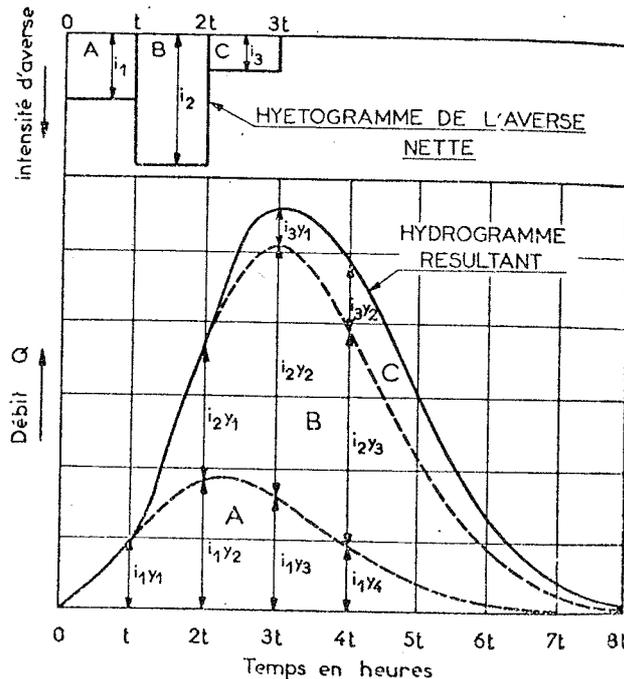
La difficulté est de trouver des coefficients de ruissellement corrects.

IV-3 Utilisation et limites de l'hydrogramme unitaire (cf travaux dirigés).

On utilise souvent l'hydrogramme unitaire pour ~~passer~~ des pluies aux débits : par exemple, pour calculer des crues dites "de projet" à ~~porter~~ des pluies. On retrouve les difficultés déjà définies :

- ~~Passer~~ des pluies réelles aux pluies nettes
- supposer que cette fonction de transfert est constante

Cette méthode est très pédagogique mais son utilisation doit être faite avec réserve



(cf "Remarques")

V Hydrogrammes synthétique. (Méthode de SNYDER)

Cette méthode recherche les liaisons entre les caractéristiques des bassins et les crues; elle a donc pour but de fournir des ~~limitations~~ ^{estimations} de crues dans des bassins où l'on possède peu de données hydrologiques.

Les auteurs ont donc étudié certains bassins et cherché par des méthodes plus ou moins corrélatives des formules permettant de déterminer l'hydrogramme unitaire.

Exemple : (SNYDER)

- $t_L = Ct (L \times L \times c_a)^{.3}$

la pointe) en heures

$t_L =$ Délai du bassin (entre la pluie et
 L = longueur du cours d'eau en milles
 Lca = distance en milles de l'écouloir au point du cours d'eau le plus proche du centre du bassin (en milles)

Ct varie de 1.8 à 2.2

- $Q_p = 640 C_p A / t_L$

$Q_p =$ débit de pointe de l'hydrogramme

unitaire en $\uparrow 3/s$ et A surface du BV en milles carrés, C_p varie de .56 à .69

- $t_B =$ temps de base = $3 + 3 (t_L / 24)$ en heures

Il existe d'autres méthodes semblables dans leur principe (Commins, SCS, ... cf Principes d'Hydrologie)

Remarques : Les formules n'ont aucun caractère général; prudence dans les applications.

VI Méthodes basées sur l'ajustement de fonctions de transfert aux données réelles.

(Méthode DUBAND EdF - DTG)

On cherche à déterminer la fonction de transfert moyenne discrétisée (A1, A2, ... Ak) à appliquer aux précipitations efficaces (P1, P2, ..., Pm) d'un épisode pour calculer l'hydrogramme de ruissellement (D1, D2, ..., Dn)

$$D_j = \sum_{i=1}^m A_i P_{j-i+1} \quad (1 \leq j \leq n)$$

En fait, on s'intéresse dans le calcul aux accroissements de débit

$\Delta Q_j = Q_j - Q_{j-1} = q_j$ et aux différences premières de la fonction de transfert (notée DPFT)

1) Calcul de la différence première de la fonction de transfert, DPFT

On considère N épisodes pluies-crues pour lesquelles on dispose de m précipitations; pour chaque épisode, on construit la matrice des précipitations r de m lignes, k colonnes (k est le nombre de termes de la fonction de transfert).

$$[r]_k^m = \begin{bmatrix} 00 & 0 & r_1 \\ & r_1 & r_2 \\ & \vdots & \vdots \\ & & r_m \\ r_m & 0 & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} m \text{ lignes} \\ k \text{ colonnes} \end{matrix} \quad m < k$$

sur l'ensemble des épisodes

$$[q]_1^{mN} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{épisode 1} \\ \text{épisode 2} \end{matrix}$$

$$[r]_k^{mN}$$

Vecteur des accroissements observés de débits

$$[a]_{1 \text{ colonne}}^{k \text{ lignes}} = \begin{bmatrix} a_k \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Vecteur des coefficients des différences premières de la fonction de transfert inversée

$$[R]_1^m = \begin{bmatrix} r_m \\ \vdots \\ r_1 \end{bmatrix}$$

Vecteur des pluies observées pour chacun des épisodes

(Tm) T2 (T1)

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & a_1 \\ 0 & \dots & a_1 & a_2 \\ & a_1 & a_2 & a_3 \\ & & \vdots & \vdots \\ & & a_{n-1} & a_n \end{bmatrix} \quad n \text{ lignes}$$

A est en quelque sorte constitué de m variables T connues sur n observations (mais avec des décalages d'une variable à l'autre)

Calcul de la DPFT

On cherche à déterminer \hat{a}_i de 1 à k

en résolvant :

$$1) \begin{bmatrix} q \\ \vdots \\ q \end{bmatrix}_1^{mN} = [R] [\hat{a}] \quad (\text{égalité théorique})$$

$$[\hat{a}] = ([R]^t [R])^{-1} ([R]^t [q]) \quad \begin{array}{l} X^t = \text{transposée de } X \\ X^{-1} = \text{inverse de } X \end{array}$$

On résoud approximativement (1) par les moindres carrés (corrélations multiples) où les accroissements des débits sont la variable à expliquer et les pluies les variables explicatives ; les a_i sont les coefficients de régression.

exemple : $\hat{q}_j = a_k r_{j-k+1} + \dots + a_i r_{j-i+1} + \dots + \hat{a}_1 r_j$

$$\hat{q}_j = \sum_{i=1}^k a_i r_{j-i+1}$$

$$q_j = \hat{q}_j + \varepsilon_j$$

On cherche à appliquer à la précipitation brute une correction :

$u_j = r_j + e_j$, ceci épisode par épisode

soit pour un épisode $[u] = [R] + [e]$ (vecteurs ~~en~~ lignes)

Pour chacune des N crues, on aimerait avoir :

$$[q]_1^n = [A] [u] \quad (2)$$

soit

$$= [A] [R] + [A] [e]$$

d'où

$$[A] [e] = [q]_1^n - [q]_1^n \quad (3)$$

avec $[q]_1^n = [A] [R]$ variations de débit calculées pour chaque crue d'après (1) d'où :

$$[e]_1^n = ([A]^t [A])^{-1} [A]^t ([q]_1^n - [\hat{q}]_1^n)$$

Ceci revient à effectuer une corrélation multiple entre les "variables" T_1, T_2, \dots, T_n (variables définies à partir de la DPFT) et les résidus des accroissements de débits. Les corrections e à appliquer aux précipitations brutes sont les coefficients de régression de :

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_m T_m + \varepsilon_{m-1} T_{m-1} + \dots + \varepsilon_1 T_1 + \delta \quad (4)$$

Remarques de D. DUBAND :

- On utilise (3) plutôt que (2) pour atténuer l'effet d'autocorrélation des accroissements de débits

- si les variables T de la matrice $[A]$ sont très corrélées on aura avantage à travailler sur les composantes principales de ces variables :

soit Y_1, \dots, Y_p les p premières composantes de T

$$Y_1 = \sum_{i=1}^m \beta_{1i} T_i + \beta_{10} \quad (5)$$

On calcule alors l'équation de régression sur chacune des N séries de n observations :

$$q - \hat{q} = \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i \quad (6)$$

$$(5) \quad \hat{Y} = [A] [B] \quad (7)$$

$$\hat{\epsilon} = (q - \hat{q}) = [Y] (\Gamma) \quad (8)$$

(Y) n lignes, p colonnes

(B) m lignes, p " (coefficients de (5))

(\Gamma) lignes 1 colonne

Pour chaque crue on calcule (Y) par (7) d'où $\hat{\epsilon}$ et on calcule les corrections :

$$(\hat{\epsilon})_1^n = (A) (B) (\Gamma)$$

d'où $(e) = (B) (\Gamma)$ pour chacun des épisodes.

Ceci permet d'obtenir une première estimation de la précipitation efficace

$(u) = (R) + (e)$ (on impose que tout élément de (u) soit positif ou nul).

Itérations : on remplace les précipitations observées par l'estimation des précipitations efficaces : $(u)_1^n$ remplace $(r)_1^n$

On s'arrête lorsque le coefficient de corrélation multiple de (1) est suffisamment élevé, les "a" stabilisés et les "e" faibles. On obtient alors les coefficients $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ de la DPFT d'où les coefficients de la fonction de transfert :

$$A_1 = a_1$$

$$A_2 = a_1 + a_2$$

$$A_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$A_k = a_1 + \dots + a_k$$

VI-2 Calcul de la précipitation efficace.

D. DUBAND donne l'exemple d'analyse de 30 épisodes de crues pour le *Buech* aux chambons et 50 épisodes pour l'Aron à *Verment* (Loire)

Deux relations simples ont été testées :

$$P_j = R_j - b \left(1 - e^{-\frac{R_j}{b}}\right) \quad (9)$$

$$P_j = R_j - \frac{b R_j}{R_j + b} = \frac{R_j^2}{R_j + b} \quad (10)$$

R est la précipitation observée, P la précipitation efficace, b un coefficient fonction de la *saison*, du débit avant la crue, des pluies et des débits antérieurs (*donne* une idée de la saturation du sol.)

exemple : $b = \frac{c}{Q_0}$ (c fonction *sinusoïdale* du temps, de période 365 jours)

$$b = \frac{c}{\text{IQA}_{j-1}} = \text{indice des débits antérieurs}$$

$$\text{IQA}_{j-1} = \lambda Q_{j-1} + (1-\lambda) \text{IQA}_{j-2}$$

ont été retenues ;

Buech - $b = \frac{c}{Q_0 \text{IRA}_j}$ en été

avec $\text{IRA}_j = k R_j + (1-k) \text{IRA}_{j-1}$

IRA est un indice de pluies antérieures

$$b = \frac{c}{Q_0^{1/2} Q_{j-1}^{1/2} \text{IRA}_j}$$
 en hiver

Aron à Verneuil $b = \frac{c}{\text{IQA}_{j-1}}$ pour toutes les saisons

Pour ajuster c, on a pris $c = \text{ute}$ puis on a ajusté une fonction *minimale* à la moyenne des écarts selon la date de l'année.

VI-3) Résultats obtenus et remarques de D DUBAND

- Buech : pas de temps 2 heures (BV 723 km²)

3 itérations donnant .7, .94, .97 entre variations de débits calculés - observés

Fonction de transfert : A1 = 1.6 ; A2 = 12.6 puis

13.2, 12.0, 10.1, 8.5, 7.1, 6.0, 5.0, 4.2..... (20 termes au total.)

$$\text{IRA}_j = .1 R_j + 9 \text{IRA}_{j-1}$$

D'après l'auteur, le choix des *stations* pluviométriques est très important ; les liaisons précipitations efficaces - précipitations observées ne sont pas très fortes (bruit dans le calage, mesures de précipitations ponctuelles incorrectes, mauvaise représentation spatiale).

- Aron à Verneuil

La corrélation obtenue entre les variations de débits calculées et les variations réelles est de l'ordre de 9.2. La relation entre précipitation observée et précipitation calculée n'est pas très étroite.

VII)- Généralités sur les modèles mathématiques en hydrologie

Définitions :

Modèle : On appelle ainsi la représentation, à l'aide d'une formulation mathématique de l'état d'un système et de son évolution sous l'influence de certaines variables.

La démarche générale consiste à décomposer le cycle hydrologique en "éléments" indépendants :

- Infiltration,
- Evapotranspiration,
- Réponse des nappes souterraines,
- Précipitation et fusion de la neige,
- Propagation des lames d'eau à la surface du sol,
- Propagation des débits dans les chenaux,
- etc.

Pour chacun de ces éléments, on détermine un modèle mathématique plus ou moins sophistiqué. Et ensuite on intègre le tout dans un ensemble où l'eau refusée par l'infiltration est prise en compte par le ruissellement, puis va rejoindre dans les chenaux les volumes apportés par les nappes, etc.

L'un des éléments essentiels est constitué par la transformation des précipitations en débits, pour laquelle deux types d'approche sont apparus :

- Modèle complet de bilan hydraulique,
- Modèle de ruissellement.

a) Modèles de ruissellement :

On considère comme "pertes" à la fois l'infiltration et l'évaporation - évapotranspiration. Ceci s'effectue de façon globale, par :

- Un paramètre soustractif (méthode de la "capacité d'absorption") ;
- Un "coefficient de ruissellement" multiplicatif. L'eau disponible pour le ruissellement est alors mise en forme par une fonction d'étalement qui donne l'hydrogramme à l'exutoire du bassin (ou sous bassin) qui est ensuite repris par le réseau hydrographique. Ce type de modèle est surtout utilisable pour l'étude et la prévision des crues. (car on espère que les "pertes" sont relativement faibles par rapport aux volumes ruisselés). Cette technique est dérivée directement de l'hydrogramme unitaire.

b) Modèles à bilan hydraulique :

Ceux-ci cherchent à réaliser un bilan complet des volumes d'eau tombée et un transfert de ceux-ci d'un poste à l'autre du bilan, de façon la plus réaliste possible. Ils sont plutôt adaptés à l'étude des régimes saisonniers.

Dans ce qui suit, nous allons décrire la mise en oeuvre d'un tel modèle au bassin de la Haute Durance.

Nous allons tenter de cerner l'ensemble des fonctions à simuler et, plus généralement, nous allons essayer de répondre aux questions :

- Comment construit-on un modèle ?
- De quoi est-il fait et quelles sont les différentes étapes qui permettent d'aboutir à un tel outil ?

Pour cela, nous allons utiliser un schéma général, proche d'un diagramme PERT, dont nous passerons en revue toutes les étapes.

Nous allons nous appuyer à titre d'exemple sur le modèle de la Haute Durance, mais la démarche est très voisine pour n'importe quel autre bassin.

1. BUTS DE L'ETUDE A. :

Un modèle : pour quoi faire ?

On peut décider de construire un modèle pour aborder un problème :

- De crues, d'exploitation de systèmes écrêteurs,
- D'étiages, d'exploitation de réservoir saisonnier,
- De Pollution,
- De transport de sédiments,
- D'aménagement du territoire (reboisement, cultures, urbanisation, etc.).

Dans un but :

- D'étude ou de recherche (amélioration des modèles existants) ;
- De simulation à but décisionnel (effets de séquences météorologiques extrêmes, dimensionnement d'ouvrages). Dans ce cas , on couple le modèle avec un système de génération de données, ou on rentre arbitrairement des séquences dont on veut connaître les effets ;
- De prévision (en temps réel).

2. COLLECTE DES DONNEES. Critique et mise en forme :

En général, on rassemble :

1° Pluviométrie : sous forme journalière, au maximum, de stations existantes. On y ajoute si possible, les pluviogrammes, dépouillés par pas de 1,3, 6 ou 12 H en quelques stations.

2° Hydrométrie : sous forme journalière. (C'est ainsi que les débits figurent dans les annuaires). Si on veut travailler à un pas de temps plus court, il faut envisager le dépouillement des limnigrammes et l'obtention des courbes de tarage (qui, pour les rivières naturelles, peuvent varier dans le temps).

3°) Thermométrie : Journalière sous forme de mini et maxi.

4°) Données diverses : Nous rangerons parmi elles les données d'enneigement (hauteurs, équivalent en eau) ou d'enseillement, humidité, évaporation, vant, nébulosité, etc., disponible seulement en quelques stations climatologiques.

3. CHOIX DU MODELE B2)

Il nous faudra d'abord choisir :

-le type de modèle :

. Modèle de ruissellement

Détermination de la partie "efficace" de la participation
Puis de la fonction transfert ou d'étalement.

. Modèle à réservoirs

Représentation par des réservoirs des différents stocks,
et par des lois de vidange des différents écoulements.

4. ANALYSE DES DIFFERENTS FONCTIONS. Organigramme général C1)

Cette étape consiste à définir la structure complète du modèle tel qu'il est programmé.

En général, on s'accorde à décomposer en deux phases :

- Production,
- Transfert.

La fonction "production" s'applique à chaque élément de surface supposé homogène et pren en compte :

5. DECOUPAGE GEOGRAPHIQUE (et/ ou géologique) C2

On doit d'abord effectuer :

- le découpage du bassin en sous bassins ou "parcelles" homogènes
ex : dans le cas de la Durance, c'est l'exposition et l'altitude qui importeront
- Le découpage du réseau hydrographique : celui-ci sera fonction des stations existantes des points où l'on souhaite connaître le débit (ou la hauteur et des confluences).

Ensuite, on détermine :

- les caractéristiques de la parcelle : surface, bandes d'altitude, pourcentage de boisement, exposition, pente moyenne, capacité d'emmagasinement etc.
- Les caractéristiques du réseau : découpage en tronçons, longueurs, pentes, sections, rugosités, zones inondables.

Evidemment, les caractéristiques nécessaires sont fonction des lois utilisées.

6. PRODUCTION ET TRANSFERT. D1 et D2.

C'est en général le morceau de bravoure de constructeurs de modèle et la partie où les approches sont les plus variées.

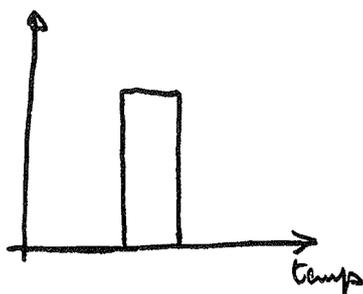
a. Production : Nous donnons à titre d'exemple les schémas de production de 2 modèles différents, dont on pourra comparer les complexités respectives.

En général, les points délicats sont le calcul de l'évapotranspiration réelle et celui de l'infiltration.

b. Ruissellement de surface : On peut le simuler par 3 méthodes environ :

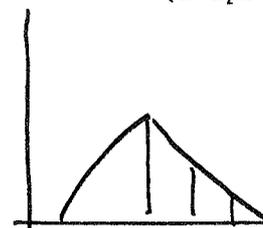
- Systèmes de réservoirs débitant dans la rivière :
- Fonction de transfert (type hydrogramme unitaire) mais appliquée seulement entre la lame d'eau uniformément répartie sur la parcelle et son arrivée à la rivière.

Lame d'eau avant ruissellement



après ruissellement

(d'après Linsley)



c. Propagation en rivière

Ici aussi, 2 grandes familles de méthodes :

- Systèmes de réservoirs : On peut rassembler dans cette catégorie la méthode de Muskingum (assimilable à 1 seul réservoir), la méthode de Kalinin Milioukov (1 tronçon est équivalent à un système de réservoirs linéaires dont les caractéristiques, nombre de réservoirs et coefficients de vidange, sont définies hydrauliquement), et diverses autres méthodes équivalentes (Doodge, etc.).
- Intégration numérique des équations de l'écoulement.

On utilise en général des équations simplifiées, sans termes d'inertie, connues sous le nom d'équations de l'"onde cinématique".

Elles permettent, vue la liaison étroite avec la géométrie du réseau, de prendre en compte les zones inondables, les modifications du réseau, etc., mais au prix d'une complexité plus grande.

7. LIAISONS ET ORGANISATION DU MODELE E- F).

Sur la structure du modèle proprement dit viennent s'ajouter un certain nombre de fonctions qui permettent :

- L'initialisation : un certain nombre de "réservoirs" doivent être préalablement remplis (nappe, état du sol, du réseau hydrographique) et si possible de façon réaliste pour permettre au modèle de fonctionner correctement dès le début de la simulation.
- Le changement des données : il faut aller lire, dans diverses banques de données, les données météorologiques du jour ou d'une période, les caractéristiques des parcelles, etc.
- L'extrapolation des données : quand elles font défaut (températures et précipitations en altitude, etc.).
- L'affectation des stations aux différentes "parcelles" car il y en a souvent moins que de parcelles.

ex : 21 stations pluviométriques

14 stations thermométriques,

2 stations climatologiques)

- Balayage, à chaque pas de temps, de chaque parcelle (chargement des variables, des constantes de la parcelle, calcul et mise en mémoire des lames d'eau produites).
- Gestion des lames d'eau. Ruissellement de surface et transferts au réseau hydrographique (de façon ponctuelle ou répartie).
- Balayage de chaque tronçon du réseau en partant de l'amont vers l'aval et sortie des hydrogrammes.

Ceci débouche immédiatement sur la programmation, généralement en langage évolué (Algol 60 Fortran IV, ou PL/1). De la conception de ce programme dépendra la souplesse d'utilisation du modèle.

ex. : Possibilité de réinitialiser à n'importe quelle date, de fonctionner sur des périodes de durée quelconque, d'effectuer plusieurs passages, de n'activer que certaines fonctions pour tester leur influence.

8. AJUSTEMENT ET MISE AU POINT. G) H).

Cette partie est de loin la plus longue et la plus empirique dans la conception des modèles. On distingue généralement :

- Les variables (météorologiques surtout) qui sont des données d'entrée, non remises en cause après leur étude critique.
- Les constantes ou caractéristiques physiques du bassin, du réseau hydraulique, etc., qui sont des quantités mesurables.
- Et les paramètres et coefficients divers, figurant dans des lois empirique des relations simplifiées, etc.

Ce sont ces derniers que nous allons modifier pour "ajuster" ou "caler" le modèle. On espère généralement qu'ils ont un sens physique, et que les caractéristiques du bassin permettent de leur donner au moins une fourchette de variation plausible.

L'ajustement s'effectue à peu près comme suit :

1) Volume annuel. Si le volume simulé s'écarte du volume observé, il faut modifier l'évapotranspiration et regarder le changement d'état des réserves.

De plus, il faut regarder si les valeurs initiales sont satisfaisantes.

2) Volumes saisonniers. Par exemple, en étiage, on peut modifier le ressuyage des réserves. Si le volume de fonte de neige est incorrect, il sera bon de vérifier si l'estimation du stock d'eau à partir des pluviomètres est satisfaisante.

3) Séquences de précipitations : permettent de regarder le volume de la séquence, l'infiltration; l'écoulement retardé.

4) Crues. Transfert de l'onde dans les chenaux et chronologie des écoulements.

Eventuellement, si on parvient pas à un ajustement correct, il faut revenir en arrière et modifier certaines fonctions.

Ces ajustements par tâtonnements font que, selon l'utilisateur qui "cale" le modèle, les valeurs des paramètres retenues ne seront pas les mêmes. On a donc cherché des procédures plus objectives qui, pour les mêmes données, proposent les mêmes valeurs optimales des paramètres. Pour cela, il faut :

- Un critère d'ajustement qui compare débits observés et calculés. Il est assez difficile de transformer en index quantitatif l'impression que l'on a, en comparant "à l'oeil", les hydrogrammes.
- Un ensemble de valeurs initiales, modifie les paramètres de façon à maximiser le critère.

- Une procédure qui, à partir des valeurs initiales, modifie les paramètres de façon à maximiser le critère.

En fait, il n'y a eu aucune tentative globale satisfaisante et on se contente en général d'étudier, séparément pour chaque paramètre, la sensibilité du modèle à des variations de ce paramètre.

Enfin, après avoir effectué tous ces essais sur quelques périodes particulières (2 ou 3 années en général), on applique le modèle tel que à 2 ou 3 autres années, de façon à vérifier qu'il est stable dans le temps.

* * *

CONCLUSION

Nous avons exposé, sur un exemple type, les opérations nécessaires à la réalisation d'un modèle.

Les idées essentielles sont que la mise au point d'un modèle est une entreprise longue et coûteuse. En conséquence, on tend de plus en plus à reprendre des modèles existants pour les appliquer au bassin considéré. Citons, parmi les plus connus, le modèle de Stanford (repris par HSP) et S.S.A.R. (U.S. Corps of Engineers).

L'ajustement des paramètres reste encore très empirique, l'emploi très répandu du modèle de Stanford a permis, en comparant les paramètres retenus sur de nombreux bassins, de relier ceux-ci à des caractéristiques physiques du bassin de façon relativement encourageante.

Nous n'avons pas parlé ici des modèles de nappes souterraines, mais les problèmes y sont voisins. En particulier, la conductivité hydraulique "ajustée" pour que le modèle fonctionne, a souvent peu de rapport avec celle mesurée par pompage. De plus, le couplage en un modèle "superficiel" et un modèle nappe est assez délicat (si on veut que la nappe soit uniquement alimentée par les lames d'eau en provenance du premier modèle).

Cependant, et en dépit de leur nombreux défauts, les modèles ont déjà rendu de grands services à l'aménageur.

* * *

Annexe : page suivante : reconstitution des débits de la Durance (modèle),

Fig. VIII.7. Essai n°14
La Durance à Briangon en 1965

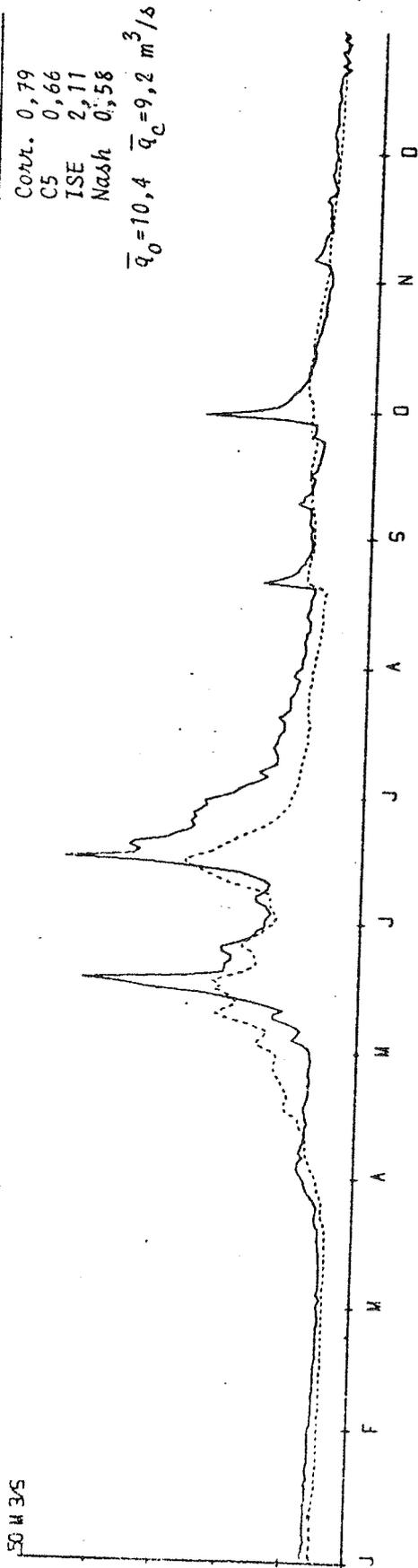


Fig. VIII.8 Essai n°14
La Durance à Briangon en 1966

